

# PLANEACIÓN Y CONTROL DE LA PRODUCCIÓN



DANIEL SIPPER • ROBERT L. BULFIN, Jr.

---

***PLANEACION Y CONTROL  
DE LA PRODUCCIÓN***

---





---

# *Planeación y control de la producción*

---

*Daniel Sipper*

Departamento de ingeniería industrial  
Tel Aviv University

*Robert L. Bulfin, Jr.*

Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas  
Auburn University

*Traducción: M en C Murcia González Osuna*

Departamento de Ingeniería Industrial  
Facultad de Ingeniería, UNAM

*Revisión técnica:*

*Ing. Silvina Hernández García*

Departamento de Ingeniería Industrial  
Facultad de Ingeniería, UNAM

**McGRAW-HILL**

MÉXICO • BUENOS AIRES • CARACAS • GUATEMALA • LISBOA • MADRID  
NUEVA YORK • SAN JUAN • SANTA FE DE BOGOTÁ • SANTIAGO • SAO PAULO  
AUCKLAND • LONDRES • MILÁN • MONTREAL • NUEVA DELHI • SAN FRANCISCO  
SINGAPUR • ST. LOUIS • SIDNEY • TORONTO

Gerente de marca: Carlos Granados Islas  
Supervisora de edición: Leticia Medina Vigil  
Supervisor de producción: Zeferino García García

#### PLANEACIÓN Y CONTROL DE LA PRODUCCIÓN

Prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio, sin autorización escrita del editor.

DERECHOS RESERVADOS © 1998 respecto a la primera edición en español por McGRAW-HILL INTERAMERICANA EDITORES, S.A. DE C.V.

*Una División de The McGraw-Hill Companies, Inc.*

Cedro Núm. 512, Col. Atlampa

Delegación Cuauhtémoc

06450 México, D.F.

Miembro de la Cámara Nacional de Industria Editorial Mexicana, Reg. Núm. 736

ISBN 970-10-1944-X

Translated from the first edition in English of

PRODUCTION: PLANNING, CONTROL AND INTEGRATION

Copyright © MCMXCVII, by The McGraw-Hill Companies, Inc. U. S. A

ISBN 0-07-057682-3

1234567890

Impreso en México

9076543218

Printed in México

Esta obra se terminó de imprimir  
en Julio de 1998 en

Impresora Publ-Mex S.A. de C.V.

Calz. San Lorenzo 279-32

Delegación Iztapalapa

C.P. 09850 México D.F.

Se tiraron 5,000 ejemplares



## Sobre los autores

**Daniel Sipper** es profesor en el departamento de ingeniería industrial de Tel Aviv University. Cursó la licenciatura en Tachnion Israel Institute of Technology, la maestría en Columbia University y el doctorado en ingeniería industrial en Georgia Institute of Technology.

Antes de obtener su doctorado, el Dr. Sipper pasó 11 años en la industria, tanto en Israel como en Estados Unidos. Trabajó en diferentes aspectos de los sistemas industriales, con puesto en varias organizaciones y a diferentes niveles —ingeniero de investigación, gerente de producción y administrador de proyectos—. Entre los temas que analizó se encuentran manufactura, control de producción, investigación y desarrollo, control de proyectos y planeación estratégica—en diferentes industrias: de transformación, metal-mecánicas y de la defensa—.

Después de terminar el doctorado, el Dr. Sipper se quedó como profesor en Georgia Tech. En 1972 se unió a Tel Aviv University en Israel y estableció el programa de ingeniería industrial, primero como licenciatura y en 1980 lo convirtió en un departamento independiente que otorga los tres diplomas. A través de los años, el Dr. Sipper ha tomado parte en comités de numerosas universidades importantes y en comités nacionales. Pertenece a HE, INFORMS y ASME como "sénior member" y forma parte también del comité editorial del *International Journal of Production Research*. El Dr. Sipper es presidente del Comité Científico de ICTAF (Interdisciplinary Center for Technological Analysis and Forecasting, en Tel Aviv University).

**Robert L. Bulfin, Jr.** realizó su licenciatura en ingeniería en Georgia Institute of Technology. Al graduarse, aceptó un puesto en Celanese Fibers Company como ingeniero industrial. Ahí se involucró en todas las etapas de la ingeniería industrial: diseño del trabajo, estándares y métodos, control de calidad, optimización de procesos, distribución de planta, flujo de materiales y control de inventarios.

Después de dejar Celanese, Bob regresó a Georgia Tech y obtuvo la maestría y el doctorado en ingeniería industrial y de sistemas. Al terminar el doctorado aceptó ir como profesor de ingeniería industrial y de sistemas en la University of Arizona. Ahí estuvo a cargo de la enseñanza de cursos a nivel licenciatura y de graduados de ingeniería industrial y de investigación

de operaciones. Dejó Arizona al aceptar un puesto de profesor en Auburn University, donde a la fecha es profesor de ingeniería industrial.

Los intereses docentes y de investigación del Dr. Bulfin se centran en la planeación y control de la producción e investigación de operaciones. Ha trabajado en numerosas industrias privadas, que incluyen los sectores de minas, electrónica, agricultura, ingeniería espacial, plásticos, textiles y conformado de metales. Su investigación está dedicada primordialmente a la planeación y control de la producción; ha apoyado a NASA, DoD, USAID y varias compañías privadas.



# Contenido

Prefacio	
Agradecimientos	
El paradigma de la producción	
<b>1 Producción global</b>	<b>1</b>
1.1 Evolución de los sistemas de producción	1
<i>1.1.1 Historia; 1.1.2 Teorías administrativas</i>	
1.2 El ambiente competitivo	5
<i>1.2.1 Posición en el momento; 1.2.2 El deterioro de la competitividad;</i>	
<i>1.2.3 El cambio en el medio ambiente</i>	
Sección 1 Ejercicios	7
<b>2 Sistemas de producción</b>	<b>7</b>
2.1 El flujo del proceso	8
2.2 Construcción de bloques	9
<i>2.2.1 Estructura física; 2.2.2 Estructura organizacional</i>	
2.3 Tecnología	14
2.4 Tamaño de la organización	15
Sección 2 Ejercicios	15
<b>3 Tecnologías para la administración de la producción</b>	<b>16</b>
3.1 Evolución	16
3.2 Planeación y control de la producción	17
3.3 Ciclo de vida de un producto	18
3.4 Tecnología apropiada	19
Sección 3 Ejercicios	20
<b>4 Decisiones en los sistemas de producción</b>	<b>21</b>
4.1 Horizonte de planeación	21
4.2 Tipos de decisiones	22
Sección 4 Ejercicios	22
<b>5 Resumen</b>	<b>23</b>
<b>6 Referencias</b>	<b>24</b>

1	Introducción	26
2	La rueda de la competitividad	27
3	El centro	27
	Sección 3 Ejercicios	29
4	El círculo de distribución	29
4.1	Calidad	29
4.2	Tiempo	30
4.3	Costo	31
4.4	Conclusiones	32
	Sección 4 Ejercicios	32
5	El círculo de soporte	33
5.1	Alcance	33
5.2	Integración	34
5.3	Flexibilidad	35
5.4	Diseño	36
5.5	Sencillez	36
5.6	Variabilidad	36
5.7	Jalar ( <i>pulí</i> )	37
5.8	Desperdicio/valor	38
5.9	Mejora	39
5.10	Papel de la administración	39
5.11	Papel del empleado	40
	Sección 5 Ejercicios	40
6	El círculo de impacto	42
	Sección 6 Ejercicios	42
7	Objetivo de los sistemas de producción	43
8	Del concepto a la implantación	43
8.1	Panorama: sistemas de producción integrados	43
8.2	Aspectos de los sistemas de producción integrados <i>8.2.1 Grado de integración; 8.2.2 Esencia de la integración;</i> <i>8.2.3 Estrategia de integración</i>	44
8.3	Diseño de sistemas de producción integrados <i>8.3.1 Sistemas de manufactura celular (CMS);</i> <i>8.3.2 Sistemas de manufactura flexible (FMS);</i> <i>8.3.3 Manufactura integrada por computadora (CIM);</i> <i>8.3.4 Beneficios de los sistemas de producción integrados</i>	46
8.4	Procesos de integración <i>8.4.1 Trabajo en equipo; 8.4.2 Ingeniería concurrente;</i> <i>8.4.3 Administración de la calidad total (TQM)</i>	51
	Sección 8 Ejercicios	54

9 Manufactura de clase mundial (MCM)	55
9.1 Producción ligera	57
9.2 Manufactura ágil	57
9.3 Ligera contra ágil	58
Sección 9 Ejercicios	58
10 Resumen	58
11 Referencias	59
<b>3 Solución de Problemas</b>	<b>61</b>
1 Introducción	61
1.1 Problemas	61
1.2 Soluciones	62
1.3 Analistas de problemas	63
Sección 1 Ejercicios	63
2 Enfoque de solución de problemas	63
Sección 2 Ejercicios	65
3 Identificación del problema	65
3.1 Misión del problema	66
3.2 Dueños del problema	67
3.3 Suposiciones	68
3.4 Enunciado inicial del problema	68
Sección 3 Ejercicios	69
4 Comprensión del problema	71
4.1 La perspectiva de sistemas	71
4.2 Metas	72
4.3 Características del problema	72
4.4 Validación de la comprensión	73
4.5 Enunciado del problema	73
Sección 4 Ejercicios	75
5 Desarrollo de un modelo	75
5.1 Representaciones de modelos	75
5.2 Datos	76
5.3 Conceptos de modelado	78
<i>5.3.1 Fronteras; 5.3.2 Objetivos; 5.3.3 Restricciones;</i>	
<i>5.3.4 Relaciones</i>	
5.4 Suposiciones y participación	80
5.5 Validación interna	80
Sección 5 Ejercicios	82
6 Solución del modelo	82
6.1 Validación externa	83
<i>6.1.7 Simplificación; 6.1.2 Análisis histórico</i>	

6.2 Solución estratégica	84
Sección 6 Ejercicios -	86
7 Interpretación de la solución	86
Sección 7 Ejercicios	88
8 Implantación	88
Sección 8 Ejercicios	90
9 Software	91
10 Evolución	91
11 Resumen	92
Minicaso: Asuntos de peso	92
12 Referencias	94
<b>4 Pronósticos</b>	<b>96</b>
1 Introducción	96
2 El sistema de pronósticos	97
2.1 Identificación del problema	97
2.2 Comprensión del problema	97
<i>2.2.1 Características del problema; 2.2.2 Datos;</i>	
<i>2.2.3 Meta de pronóstico</i>	
2.3 Desarrollo de un modelo	102
2.4 Solución del modelo	103
2.5 Interpretación e implantación de la solución	103
2.6 Observaciones	105
Sección 2 Ejercicios	105
3 Pronósticos cualitativos	107
3.1 Investigación de mercado	107
3.2 Opinión de expertos y el método Delphi	108
3.3 Comentarios sobre los métodos de pronósticos cualitativos	110
Sección 3 Ejercicios	111
4 Pronósticos causales con regresión	111
4.1 Regresión lineal simple	112
4.2 Otros modelos de regresión	115
4.3 Comentarios sobre regresión	118
Sección 4 Ejercicios	119
5 Métodos de series de tiempo	122
5.1 Proceso constante	122
<i>5.1.1 Métodos simples; 5.1.2 Promedios móviles;</i>	
<i>5.1.3 Suavizamiento exponencial simple</i>	
5.2 Proceso con tendencia	131
<i>5.2.1 Suavizamiento exponencial doble; 5.2.2 Otros métodos</i>	

5.3 Proceso estacional	134
<b>Sección 5 Ejercicios</b>	<b>141</b>
<b>6 Otros métodos de pronósticos</b>	<b>145</b>
6.1 Método del pronóstico central	145
6.2 Métodos cualitativos	146
6.3 Métodos causales	148
6.4 Métodos de series de tiempo	149
<b>7 Control del pronóstico</b>	<b>151</b>
7.1 Error del pronóstico	152
7.2 Señal de seguimiento	156
7.3 Acción correctiva	159
Sección 7 Ejercicios	161
<b>8 Software</b>	<b>162</b>
<b>9 Los pronósticos en la práctica</b>	<b>163</b>
<b>10 Evolución</b>	<b>168</b>
<b>11 Resumen</b>	<b>168</b>
Minicaso: BF Swings	169
<b>12 Referencias</b>	<b>172</b>
<b>5 Planeación agregada</b>	<b>175</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>175</b>
<b>2 Influencia en la demanda</b>	<b>175</b>
<b>3 Planeación de la producción</b>	<b>176</b>
<b>4 Aspectos de la planeación agregada</b>	<b>177</b>
4.1 Capacidad	177
4.2 Unidades agregadas	178
4.3 Costos	178
Sección 4 Ejercicios	180
<b>5 Métodos con hoja de cálculo</b>	<b>180</b>
5.1 Plan de inventario cero	181
5.2 Plan de fuerza de trabajo nivelada	184
5.3 Planes mixtos	188
5.4 Comparación de planes	189
5.5 Resumen de los métodos con hoja de cálculo	189
Sección 5 Ejercicios	189
<b>6 Enfoques de programación lineal para la planeación agregada</b>	<b>192</b>
6.1 Restricciones	193
6.2 Costos	193
6.3 Un modelo	193

6.4	Un problema como ejemplo	194
6.5	Aspectos prácticos sobre el uso de programación lineal	196
6.6	Extensiones	196
	Sección 6 Ejercicios	197
7	Modelos de transporte	198
7.1	Modelo de planeación de la producción	199
7.2	Extensiones	200
	Sección 7 Ejercicios	200
8	Planes desagregados	202
8.1	Tiempo de agotamiento	202
8.2	Modelos de programación entera	203
	Sección 8 Ejercicios	205
9	Modelos avanzados de planeación de la producción	205
9.1	Productos múltiples	205
9.2	Procesos y productos múltiples	208
	Sección 9 Ejercicios	210
10	Planeación agregada en la práctica	211
11	Evolución	214
12	Resumen	215
	Minicaso: BF Swings II	216
13	Referencias	217
6	Inventarios sistemas de demanda independiente	218
1	Conceptos de inventarios	219
1.1	El papel que juega el inventario	219
1.2	Terminología de inventario	220
1.3	Costos de inventario	221
1.4	Medidas de efectividad	223
1.5	Políticas de inventario	224
1.6	Relevancia de los modelos de inventarios	225
	Sección 1 Ejercicios	225
2	Decisiones de cantidad	228
2.1	Modelos estáticos de tamaño de lote	228
2.1.1	<i>Cantidad económica a ordenar (EOQ);</i>	
2.1.2	<i>Cantidad económica a producir (EPQ) con extensiones;</i>	
2.1.3	<i>Descuentos por cantidad; 2.1.4 Modelos de artículos</i>	
	<i>múltiples con restricción de recursos;</i>	
2.1.5	<i>Órdenes para múltiples artículos</i>	
	Sección 2.1 Ejercicios	258

3 Programación de una sola máquina	407
3.1 Tiempo de flujo mínimo	407
3.1.1 Retraso; 3.1.2 Tiempo de flujo ponderado	
3.2 Tardanza máxima y retraso máximo	410
3.3 Número de trabajos tardíos	411
3.3.1 Número ponderado de trabajos tardíos; 3.3.2 Tiempo de flujo mínimo sin trabajos tardíos	
3.4 Tardanza mínima	413
3.5 Adelanto y tardanza mínimos con fecha de entrega común	417
3.6 Programa dinámico	419
3.7 Tiempos de preparación mínimos	421
3.7.1 Heurístico para el tiempo de preparación más corto;	
3.7.2 Algoritmo basado en el arrepentimiento; 3.7.3 Un algoritmo de ramificación y acotamiento	
3.8 Métodos de búsqueda de una sola máquina	428
3.8.1 Búsqueda en la vecindad; 3.8.2 Simulación de recocido	
3.9 Resultados para una sola máquina	433
Sección 3 Ejercicios	434
4 Máquinas paralelas	439
4.1 Tiempo de flujo	440
4.2 Lapso de producción	441
4.3 Otros modelos	443
Sección 4 Ejercicios	443
5 Talleres de producción continua	444
5.1 Lapso en un taller de producción continua con dos máquinas: algoritmo de Johnson	444
5.2 Lapso de producción con más de dos máquinas	447
5.2.1 Algoritmos heurísticos; 5.2.2 Enfoques de ramificación y acotamiento	
5.3 Otras medidas	453
Sección 5 Ejercicios	454
6 Producción intermitente	456
6.1 Producción intermitente en dos máquinas	456
6.2 Despacho	458
Sección 6 Ejercicios	462
7 Sistemas de programación con capacidad finita	463
8 Software	467
9 Evolución	469
10 Resumen	470
Minicaso: llana Designs	470
11 Referencias	472

1	Introducción	475
1.1	Proyectos	475
1.2	Planeación, programación y control	476
1.3	Beneficios	478
1.4	Desarrollo de productos	478
	Sección 1 Ejercicios	480
2	Planeación	483
2.1	Organización del proyecto	483
2.2	Definición del proyecto	483
2.3	Definición de las actividades y la red	484
2.4	Estimación de la duración de las actividades	487
	Sección 2 Ejercicios	488
3	Programación	488
3.1	Pasada hacia adelante	490
3.2	Pasada hacia atrás	494
3.3	Ruta crítica y actividades críticas	497
3.4	Programación de actividades	499
3.5	Aceleración del proyecto	500
	Sección 3 Ejercicios	501
4	Control del proyecto	503
4.1	Control del programa	503
4.2	Control de costos	505
	<i>4.2.1 Planeación y programación de costos; 4.2.2 Control</i>	
	Sección 4 Ejercicios	510
5	Enfoque de PERT para la administración de proyectos	511
5.1	Distribución de la duración de las actividades	511
5.2	Análisis probabilístico del tiempo de terminación del proyecto	513
5.3	Limitaciones de PERT	516
	Sección 5 Ejercicios	517
6	Recursos limitados	518
6.1	Enfoques gráficos	519
6.2	Límites fijos de recursos	523
6.3	Otros aspectos	527
	Sección 6 Ejercicios	528
7	Trueques tiempo/costo	529
7.1	Tiempo normal y reducido	529
7.2	Procedimiento heurístico para reducir	530
7.3	Enfoque de programación lineal para el trueque tiempo/costo	532
	Sección 7 Ejercicios	534
8	Software	535

9 Evolución	536
10 Resumen	537
Minicaso: Fabricantes de llantas FasTrak	538
11 Referencias	539
1 Introducción	542
2 Aspectos relacionados con la integración	543
2.1 La producción y la organización	543
2.2 Arquitectura del control	544
2.3 Integración entre plantas	550
<i>2.3.1 Planeación y control de la producción integrados</i>	
Sección 2 Ejercicios	551
3 Sistemas empujar	552
3.1 Filosofía	552
3.2 Sistemas MRPII	553
3.3 Componentes del sistema	553
3.4 Integración y software	556
3.5 Aplicaciones industriales	560
Sección 3 Ejercicios	562
4 Sistemas jalar	563
4.1 Filosofía	563
4.2 El principio de jalar	564
4.3 Sistemas JIT	565
4.4 Sistemas kanban	566
<i>4.4.1 Sistema de tarjeta dual; 4.4.2 Sistemas de una sola tarjeta; 4.4.3 Características del sistema kanban</i>	
4.5 Modelos JIT	570
<i>4.5.1 Sistemas de producción jalar con un modelo mixto secuencial; 4.5.2 Número de kanbans requeridos; 4.5.3 Flujo de materiales basado en el tiempo</i>	
4.6 Modelos CONWIP	575
<i>4.6.1 Control de la producción basada en CONWIP; 4.6.2 Evaluación del desempeño del control CONWIP</i>	
4.7 Reducción de preparaciones	580
<i>4.7.1 Principios de diseño; 4.7.2 Economía de la reducción de preparaciones</i>	
4.8 Software	586
4.9 Aplicaciones industriales	587
Sección 4 Ejercicios	588

5 Sistemas de cuello de botella	590
5.1 Filosofía	590
5.2 Los principios del cuello de botella: OPT	591
5.3 Teoría de restricciones (TOC)	593
5.4 Técnica TAC	598
5.5 Programación de cuellos de botella	600
<i>5.5.1 Detección de la máquina cuello de botella;</i>	
<i>5.5.2 Programación de la máquina cuello de botella;</i>	
<i>5.5.3 Programas hacia atrás y hacia adelante</i>	
5.6 Software	606
5.7 Aplicaciones industriales	608
5.8 Epílogo	609
Sección 5 Ejercicios	610
6 Sistemas híbridos jalar-empujar	612
7 Comparación	614
7.1 Empujar, jalar y cuellos de botella	614
7.2 Hacia el futuro	617
Sección 7 Ejercicios	618
8 Evolución	618
9 Resumen	619
Minicaso: T & A Alarms	621
Minicaso: TVG Manufacturing	622
10 Referencias	625

# Prefacio

Este prefacio describe la filosofía, el enfoque y el contenido de *Planeación y control de la producción*. Este libro analiza los sistemas de producción, el esqueleto dinámico de la manufactura y el servicio modernos. Sin una planeación, control e integración inteligentes de los sistemas de producción, ningún negocio será competitivo en el mercado global actual.

Escribimos este libro por dos razones. Primero, el entorno de producción se encuentra en cambio continuo. Segundo, la respuesta de la comunidad académica es el cambio de planes de estudio. Después de varios años de enseñanza y trabajo en los sistemas productivos, quisimos ser parte de este emocionante cambio.

Lo que el libro cubre refleja nuestra experiencia docente y el trabajo en los sistemas de producción, combinados con el estudio de los temarios en los programas de ingeniería y administración, y una evaluación de las necesidades futuras. Se cubren la evolución de los sistemas productivos, la solución de problemas, pronósticos, planeación agregada, inventarios, planeación de requerimientos de materiales, programación, administración de proyectos y planeación y control de la producción. Suponemos que el estudiante está familiarizado con la estadística básica y la investigación de operaciones. Más adelante se describirán con detalle los capítulos.

La mayor parte de los libros presentan el control de la producción como una colección de modelos y algoritmos. Sentimos que éstos son importantes y que el estudiante debe aprenderlos, pero es poco probable que algún modelo se ajuste con exactitud a las situaciones que se encuentren después de graduarse. Así, se hace hincapié en cómo resolver estos problemas. Esto significa el desarrollo de modelos, la comprensión de las suposiciones que los fundamentan, la identificación de las necesidades de datos y el conocimiento de cuándo y cómo usarlos.

Es sencillo desarrollar ciertas habilidades, todo lo que se necesita es que nos digan qué hacer y seguir la "receta". Aprender el algoritmo simplex es un ejemplo. Éstas son cosas que una computadora puede hacer muy bien. Otras habilidades, como convertirse en un buen analista de problemas, son más difíciles. Lograrlo es como aprender a montar en bicicleta —alguien puede decirnos cómo pero en realidad la única manera de aprender es haciéndolo—. En una situación ideal, este tipo de habilidades se aprenden como asistente o aprendiz, pero la mayoría de las compañías quieren que sus empleados sean productivos de inmediato. Para ayudar al es-

tudiante, hemos incluido un capítulo sobre solución de problemas. Muchos piensan que estas habilidades se desarrollan en cursos anteriores, no estamos de acuerdo. Nuestro enfoque controlado por el problema pone de manifiesto aún más la importancia del razonamiento.

El mejor término para describir nuestro enfoque es "controlado por el problema". Casi todos los capítulos comienzan con un ejemplo ilustrativo del entorno del problema, estableciendo el escenario para el tema bajo estudio. Cada capítulo cuenta con una variedad de ejemplos que muestran la técnica específica o el concepto que se estudia. Cuando es apropiado, el capítulo contiene un resumen y un breve panorama sobre la evolución del tema. Además, según es necesario, la presentación resalta los aspectos computacionales y se dedica una sección separada a la disponibilidad de software en el área específica.

El análisis incluye un tratamiento matemático riguroso cuando es pertinente. Sin embargo, el rigor aumenta en forma gradual. Por flexibilidad, cada sección termina con un conjunto de ejercicios de tarea. Nuestra filosofía de tareas se puede describir como un enfoque "cuádruple" ya que se incluyeron ejercicios de cuatro tipos: repeticiones, ejercicios, problemas y minicasos. Las repeticiones tienen una solución directa, los ejercicios requieren que el estudiante elija la técnica correcta, los problemas pueden tener varios enfoques correctos según las suposiciones que se hagan y los minicasos requieren que el estudiante reconozca la necesidad u oportunidad adecuadas. En algunos es necesario usar una computadora. El libro contiene cerca de 550 ejercicios, además de los minicasos. Las hojas de cálculo, STORM, QuickQuant y otros paquetes mitigan la carga computacional para el estudiante. Al final de cada capítulo aparece una lista de referencias para profundizar en el estudio.

Algunas características importantes de nuestro libro son únicas. Éstas se pueden resumir como sigue:

- Un capítulo de modelado y solución de problemas
- Un capítulo sobre integración
- Ejemplos ilustrativos al principio de la mayor parte de las secciones, seguidos de una presentación de las teorías y técnicas
- Un balance entre el conocimiento y la profundidad  
Rigor matemático, al nivel adecuado
- Un enfoque con exactitud teórica pero orientado a la aplicación acorde con los problemas y desarrollos actuales  
Un enfoque controlado por el problema más que por la herramienta
- Más de 100 ejemplos
- Uso de "cuadros" (presentaciones independientes) para resaltar la implantación y la práctica de los conceptos

Este libro está orientado a los estudiantes de nivel alto de los programas de ingeniería industrial y administración de empresas que tienen un curso enfocado a la producción. Se puede usar en una secuencia de uno o dos trimestres o de uno o dos semestres, dependiendo del alcance y profundidad del curso. Tal vez contenga más material que el que se cubriría en un curso de licenciatura común. Esto permite al profesor elegir los temas. Este libro es más que un libro de texto, puede ser un recurso valioso para el **profesional**. Después de todo, el aprendizaje no termina cuando un estudiante se gradúa.

Cuando escribimos este libro tuvimos la flexibilidad en mente, tanto entre los capítulos como dentro de ellos. La secuencia de temas es la que nos pareció más lógica, sin embargo, otros profesores pueden dar una distinta. La flexibilidad intrínseca permite que cada instructor construya su propia secuencia sin tener dificultades. Los únicos capítulos que tienen una secuencia son el 6 y el 7.

La flexibilidad en términos del alcance se puede lograr cubriendo menos temas; en términos de profundidad se obtiene saltándose secciones dentro de los capítulos. Así, si se desea menos rigor matemático, es posible omitir los desarrollos matemáticos y considerar sólo los resultados.

El hecho de que los ejercicios aparezcan al final de cada sección facilita al profesor la asignación de tareas si se omitieron algunas. La dificultad de cada ejercicio (el enfoque "cuádruple") se puede juzgar en el *Manual del instructor*

Se presenta un breve resumen y se resaltan los aspectos únicos de cada capítulo del libro.

Comenzamos por describir el mundo como un sistema comercial abierto; la competencia en la globalización es un factor importante. Se identifican cuatro etapas en la evolución de los sistemas de producción: los sistemas antiguos, los sistemas feudales, la fábrica europea y los sistemas estadounidenses. Se analizan todos los aspectos de la administración científica como parte de los sistemas controlados por la producción. También se incluye la presentación del ciclo de vida de un producto, sistemas de baja y alta tecnología, y los tipos de organización usados y las decisiones que se toman en los sistemas de producción.

Este capítulo describe los sistemas controlados por el mercado, un enfoque único en los libros de sistemas de producción. Si partimos de la práctica administrativa actual, las teorías clásicas no cubren todos los aspectos del nuevo entorno. Aunque los conceptos futuros son inciertos, proporcionamos una lista de las teorías más importantes que pensamos serán aplicables. Estos

conceptos se integraron en la "rueda de la competitividad" cuyo centro es el cliente. Se presenta la transición de una cultura de eficiencia a una de efectividad. Se analiza con detalle la integración y se muestra cómo ha generado un nuevo entorno de manufactura de clase mundial y sus detonantes: producción ligera y manufactura ágil.

En general, los libros sobre sistemas de producción no incluyen un capítulo sobre solución de problemas; sentimos que era necesario incluirlo. Comienza con una descripción del enfoque de solución de problemas. Los pasos más importantes son la identificación y comprensión del problema. Una vez hecho esto, casi siempre se construye un modelo. La descripción de las fronteras del problema, los objetivos, las relaciones y las variables es parte de la construcción del modelo. Se identifican los datos necesarios y se elige una representación. El modelo se resuelve con el algoritmo correspondiente y su solución se interpreta considerando la situación real. Por último, se implanta la solución al problema real.

Este capítulo inicia con el análisis del sistema de pronósticos dentro del marco de solución de problemas. Muchos pronósticos en un sistema de producción se basan en la identificación del patrón del proceso en que se apoya, usando un modelo correcto para el proceso y un método de pronósticos adecuado. Se analizan varios tipos de métodos de pronósticos que incluyen métodos cualitativos, causales y de series de tiempo. Se hace una presentación breve de métodos de pronósticos no tradicionales, junto con sus referencias. Se presentan las formas de medir la exactitud del pronóstico, que se usa para mantener el control de estos sistemas. Se concluye con una sección dedicada a los pronósticos en la práctica.

La planeación agregada se enfoca a la planeación de la producción a mediano plazo. Se analizan cuatro factores que afectan las decisiones: capacidad, costos de producción, costos de cambio de capacidad y costos de inventarios. Se presentan dos enfoques de la planeación agregada: los métodos con hoja de cálculo y los métodos de optimización. Los métodos con hoja de cálculo pueden producir estrategias de cero inventario, de nivel de producción y mixtas. Los enfoques de optimización incluyen modelos de programación lineal y modelos de transporte. Aunque la mayoría de los libros no los incluyen, se presentan modelos más avanzados para productos y procesos múltiples.

En lugar de la clasificación normal de los sistemas de inventarios en determinísticos y estocásticos, los modelos se presentan desde el punto de vista de la toma de decisiones. El capítulo se divide en decisiones de cantidad, tiempo y control. Comenzando con los conceptos y políticas

de inventarios, se presentan más de 20 modelos, la mayoría con rigor matemático y aspectos de su implantación. Una sección separada analiza la relevancia de los modelos de inventarios en la era de la reducción de los mismos y de los métodos de producción *justo a tiempo*. Se hace hincapié en el inventario como una política de servicio tanto cualitativa como conceptualmente. Los ejemplos resaltan los modelos. La sección sobre decisiones de control es una adición original al libro. Contiene un análisis matemático del principio de Pareto, seguido del estudio de diseño del sistema de control-inventario en un entorno de artículos múltiples. Cada sección termina con un resumen en una tabla.

Este capítulo examina sistemas de demanda independiente. Dentro de este marco, se analiza la capacidad, el programa maestro de producción y la planeación de requerimientos de materiales según su relación con los tres diferentes entornos de producto-mercado. También se cubren estructura del producto, explosión, implosión, ajuste a netos y compensación. Se presentan los métodos de tamaño del lote y sus extensiones a sistemas jerárquicos de artículos múltiples. Sigue el control de inventarios en varios niveles en los sistemas MRP. Se usa un ejemplo de un teléfono de botones para explicar los modelos. El control de planta y el MRP como sistema de información concluyen el capítulo.

Una vez definido el problema de programación básica, se presentan modelos de una sola máquina para varias medidas de desempeño. Siguen los modelos paralelos con resultados del peor caso y un heurístico basado en la lista. Se define la producción continua y se presentan algoritmos exactos para casos especiales y heurísticos para el modelo general. Por último se estudia la producción intermitente, la más difícil de programar. Se proporcionan heurísticos de despacho, en términos del análisis de varias reglas de prioridad. Los ejemplos aclaran los modelos y procedimientos y un cuadro sobre la implantación agrega un poco de sabor del mundo real.

Se analizan los aspectos organizacionales, administrativos y cuantitativos de los proyectos. Se dedica una sección a desarrollo de productos y se usa un ejemplo correspondiente a lo largo del capítulo para ilustrar los conceptos y metodologías. Se estudian las bases de planeación, programación y control de proyectos. Después se presenta un tratamiento cuantitativo de PERT, recursos limitados y trueques tiempo/costo. De nuevo se usa un cuadro para estudiar aspectos de aplicación real.

Pensamos que este capítulo es único tanto por su enfoque como por su estructura. Se centra en la integración como un enfoque global para la planeación y control de la producción. La integración describe tanto un concepto como una técnica. Primero se examinan aspectos relaciona-

dos con la integración: interacción de la función de producción con el resto de la organización, arquitectura del control e integración entre plantas. La planeación y control de la producción integrados es un concepto acorde con una filosofía y un conjunto de herramientas para implantarla. Se dan tres grandes enfoques para la integración de la planeación y el control. Éstos son los sistemas empujar (MRP II y ERP), los sistemas empujar (JIT) y los sistemas de cuello de botella (OPT y CONWIP). Se incluye un estudio detallado de cada enfoque; se usan modelos matemáticos y ejemplos cuando es apropiado. Concluimos el capítulo con una comparación de los tres enfoques.

*Daniel Sipper  
Robert L Bulfin, Jr.*

# *Agradecimientos*

Escribir un libro es un esfuerzo largo e intenso. Por fortuna contamos con la ayuda y consejo de muchas personas que nos animaron. No es posible nombrar a todos los que nos ayudaron, pero debemos agradecer públicamente a unas cuantas personas. Si omitimos a alguien sin querer, pedimos una disculpa anticipada.

Este libro comenzó cuando Dan estaba en su año sabático en Auburn University. Ed Unger, jefe del departamento de ingeniería industrial y de sistemas, nos proporcionó su aliento, ayuda y apoyo material durante todo nuestro trabajo. Sin su apoyo activo, no hubiéramos podido terminar el libro.

El personal académico y el administrativo de los departamentos de ingeniería industrial y de sistemas de Auburn y de Tel Aviv, al igual que el personal de Telrad Corporation, Israel, simpatizaron con nuestros problemas, compartieron nuestras alegrías y nos proporcionaron consejos y ánimo. En particular, damos las gracias a J. Black, Russ Meller, Chan Park y Chuck Sox.

Bob Inman de General Motors Research Labs y Ed Mykytka del Air Force Institute of Technology, también hicieron contribuciones significativas al libro. Peter Purdue, los académicos y administrativos del Naval Postgraduate School, John Jarvis y el personal de Georgia Tech proporcionaron apoyo a Bob durante su visita en el sabático.

Damos las gracias a nuestros estudiantes en Auburn University y en Tel Aviv University, quienes leyeron los primeros borradores, trabajaron en los ejercicios y proporcionaron sugerencias valiosas para mejorar el material. Cindi Perdue y Narayanan Venkatacha de Auburn University y Avis Sless de Tel Aviv University merecen una mención especial por el trabajo con el texto, las gráficas, los ejercicios de tarea y las soluciones.

Agradecemos a los muchos revisores que leyeron las distintas versiones del manuscrito. Ellos proporcionaron una excelente retroalimentación y mejoraron el resultado. Entre los revisores se cuentan Ronald G. Askin de U. of Arizona, Diane E. Baily de USC, Catherine M. Harmonosky de Penn State, Timothy Ireland de Oklahoma State U., Hau L. Lee de Stanford, Surya D. Liman de Texas Tech, Jayant Rajgopal de U. of Pittsburgh, Nanua Singh de Wayne State U., G. Don Taylor de U. of Arkansas y Wilbert Wilhelm de Texas A&M. Por supuesto, cualesquiera errores en el libro son sólo nuestra responsabilidad.

Eric Munson, editor ejecutivo de ingeniería en McGraw-Hill, fue nuestro editor. Nos proporcionó el ánimo necesario y nos ayudó a mantener la energía en los tiempos difíciles. También damos las gracias al personal de McGraw-Hill and Publication Services.

Por último, sin que su mérito sea menor, agradecemos a nuestras familias: Shosh, Moshe y Yuval, y Lynn, Ben y Matt. Sin su apoyo, inspiración y sacrificios, este libro jamás se habría publicado.



# *El paradigma de la producción*

Los sistemas de producción en la sociedad moderna son sobresalientes. Estos sistemas forman la base para construir y mejorar la fortaleza y la vitalidad económicas de un país. La tarea de desarrollar y operar los sistemas de producción crece en complejidad. Los cambios importantes en los productos, los procesos, las tecnologías de gestión, los conceptos y la cultura, dan como resultado retos y necesidades cada vez mayores. La información y las técnicas que aquí se presentan ayudan al logro de estos retos. Este capítulo identifica y resalta algunos aspectos críticos relacionados con los sistemas de producción. Se comenzará por una presentación de la producción global.

Inspirada en el Renacimiento en el siglo XVII y más tarde en el inicio de la primera revolución industrial inglesa, Europa fue el centro del poder económico en el siglo XIX; Estados Unidos, sin embargo, se convirtió en el núcleo de la segunda revolución industrial, dominando el desarrollo del siglo XX. En consecuencia, la teoría y las primeras técnicas de la administración fueron el producto del desarrollo occidental. Los conceptos de la línea de producción en una fábrica, la división del trabajo y la estructura administrativa funcional alcanzaron su madurez tanto en Europa como en América. El surgimiento del Asia sur oriental después de la Segunda Guerra Mundial con una fuerte orientación a la exportación, en particular de Japón como una potencia industrial, dio como resultado un sistema comercial abierto en el que ya no se puede ignorar la competencia internacional. El advenimiento de este mercado global es el tema de esta primera sección. Se presentará primero la evolución de los sistemas de producción, seguida de un estudio del nuevo ambiente competitivo.

Se presentan dos aspectos de la evolución de los sistemas de producción; su historia y las teorías administrativas que crearon.

Históricamente, han surgido cuatro tipos importantes de sistemas de producción: el antiguo, el feudal, el europeo y el americano.

Se pueden encontrar evidencias de los sistemas antiguos desde 5000 a.C. cuando los sacerdotes sumerios comenzaron a registrar inventarios, préstamos y transacciones de impuestos. Alrededor de 4000 a.C. los egipcios utilizaron conceptos básicos de administración como planeación, organización y control, a juzgar por sus grandes proyectos de construcción de pirámides y estructuras similares. Otros desarrollos antiguos incluyen la idea de un salario mínimo y la de responsabilidad administrativa según lo establece el Código de Hamurabi alrededor de 1800 a.C. En el siglo II a.C. los hebreos usaban el principio de excepción y elegían al trabajador según la tarea y designaban personal de apoyo dentro del sistema.

En el Lejano Oriente, alrededor de 1100 a.C., los chinos tenían un sistema de gobierno completamente desarrollado. Practicaban la especialización del trabajo y la planeación, organizando y controlando la producción. Un poco más tarde, en 350 a.C., los griegos adoptaron la especialización del trabajo y hacían que sus trabajadores usaran movimientos uniformes y trabajaran al mismo ritmo.

Durante la Edad Media surgió el **sistema feudal** en el que el emperador, rey o reina tenía poder total sobre el país. Otorgaban poder a los nobles sobre ciertas regiones a cambio de la lealtad al reino. Los nobles a su vez delegaban tierras y autoridad a señores de menor alcurnia y así sucesivamente, hasta los hombres libres y siervos. Los sistemas de producción que existían se describen mejor como domésticos. Casi siempre, los integrantes de una familia eran tanto los dueños como los trabajadores; esto siguió prevaleciendo hasta mediados del siglo XV.

El **sistema europeo** surgió durante el Renacimiento. Aun cuando la idea del Renacimiento es la del desarrollo cultural, pasaban muchas cosas, en especial en Italia, que afectarían la industrialización y los sistemas de producción. Durante los años 1300, ahí se practicaba el registro en libros de partida doble y la contabilidad de costos. Resulta de gran interés la historia del Arsenal de Venecia, una instalación compleja de ensamble de barcos (cuadro 1-1).

## CUADRO 1-1

### EL ARSENAL DE VENECIA

Al prosperar Venecia, tuvo necesidad de una fuerte protección naval tanto para la ciudad como para su flota comercial. En un principio la ciudad comisionó buques de guerra de construcción privada y en emergencias reclutaba embarcaciones comerciales. Sin embargo, para 1436 tenía en operación un astillero llamado el Arsenal. Este sistema de producción fue el más grande y más complejo en su momento y se puede considerar como tal aun bajo los estándares actuales. El Arsenal tenía 2000 trabajadores y más de 60 acres de tierra y agua. Construía embarcaciones, armas y equipo, y resurtía los buques existentes. Almacenaba todas las refacciones y suministros navales, y las instalaciones estaban localizadas en un canal. La cubierta de un buque se trasladaba por el canal, a lo largo del cual los trabajadores de los talleres individuales instalaban los distintos equipos. Los talleres se distribuían en el orden en que se realizaban las tareas, de manera que una cubierta desnuda en el inicio del proceso salía como un buque completo con tripulación al final del canal. Si era necesario, este proceso se podía hacer tan rápido como una hora; el Arsenal en una ocasión produjo más de 100 buques en menos de dos meses.

El siguiente cambio importante, la Revolución Industrial, comenzó en las islas británicas a principios del siglo XVIII. Una de sus causas fue el desarrollo de métodos agrícolas más eficientes que requerían menos tierra y menos campesinos para producir los alimentos necesarios.

Otra causa fue centralizar a los trabajadores, lo cual significaba que alguien, por lo común el dueño, controlaba todo, y en consecuencia los incentivos para mejorar los métodos de producción eran mayores.

En 1776 Adam Smith publicó el concepto de la división del trabajo en su libro *The Wealth of Nations /La riqueza de las naciones*). En lugar de que una persona terminara un producto, sugirió que cada uno fuera responsable de una parte del trabajo. Con la especialización aumentó el número de alfileres producidos por persona de 20 a 48 000 al día. Casi 50 años más tarde, Charles Babbage publicó (1832) *On the Economy of Machinery and Manufacturers /Sobre la economía de maquinaria y productores*), reafirmando la idea de la especialización del trabajo.

La especialización del trabajo incrementó el tamaño del mercado en todas las áreas. Conforme las personas se especializaban en sus tareas, dependían más de otros para producir artículos como ropa, zapatos y muebles, creando mercados más grandes. La urbanización produjo grandes ciudades llenas de trabajadores que necesitaban comprar cosas y tenían dinero para gastar, lo que aunado a una mejora del transporte, dio origen a mercados masivos que demandaban producción en masa.

El inicio del **sistema americano** se remonta al desarrollo del torno moderno realizado por Maudslay alrededor de 1800. El aspecto más importante del desarrollo de Maudslay fue que entonces algunas máquinas eran capaces de reproducirse a sí mismas; esto sorprendió a la industria de máquinas herramienta y tuvo un gran impacto en el desarrollo posterior de los sistemas de producción.

Al otro lado del Océano Atlántico, en América, ocurrían eventos fascinantes. Eli Whitney, inventor de la despepitadora de algodón, promovió la manufactura con partes intercambiables. Ampliamente reconocido como el primero en usar esta idea, se ha observado que el Arsenal de Venecia usó partes intercambiables en el siglo XV. Whitney usó dispositivos y artefactos para orientar y sostener partes que de esta manera podían hacer trabajadores menos calificados. Este sistema de manufactura, conocido como el *sistema americano*, fue adoptado por muchas fábricas.

La convergencia de partes intercambiables, especialización del trabajo, la potencia del vapor y las máquinas herramienta marcó el surgimiento del sistema americano, que fue el precursor de la producción en masa de hoy en día.

En 1903, Oldsmobile Motors creó una línea de ensamble estacionaria para producir sus automóviles. El número potencial de automóviles producidos por año se multiplicó por 10. En 1908, la Cadillac demostró que sus partes eran intercambiables. Embarcaron tres automóviles a Inglaterra y los desensamblaron. Mezclaron las partes y volvieron a ensamblarlos. En 1913, la Ford extendió estas ideas a una línea de ensamble en movimiento con partes intercambiables. Cada dos horas salía rodando de la línea de ensamble un automóvil modelo T con un precio razonable de 400 dólares lo que cambió al automóvil de ser un juguete para ricos a ser un producto para masas.

La línea de ensamble es el resultado lógico de la especialización de la mano de obra y del uso de capital para sustituir la mano de obra. No todas las fábricas se convirtieron en instalaciones de producción masiva. Las plantas que hacían una variedad de partes con poca demanda o productos hechos a la medida permanecieron sin cambio.

Las primeras teorías sobre administración surgieron en este ambiente, ya que los sistemas operativos requerían cumplir con demandas crecientes de producción. Al igual que con muchos

otros desarrollos históricos, es difícil señalar su inicio. Muchas personas contribuyeron al proceso, pero Henry Towne marca la avanzada. En 1886 mandó un artículo a la American Society of Mechanical Engineers en el que aseguraba que la administración de la planta era tan importante como la administración de la ingeniería.

Con frecuencia se da el nombre de padre de la administración científica a Frederick Taylor, quien comenzó como obrero en Midvale Steel, y después de realizar diferentes trabajos, ascendió en la jerarquía de la empresa hasta llegar a ingeniero jefe de planta. De su experiencia, Taylor sabía que el mejoramiento debe comenzar por los trabajadores. Sentía que la solución no era hacerlos trabajar más sino organizarlos mejor. La administración debía desarrollar los métodos de trabajo, enseñarlos a los trabajadores y supervisar para que los sigan.

Más tarde, en 1911, Taylor escribió un libro sobre sus teorías, *Principios de la administración científica (The Principles of Scientific Management)*. Su propósito al escribirlo era proporcionar ejemplos sencillos del desperdicio a través de la ineficiencia y demostrar que el remedio se encuentra en una mejor administración, no en trabajadores extraordinarios. Además, señaló que la mejor administración es una verdadera ciencia, basada en leyes, reglas y principios bien definidos, aplicables a toda empresa humana y que conducen a resultados sorprendentes.

El caso de la Eastern Rate en 1910 fue un instrumento de avance en la teoría de la administración científica. La Comisión Interestatal de Comercio atendió un caso en el que los ferrocarriles pedían un alza en las tarifas para solventar los crecientes costos. Taylor y otros impulsores de la administración científica (Towne, Gantt, Barth, F. Gilbreth y Emmerson) testificaron durante varios días sobre la ineficiencia de los ferrocarriles. Analizaron formas de reducir costos y elevar los salarios manteniendo las tarifas en el mismo nivel. Louis Brandeis, el abogado que representaba a los ferrocarriles, y los testigos expertos acuñaron el término de *administración científica*. Mediante la publicidad asociada con el caso, tanto el nombre como las teorías fueron ampliamente aceptados.

Conforme la administración científica ganó aceptación en Estados Unidos, Henri Fayol desarrolló sus propias teorías en Francia (Fayol, 1984). Fayol era un ingeniero que más tarde se convirtió en director administrativo de una gran empresa minera. Veía los problemas desde el nivel más alto y no desde la planta, como lo hacía Taylor. Fayol pensaba que una empresa tenía seis funciones: técnica (la capacidad de producción), comercial (comprar y vender), financiera (obtener y asignar dinero), seguridad (protección del personal y la propiedad), contable (llevar libros) y administrativa (planear, organizar, mandar, coordinar y controlar).

La contribución académica al desarrollo de la teoría administrativa llegó después. Entre 1924 y 1927, se estudiaron los niveles de producción de un pequeño grupo de trabajadores en Hawthorne Works de la Western Electric. La idea era cambiar las condiciones de trabajo una a la vez y medir la producción de los trabajadores. Primero se aumentó el nivel de iluminación y, como se esperaba, la producción aumentó. Lo inesperado ocurrió cuando la producción siguió aumentando al bajar el nivel de iluminación. El incremento continuó aun cuando la luz disponible parecía luz de luna. En este punto, se vio que el problema era más complicado de lo que se pensaba y llamaron a Elton Mayo, un profesor de Harvard y el primer académico que hizo contribuciones importantes a la administración de sistemas de producción. Las personas mencionadas antes estaban todos en la práctica. Mayo concluyó que los factores lógicos eran mucho menos importantes que los factores sociales en la motivación de los trabajadores. En esencia, la *atención* que obtuvieron los trabajadores hizo que se sintieran especiales y trabajaran más. De nuevo, la lección es que el factor humano es decisivo en los sistemas de producción.

# El ambiente competitivo

El Centro Nacional para las Ciencias de la Manufactura (NCMS, 1988) sugiere:

La competitividad es el grado en el que una nación puede, bajo condiciones de mercado libres y justas, producir bienes y servicios que cumplan con las pruebas de mercado internacionales, y simultáneamente mantener o ampliar el ingreso real de sus ciudadanos.

Se adoptará esta definición. El mercado global actual ha hecho que la competencia sea más importante que nunca. Así, se estudiará el desarrollo del ambiente competitivo desde la Segunda Guerra Mundial.

## 1.2.1 Posición en el momento

El consenso es que la competitividad estadounidense ha disminuido en los últimos años. Ahora, en lugar de dominar los mercados mundiales como venían haciéndolo desde la Segunda Guerra Mundial, las empresas estadounidenses están haciendo ajustes, no son líderes (Cohén, Zysman, 1987). Esta situación es desmoralizante si se piensa que las infraestructuras europea y japonesa fueron destruidas durante la guerra y la industria de los Estados Unidos llevaba la delantera.

## 1.2.2. El deterioro de la competitividad

Estados Unidos puede restablecer su competitividad industrial. Pero primero, debe entender los elementos que le llevaron al deterioro.

Después de la guerra, Estados Unidos ayudó a la recuperación de las arruinadas economías japonesa y europea. El Plan Marshall para la ayuda económica en Europa y el Plan MacArthur en Japón auxiliaron la reconstrucción de la infraestructura industrial de esos países. Los fabricantes estadounidenses no sólo proporcionaron bienes a través de estos planes, la falta de competencia abrió mercados en el resto del mundo para sus productos. Dentro de Estados Unidos, una población exhausta por la guerra y las privaciones estaba lista para comprar cualquier artículo. Al perfeccionar la manufactura, Estados Unidos logró resultados espléndidos en la producción e innovación. Esta era fue la de la producción en masa, y la administración impulsó la tecnología para proporcionar una producción eficiente en costos y bienes estándar de alta calidad. A su vez, los clientes compraban lo que se ofrecía; el mercado estaba garantizado. Esta situación de mercado es un **sistema controlado por la producción**. Se vendía lo que se fabricaba, el cliente tenía muy poca opinión o influencia. La eficiencia en la producción era lo importante.

Debido a factores de mercado, económicos y políticos, algunas compañías estadounidenses comenzaron a operar en otros países. Estas compañías recibieron el nombre de multinacionales. El creciente costo de la mano de obra estadounidense fue la causa de que las empresas salieran al extranjero, en especial al Lejano Oriente, donde la mano de obra era más barata y más productiva. La ventaja en costos obtenida se usaba para vender esos productos en el mercado nacional. El movimiento al extranjero hizo que esos países tuvieran después acceso local a los métodos de producción y técnicas administrativas americanas, y esto tendría un costo para Estados Unidos.

Este país llegó tranquilo a la década de 1970 sin reconocer el impacto de los cambios que tenían lugar en los mercados mundiales. Las compañías estadounidenses continuaron su pro-

ducción masiva eficiente de bienes estandarizados, cuando la demanda cambiaba a distintos niveles de calidad y precio. A principios de la década de 1980 algunas compañías comenzaron a responder al incipiente mercado global. Esta respuesta dio frutos, y esas compañías se dieron cuenta, en los 90, que la importancia de la producción en masa había disminuido. Aunque todavía se usa la producción en masa, la eficiencia en la producción ya no es la única consideración. La filosofía de la excelencia en la manufactura, o de la fabricación de clase mundial, sustituye ahora a la filosofía de la producción en masa.

Entre muchos cambios, el más importante ha sido el refinamiento de los clientes. El cliente es más exigente y busca más variedad, menor costo y calidad ejemplar. La estructura económica del mercado cambió de economía de escala (producción en masa) a economía de alcance (variedad). Esta economía de elección (Starr, 1988) da más importancia a la variedad que a los productos estandarizados. La idea de comprar un automóvil diseñado según el gusto individual respecto a potencia, color y características ha sustituido al síndrome del Ford negro modelo T. La industria se enfrenta a la difícil tarea de combinar la eficiencia de la producción en masa con la variedad artesanal de antes de la Revolución Industrial. El cliente determina la oferta, la industria sigue la demanda. La era del sistema controlado por la producción cambió a un **sistema controlado por el mercado**.

En un sistema controlado por el mercado, el cliente es la fuerza impulsora, al contrario de los sistemas controlados por la producción, en los que el cliente tenía muy poca influencia. Como resultado al responder a las demandas del cliente, el sistema controlado por el mercado opera según cambios dinámicos rápidos, al contrario del ambiente estable de los sistemas anteriores.

La competencia extranjera es un factor dominante en los sistemas controlados por el mercado. El avance más significativo es que el mundo se ha convertido en un mercado global, lo cual se ha acentuado después de los sucesos en Europa oriental y el Lejano Oriente. Más allá de la competencia local o regional de los 70, los fabricantes deben ahora competir no sólo con los países europeos y Japón, sino también con los del Lejano Oriente y América del Sur. Al crecer la competencia de regional a global, también lo hizo la naturaleza de la demanda. El mercado homogéneo (de la era de la producción en masa) se ha convertido en un mercado global heterogéneo fragmentado por la dinámica de la población. Al dejar un mercado en el que un producto sirve para todos, la competencia forzó la fabricación de productos que cumplieran con las necesidades y expectativas de cada consumidor. Los "mercados" no compran, los individuos lo hacen (Starr, 1988). Estos individuos demandan alta calidad y productos y servicios diseñados a la medida. Un mercado de **consumidores** ha evolucionado a un mercado de **prosumidores** [consumidores integrados al proceso de diseño (Starr, 1980)].

Otros factores de cambio en el medio ambiente se resumen como sigue (Skinner, copyright © 1985, John Wiley and Sons, Inc., reimpreso con permiso):

La era de la producción en masa está pasando. El sistema controlado por la producción del pasado ha sido sustituido por el sistema controlado por el mercado del presente y futuro. Los consumidores más refinados exigen opciones, calidad y menor costo (prosumidores en lugar de consumidores). • Han surgido la competencia global y los mercados heterogéneos.

La tecnología de la información ha cambiado la razón de ser y la naturaleza de los negocios.

Proliferan nuevos materiales, nuevos procesos de fabricación y nuevas tecnologías de producto.

Los ciclos de vida de los productos son más cortos.

- Los volúmenes de producto disminuyen y la variedad de productos aumenta.
- Los ciclos de desarrollo de nuevos productos se acortan.
- Una calidad de producto excelente combinada con un costo bajo es lo más importante.
- La mezcla de costos cambia, los costos generales, de material y de capital se elevan y los costos de mano de obra directa bajan.
- La cultura del trabajador, la demografía y la sociología del trabajo son distintos ahora que en la década de los 60.

En la sección 2 se analizarán los sistemas de producción con más detalle.

## SECCIÓN 1 EJERCICIOS

---

- 1.1. Defina el sistema de producción de la antigüedad.
- 1.2. Defina el sistema de producción feudal.
- 1.3. Defina el sistema de producción europeo.
- 1.4. Defina el sistema de producción americano.
- 1.5. Compare y establezca las diferencias de los cuatro tipos de producción más importantes.
- 1.6. Suponga que los trabajadores del Arsenal de Venecia trabajaban 14 horas al día, 6 días a la semana. De los 2000 trabajadores, 1800 eran mano de obra directa. Si se producían 100 barcos en 8 semanas, ¿cuántas horas-hombre se requerían para construir un barco?
- 1.7. ¿Cuál es el nuevo mensaje que Adam Smith expone en su libro *La riqueza de las naciones*?
- 1.8. ¿Cuál es la contribución de Whitney a los sistemas de producción?
- 1.9. Describa la evolución de la línea de ensamble.
- 1.10. ¿Cuál es el descubrimiento más importante de los experimentos realizados en Hawthorne?
- 1.11. Resuma la evolución del medio ambiente competitivo.
- 1.12. ¿Cuáles son las componentes principales de los sistemas controlados por el mercado?
- 1.13. Analice el impacto de los sistemas controlados por el mercado en la industria automotriz.

## 2 SISTEMAS DE PRODUCCIÓN

---

En el sentido más amplio, un sistema de producción es cualquier actividad que produzca algo. Sin embargo, se definirá de manera más formal como aquello que toma un insumo y lo transforma en una salida o producto con valor inherente. Un buen ejemplo de un sistema de producción es una empresa que fabrica lápices. El insumo es la materia prima como madera, grafito y pintura. La transformación consiste en cortar la madera en hojas, lijárla, hacer las ranuras, agregar la puntilla, unir las hojas, cortar en forma de lápiz y por último pintar el lápiz terminado. Los lápices son la salida. Al pensar en sistemas de producción vienen a la mente grandes operaciones de manufactura, pero otros sistemas son muy diferentes. Por ejemplo, la universidad es un sistema de producción. Los alumnos de primer ingreso son el insumo, la adquisición de conocimientos es la transformación y el producto es una persona con educación. Los sistemas de producción se pueden dividir en dos clases: de manufactura y de servicios. En la

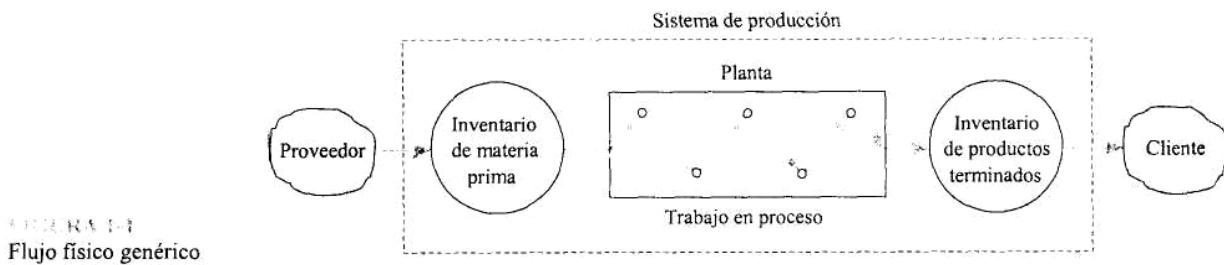
manufactura, por lo general, los insumos y productos son tangibles, y con frecuencia la transformación es física. Por otra parte, los sistemas de producción orientados a servicios pueden tener insumos/productos intangibles, como la información. Las transformaciones pueden no ser físicas, como la educación. Otra diferencia es que los bienes pueden fabricarse anticipando las necesidades del cliente, lo que con frecuencia no es posible en los servicios. La educación es un buen ejemplo; no se puede enseñar a los estudiantes antes de que se inscriban. Para simplificar, este análisis se limitará a sistemas de producción de bienes con fines de lucro.

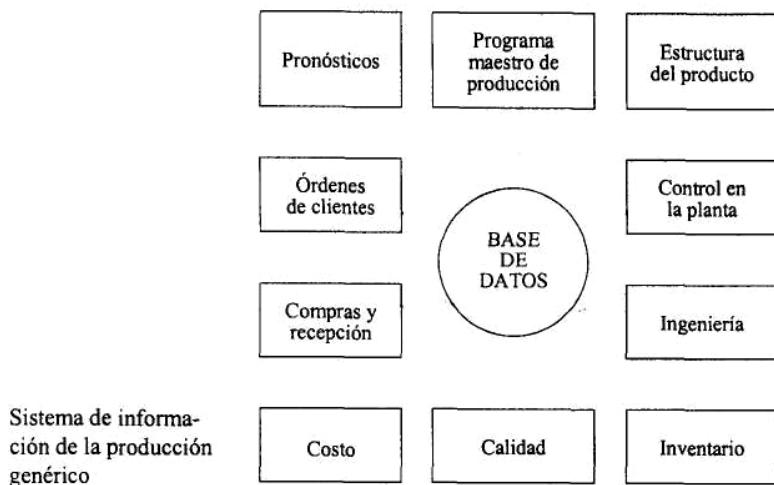
En los sistemas de producción, casi siempre se piensa en la porción que se puede ver, que es el proceso de transformación. Sin embargo, la mayor parte de los sistemas de producción son como los icebergs, la parte visible es sólo un pequeño fragmento del sistema. Para estudiar los sistemas de producción es necesario considerar muchas de sus componentes que incluyen productos, clientes, materia prima, proceso de transformación, trabajadores directos e indirectos y los sistemas formales e informales que organizan y controlan todo el proceso. Estas componentes llevan a acciones y decisiones que deben tomarse en cuenta para que un sistema de producción opere adecuadamente.

Se estructurará el análisis de los sistemas de producción alrededor de cuatro componentes diferentes: flujo de producción, construcción de bloques del sistema, tecnología y tamaño.

El alma de cualquier sistema de producción es el proceso de manufactura, un proceso de flujo con dos componentes importantes: materiales e información. El flujo físico de los materiales se puede ver, pero el flujo de información es intangible y más difícil de rastrear. Siempre han existido ambos tipos de flujo, pero en el pasado, se daba poca importancia al flujo de información. Como se mencionó, la nueva tecnología de la información ha dado otra forma a los sistemas de producción, de tal manera que el flujo de información es crítico.

En la figura 1-1 se muestra un modelo genérico del flujo físico en un sistema de producción. El material fluye desde el proveedor al sistema de producción para convertirse en inventario de materia prima, después se mueve a la planta donde tiene lugar la conversión del material. El material se mueve a través de diferentes procesos de transformación en las estaciones de trabajo pero no necesariamente va por la misma ruta cada vez. El material en la planta se conoce como inventario de trabajo en proceso (ITP). Al salir de la planta, el material se mueve a un sitio en donde se convierte en inventario de productos terminados. De ahí fluye hacia el cliente,





algunas veces a través de intermediarios como centros de distribución o almacenes. Observe que este análisis de sistemas de producción físicos incluye tanto al proveedor como al cliente. Se profundizará sobre este concepto en el siguiente capítulo.

La figura 1-2 muestra un sistema de información de la producción genérico. Una base de datos común da servicio a todas las funciones y actividades del sistema de producción, en cualquier lugar. El principio que rige es el de integración de la información. El resultado del flujo de información se ve en las terminales que se encuentran en el sistema de producción.

Para mostrar la complejidad de los flujos físicos y de información se considera la fabricación de televisores. Un televisor no es sólo un televisor; la demanda de los clientes incluye una variedad de tamaños, estilos y características. Los tamaños van de una portátil de 2" a las de 45" y pantallas de proyección más grandes. Los estilos incluyen portátiles, modelos de mesa y consolas. Las distintas características incluyen imagen en la imagen, entrada de cable, apagado programado, videocassetera integrada y sistema interactivo de disco compacto. Una planta debe poder fabricar una gama de los televisores demandados y no sólo un modelo estándar. El fabricante debe decidir cuándo y cuántos televisores de cada modelo hacer. Una vez que toma esta decisión la compañía debe proporcionar los insumos, que pueden ser la materia prima sin procesar (madera o plástico para la caja) o componentes complejas hechas en otro lado (cinescopios). Debe ordenarse la cantidad y calidad correctas para estos insumos y deben hacerse arreglos para la entrega a tiempo y el almacenamiento adecuado. Las personas, los procesos y los materiales se coordinan para asegurar que un producto de calidad se complete a tiempo y con bajo costo. Por último, el producto terminado se empaca y se manda al cliente. Aunque proporciona una idea de la complejidad del sistema, esta descripción simplificada ignora otras funciones de un sistema productivo, como la elección de tecnología, el mantenimiento del equipo físico, los aspectos financieros, la publicidad y mercadotecnia y la distribución.

La meta de los sistemas de producción es fabricar y distribuir productos. La actividad más importante para cumplir con esta meta es el proceso de manufactura, en el cual tiene lugar la con-

versión material de transformar materia prima en un producto. El proceso de manufactura se puede ver como un proceso que agrega valor. En cada etapa la conversión realizada (a un costo) agrega valor a la materia prima. Cuando este proceso de agregar valor termina, el producto está listo.

Para ser competitivo, la meta debe ser que la conversión de materiales cumpla, **de manera simultánea**, los siguientes objetivos:

**Calidad:** el producto debe tener una calidad superior (igual o mejor que la competencia).

**Costo:** el costo del producto debe ser menor que el de la competencia.

**Tiempo:** el producto debe entregarse a tiempo al cliente, siempre.

Existe interacción entre estos objetivos; por ejemplo, los clientes aceptan un precio más alto cuando el producto es único y menor calidad si los productos son más baratos.

Más adelante se profundizará sobre estos tres objetivos. Se introducen en este momento porque, en cierta forma, constituyen la esencia de este libro. Una compañía que cumple con estos objetivos de manera simultánea, se encuentra, en cuanto a producción, en una posición competitiva.

Aunque existen muchos elementos que apoyan el logro de estos objetivos, aquí sólo se analizarán dos: la estructura física y la organizacional.

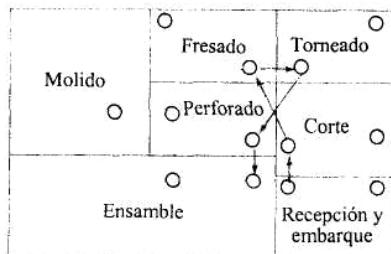
### **2.2.1 Estructura física**

El proceso de conversión de materiales se lleva a cabo en la planta de producción, que está diseñada para facilitar la conversión. El volumen de producción y la variedad de productos determina el tipo de diseño, o **distribución de planta (layout)**. Considere por ejemplo un fabricante de sillas. Se puede intuir que el proceso de manufactura para hacer 50 sillas idénticas sería distinto a uno para producir 50 000 sillas. Además, producir el mismo número de sillas de cinco tipos distintos sería un problema complejo. Para cumplir con esta variedad de necesidades han surgido dos tipos de distribución de planta diferentes en esencia: el **taller de producción intermitente y la planta de producción continua**.

**La producción intermitente** fabrica un volumen bajo de productos según pedido, como 25 sillas de tres modelos diferentes. La producción intermitente tiene varios elementos en común. Los trabajadores deben estar capacitados para hacer varios productos. De manera similar, casi siempre se usa equipo para propósitos generales que puede manejar, dentro de ciertos límites, distintos tipos de trabajos. Por ejemplo, una máquina de coser es equipo de propósitos generales para la industria de la ropa. La última característica de un taller intermitente es que cada trabajo sigue su propia trayectoria o ruta en la planta.

Una distribución de planta representativa para un taller de producción intermitente es una **distribución por proceso** en la que se agrupan máquinas similares. Por ejemplo, en un taller de maquinado (el taller clásico), los tornos se colocan en un área y las fresas en otra, como se muestra en la figura 1-3. También se muestra la ruta que siguen dos trabajos distintos en esta distribución. Es evidente que al aumentar la variedad de productos las rutas se complican. Aun cuando puede ser difícil administrar un taller intermitente, una gran parte de la producción se realiza en este tipo de diseño.

Una **planta de producción continua** fabrica un alto volumen de productos estandarizados. La industria automotriz es un buen ejemplo. Una línea de ensamble mantiene el flujo de



**FIGURA 1-3**  
Distribución por proceso o funcional

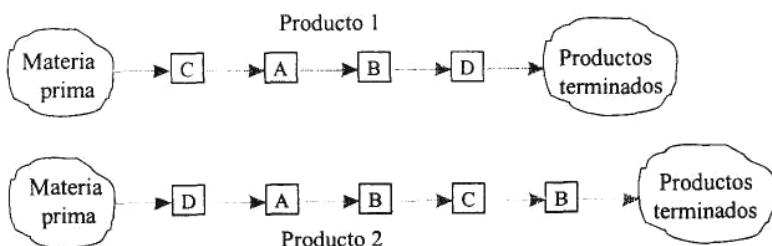
materiales, puede producir cientos de miles de automóviles de un modelo dado, y la producción puede durar años. Los trabajadores usan equipo especializado, necesitan pocas aptitudes y pueden realizar menos tareas que en el taller de producción intermitente.

Cada producto en el flujo de producción sigue la misma secuencia de operaciones. La secuencia de fabricación o las operaciones de ensamble requeridas por el producto determinan la distribución. Una planta de producción continua emplea una **distribución por producto**. El equipo se coloca de manera que el producto siempre siga la misma ruta a través de la planta (figura 1-4). Además de la industria automotriz, los fabricantes de electrodomésticos y productos electrónicos usan la distribución por producto. La administración de una planta de producción continua difiere de la del taller intermitente. En lugar de la programación diaria, el problema crítico es establecer y balancear las tareas que se realizan en la línea de ensamble para asegurar una operación estable.

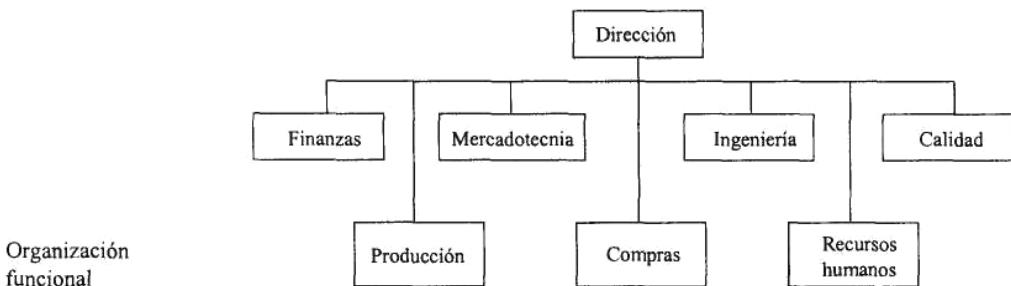
Entre estos extremos de plantas productivas se encuentra un híbrido, la **planta de producción por lote**. Este tipo de planta no produce volúmenes altos; produce en lotes que varían en tamaño desde unas cuantas a miles de unidades. Es posible realizar cierto grado de producción por pedido, aunque no tanto como en el taller intermitente.

En ocasiones se puede hacer un solo producto por pedido. Este sistema de producción es un **taller de producción por proyecto**; su producto es un trabajo de una sola vez. Esta distribución es un caso extremo de un taller intermitente que hace un producto único hecho a la medida. Un taller de proyectos usa una **distribución por posición fija**. El producto (barcos, aviones) se queda en un lugar y el equipo se mueve hasta él.

Así como el taller de proyectos es una versión extrema de la producción intermitente, el **taller de producción de flujo continuo** es una extensión radical de la planta de producción continua. El taller de flujo continuo se caracteriza por una circulación continua, como en la industria del petróleo y la química. No se producen unidades discretas sino que los líquidos que fluyen por tuberías sufren una transformación química para convertirse en el producto final. Debido a que nos ocuparemos sólo de la producción discreta, no se prestará más atención a los talleres de producción continua.



**FIGURA 1-4**  
Distribución por producto



Las últimas distribuciones físicas que existen son las **plantas modernas**. Éstas se clasifican como sistemas de producción integrada (IPS) y los tres tipos principales son: sistemas de manufactura en células (CMS), sistemas de manufactura flexible (FMS) y manufactura integrada por computadora (CIM). Las plantas modernas se estudian en el capítulo 2.

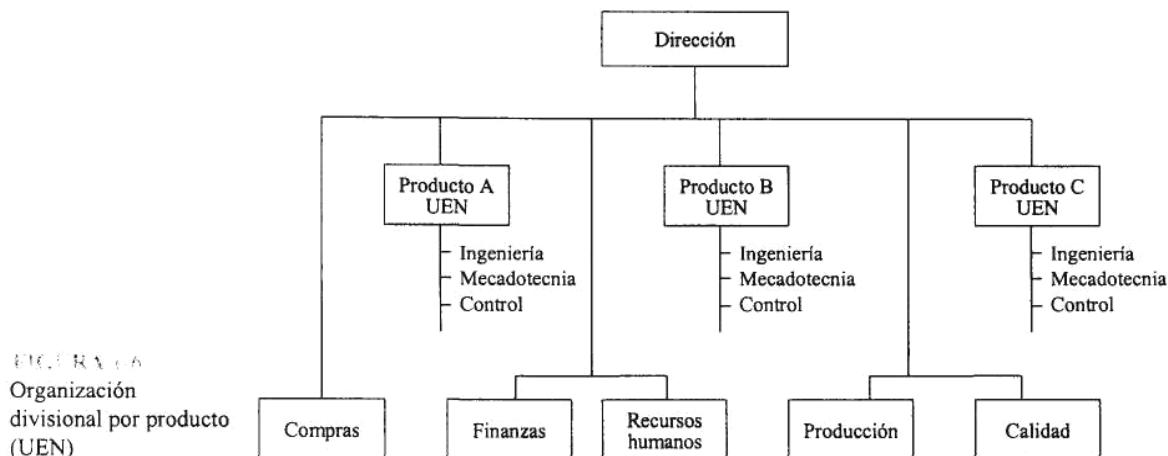
La meta de las organizaciones es subdividir las tareas complejas en componentes más simples mediante la división del trabajo. El diseño de una estructura para lograrlo toma en cuenta dos aspectos principales: cómo dividir el trabajo y cómo coordinar las tareas resultantes (Hax y Majluf, 1981). La organización de una industria afecta su sistema de producción, de manera que debe comprenderse el ambiente organizacional. Existen tres tipos de estructuras organizacionales: funcional, divisional y matricial.

Las estructuras funcional y divisional son clásicas, pero opuestas. La estructura **funcional** se construye alrededor de los **insumos** usados para lograr que se realicen las tareas de la organización. Estos insumos se agrupan según la especialización de las funciones, por ejemplo, ingeniería, producción, finanzas, mercadotecnia, recursos humanos, calidad, etc. En la figura 1-5 se muestra un organigrama funcional simplificado. Una gráfica más completa dividiría cada función en sus subfunciones.

La estructura **divisional** se construye alrededor de la **salida** generada por la organización. Lo más común es que la organización se estucture alrededor de sus productos. Sin embargo, una estructura divisional se puede construir según sus proyectos, servicios, programas, clientes, mercados específicos o localización geográfica. En la actualidad una estructura divisional se conoce como *unidad estratégica de negocios* (UEN). En la figura 1-6 se puede ver una estructura divisional por producto. Cada unidad estratégica de negocios tiene funciones separadas de ingeniería (que incluyen investigación y desarrollo), mercadotecnia y control. La función de control tiene una gran importancia para la unidad estratégica de negocios. Otras funciones como producción o compras pueden o no quedar centralizadas.

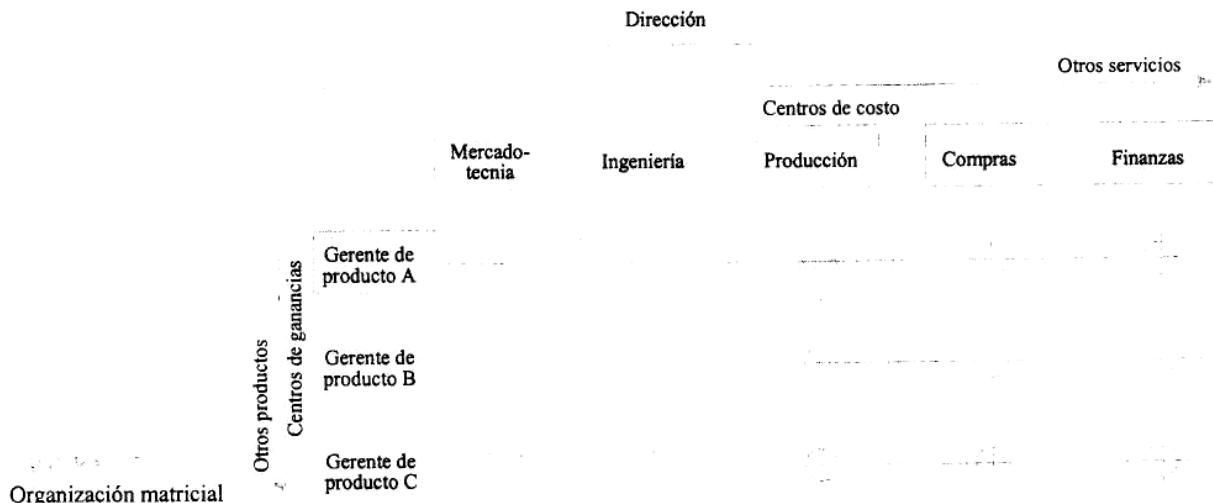
Los administradores en una organización funcional tienen autoridad limitada con responsabilidad. En la estructura de unidades estratégicas de negocios tiende a tener más responsabilidad que autoridad. Por otro lado, una organización en unidades estratégicas de negocios está más orientada al cliente y, por lo tanto, es más común en los sistemas orientados al mercado.

Tanto la estructura divisional como la funcional están diseñadas en una dirección ya sea de los insumos o de los productos, esto mantiene una jerarquía de "una persona, un jefe" en toda la empresa. Una organización **matricial** se estructura alrededor de dos o más conceptos centrales



de diseño. Una persona puede tener más de un jefe, lo que lleva a cierta ambigüedad dentro de la organización. En una organización matricial un gerente de proyecto o de producto es responsable de que se termine el proyecto o del desarrollo exitoso y venta del producto. El gerente de proyecto no tiene control directo sobre los recursos y debe contratar a otras funciones de la organización para realizar cada una de sus componentes. En la figura 1-7 se muestra una organización matricial por producto. Ilustra la manera en que surge una situación de dos jefes. Un empleado de un departamento funcional también es responsable ante el jefe del proyecto; el efecto es que el empleado tiene dos jefes. Es difícil manejar organizaciones matriciales y por lo general se encuentran en organizaciones de investigación y desarrollo.

Estos tres tipos de organización son estructuras puros. En la realidad una organización puede ser un híbrido de dos de ellas o de las tres. El patrón dominante en un híbrido se puede analizar hasta encontrar los modelos puros.



En la sección 1.2 se analizó la evolución de los sistemas de producción controlados por el mercado. Con estos sistemas surgió un nuevo paradigma de la producción: los llamados productos o industrias de alta tecnología. En esta sección se profundizará en este paradigma y su impacto en los sistemas de producción.

Aunque es difícil llegar a un acuerdo sobre la definición de la industria de alta tecnología, es evidente que los adelantos tecnológicos aumentan de manera constante. Igualmente claro es que estos adelantos causan cambios básicos en los productos, procesos y técnicas administrativas. Para incorporar y aprovechar los adelantos tecnológicos e ingresar al dominio de la alta tecnología, la industria debe aceptar dos realidades:

- Estos avances son importantes e incluyen un cambio en el capital y en las habilidades complementarias.

Estos avances requieren de manera inherente un compromiso con el cambio continuo (Diván y Chakraborty, 1991).

En la actualidad ciertos productos o industrias se reconocen como de alta tecnología; por ejemplo, la industria de la aviación y naves espaciales, la electrónica, las telecomunicaciones, la de las computadoras, la farmacéutica, la óptica y la de materiales compuestos. Para adentrarnos en este estudio se requiere una definición más específica. Diván y Chakraborty (1991, p. 23) identifican tres criterios usados para clasificar las industrias como de alta tecnología.

Los gastos en investigación y desarrollo son más altos que un porcentaje mínimo sobre ventas.

La proporción de personal científico y tecnológico sobre el total de empleados es mayor que cierto nivel.

- El producto tiene cierto grado percibido de refinamiento tecnológico.

El tercer criterio es subjetivo y es la razón por la que se incluyeron algunas industrias en la lista anterior. Los dos primeros son más objetivos. La oficina de estadísticas del trabajo [Bureau of Labor Statistics (1982)] ofrece definiciones para obtener un valor más específico para estos cocientes. Observe que estos dos criterios no dependen del producto. La suposición tácita es que el producto de alta tecnología crea un medio ambiente independiente del producto mismo. Cada vez más industrias que tradicionalmente se percibían como de baja tecnología cambian a la alta tecnología. Por ejemplo, la industria del zapato es cada vez más compleja con una alta inversión en investigación y desarrollo y procesos automatizados.

¿Qué impacto tiene la alta o baja tecnología en un sistema productivo? Como se hizo notar, un producto de alta tecnología tiene impacto en todo el ambiente de producción y requiere un cambio constante. Por lo tanto, la planeación, administración y control de la producción no pueden permitirse atrasos. Para fabricar un producto de alta tecnología, todas las actividades de apoyo deben adquirir el mismo refinamiento que el ambiente de alta tecnología.

El ambiente de baja tecnología puede no requerir actividades de soporte complejas, pero no están excluidas. *Confrecuencia, las industrias de baja tecnología se pueden beneficiar con las técnicas de planeación y control de la producción sofisticada.* Los enfoques que se estudian en este libro se aplican tanto a las industrias de alta tecnología como a las de baja tecnología.

## **2. 4 Tamaño de la organización**

Las organizaciones difieren en tamaño y alcance, y estas diferencias tienen un impacto en los sistemas de producción. Se examinarán tres aspectos de este impacto: el proceso físico, el proceso administrativo y las decisiones de administración de la producción.

No importa el tamaño de la organización, el proceso físico en cada sistema productivo es de naturaleza similar. El flujo físico genérico (figura 1-1) y la distribución de planta correspondiente tiene mucho en común para cualquier tamaño de organización. La diferencia estriba en la complejidad relativa. Las organizaciones pequeñas tienen un flujo de materiales bastante directo, ya que tienen un volumen de productos y variedad limitados. Las organizaciones grandes con una mezcla de productos más amplia pueden tener muchas rutas de flujo dentro del sistema productivo. Aunque la localización física puede ser distinta, cada flujo específico sigue el patrón general descrito.

Ya se hizo notar que las estructuras organizacionales varían. El proceso administrativo es diferente en las empresas grandes en contraste con el de las pequeñas. Cada organización tiene un proceso administrativo distinto, aun cuando los procesos físicos sean en esencia iguales. La diferencia más importante surge en el flujo de información y el proceso de toma de decisiones correspondiente. En una organización funcional las decisiones están más centralizadas que en las unidades estratégicas de negocios. Debido al tamaño, las decisiones en una empresa pequeña son más centralizadas.

Las decisiones de administración de la producción constituyen otro elemento de interés. Estas decisiones son prácticamente las mismas en cuanto a su contenido en cualquier tipo de organización. La generación de un pronóstico de demanda futura, los planes de preparación de la producción y la compra de materiales son decisiones genéricas que se toman en compañías de todos los tamaños. Aún más, se usa el mismo tipo de herramientas para administrar la producción. De nuevo, la diferencia está en la complejidad y el alcance. En una compañía pequeña, un pronóstico o un plan de producción se pueden generar en una computadora personal con un paquete sencillo. Una organización grande puede necesitar software y hardware más complejos para las mismas actividades.

La diferencia más importante entre las organizaciones industriales pequeñas y grandes es el flujo de información y el proceso de toma de decisiones que se emplea y no el flujo físico.

## **SECCIÓN 2 EJERCICIOS**

- 1.14. Defina un sistema de producción.
- 1.15. Identifique un sistema de producción de su elección y defínalos.
- 1.16. ¿Cuáles son las cuatro componentes principales de un sistema de producción?
- 1.17. Considere un sistema productivo que fabrica bicicletas. Identifique el flujo de materiales y el flujo de información.
- 1.18. Explique las dificultades que existen para cumplir simultáneamente con los tres objetivos de conversión de materiales.
- 1.19. Analice las interrelaciones entre una planta de producción continua, un taller intermitente, la distribución por proceso y la distribución por producto.
- 1.20. "En una organización divisional se prefiere la efectividad en el mercado a costa de alguna ineficiencia interna." Establezca si está o no de acuerdo con esta afirmación y explique por qué.
- 1.21. ¿Por qué son comunes las organizaciones matriciales en ambientes de investigación y desarrollo?

- 1.22. Proponga un organigrama para el Arsenal de Venecia.
- 1.23. Proponga una distribución de planta posible para el Arsenal de Venecia.
- 1.24. Establezca si los siguientes productos son de industrias de alta o baja tecnología y haga un análisis: muebles, derivados de leche, cosméticos, bicicletas, refrescos.
- 1.25. Analice la siguiente afirmación: "La diferencia principal entre las organizaciones industriales grandes y pequeñas es el flujo de información y el proceso de toma de decisiones empleado y no la naturaleza del proceso físico."

### **3 TECNOLOGÍAS PARA LA ADMINISTRACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Para este momento nos damos cuenta de que los sistemas de producción son complejos y requieren administrarse. Las tecnologías de administración de la producción comprenden muchos aspectos; algunos de ellos son comportamiento, tecnología de procesos, calidad y planeación y control de la producción (PCP). Se dedicará la atención a PCP porque es una parte significativa de esta tecnología de administración de la producción y el tema más importante de este libro. Se examinará la evolución de la tecnología de PCP, se definirá la vasta área que representa, se introducirá el concepto de ciclo de vida del producto y se analizarán las tecnologías pertinentes.

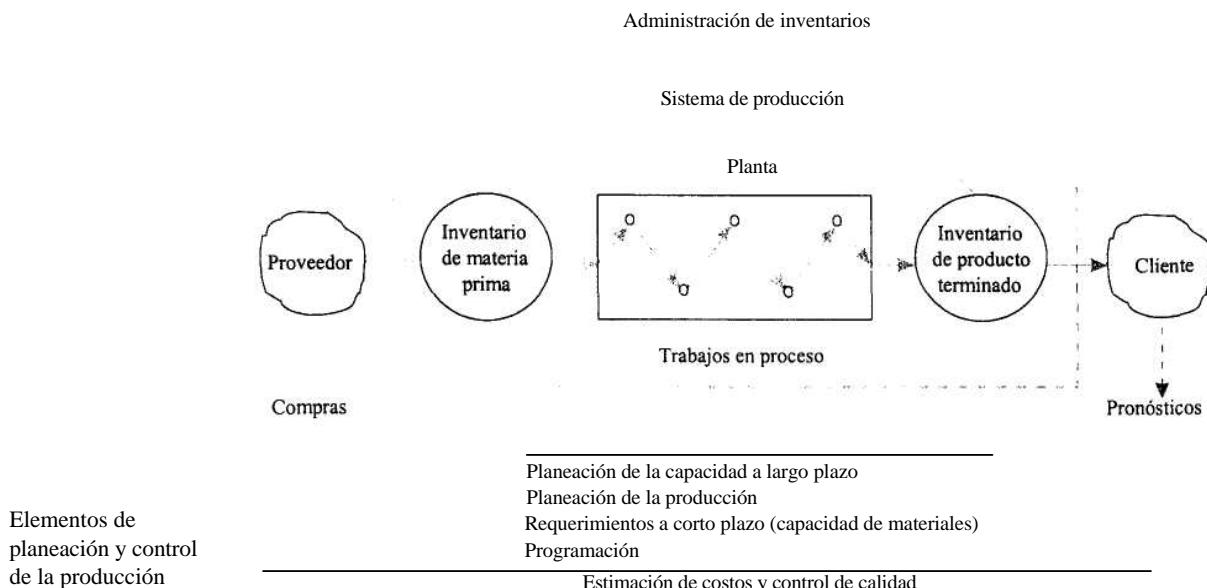
#### 3.1 Evolución

Ya se estudiaron las contribuciones de los pioneros en administración como Taylor y Fayol. Taylor abrió el camino del análisis orientado a las operaciones. Gantt, su contemporáneo y asociado, agregó otra dimensión al trabajo de Taylor al reconocer que un proceso es una combinación de operaciones. Desarrolló un método rudimentario para programarlas, la gráfica de Gantt. Esta gráfica se usa actualmente y maneja problemas de programación y el ambiente de los proyectos. En el capítulo 8 se estudian las gráficas de Gantt con más detalle.

En la misma época, Frank y Lillian Gilbreth (Gilbreth and Gilbreth, 1917) trabajaron en equipo para desarrollar más el campo del análisis de las operaciones. Dieron origen a la idea de que las operaciones se pueden desglosar en componentes de trabajo independientes, como tomar, buscar y soltar. Al unir estas componentes en diferentes formas se crean las operaciones. Su trabajo es una base para los estándares de tiempo predeterminados que se usan para estimar tiempos de operación, datos importantes para la planeación y el control de la producción.

Shewhart propuso uno de los primeros enfoques cuantitativos para PCP. En la década de 1920 desarrolló una teoría organizada de control de calidad estadístico aplicado a las operaciones de manufactura. Su razonamiento para manejar la variación fue una novedad que sustituyó los enfoques determinísticos usados hasta el momento.

El siguiente paso en PCP cuantitativos fue la investigación de operaciones (10). La IO tuvo sus inicios en la Gran Bretaña durante la Segunda Guerra Mundial como un subproducto de los esfuerzos de los países aliados por desarrollar métodos más poderosos para manejar problemas de operación complejos. Después de la guerra, la IO continuó su desarrollo y cada vez se aplicaba con más frecuencia en medios no militares como los sistemas de producción. La computadora dio un impulso adicional a esta aplicación, y hoy la investigación de operaciones y la



Elementos de planeación y control de la producción

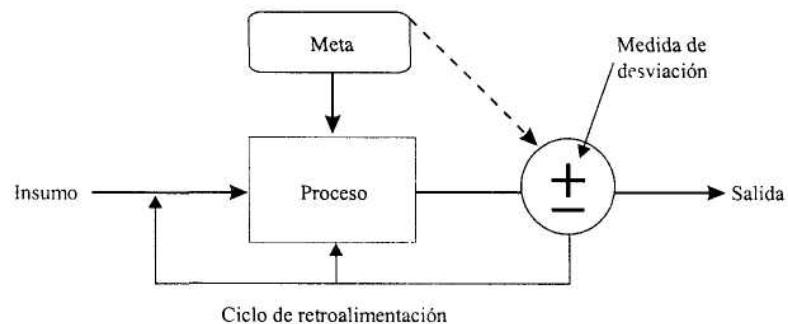
tecnología de las computadoras son herramientas importantes en planeación y control de la producción.

La tecnología de planeación y control de la producción combina los flujos físicos y de información para administrar los sistemas de producción. Igual que cualquier unidad compleja, PCP consta de varios elementos. En la figura 1-8 se colocaron estos elementos en el flujo físico de un sistema de producción.

Los elementos están colocados en varios lugares a lo largo de la ruta del flujo. No se muestra la interacción entre ellos. La función de PCP integra el flujo de material usando la información del sistema. La integración se logra a través de una base de datos normal (figura 1-2).

La interacción con el ambiente externo se logra pronosticando y comprando. El pronóstico de la demanda de los clientes da inicio a la actividad de planeación y control de la producción. Las compras comunican al sistema de producción los insumos proporcionados por los proveedores externos. El extender la planeación y control de la producción a los proveedores y clientes se conoce como **administración de la cadena de proveedores**.

Algunos elementos están asociados con la planta misma. La planeación a largo plazo de la capacidad garantiza que la capacidad futura será adecuada para cumplir con la demanda futura, y puede incluir equipo, personal y también materiales. Esta decisión se toma con la ayuda de una técnica llamada planeación agregada. La planeación de la producción transforma los pronósticos de demanda en un plan maestro de producción, el cual toma en cuenta la disponibili-



**FIGURA 1-9**  
Ciclo de control de retroalimentación

dad global de capacidad y materiales. La planeación detallada genera los requerimientos inmediatos de los materiales y la capacidad, y realiza una programación de la producción a corto plazo. Adicionalmente, la administración del inventario mantiene y controla la materia prima, el trabajo en proceso y los bienes terminados. La estimación y control de costos y el seguimiento de la calidad incluyen todas las componentes del sistema de producción.

Muchos de estos elementos se relacionan con actividades efectuadas por otras funciones, por ejemplo, el departamento de compras o la función de producción. PCP hace exactamente lo que su nombre dice: planea y controla la producción. Para entender cómo se hace esto, se usa un ciclo de retroalimentación (figura 1-9).

El corazón del ciclo es un proceso; puede tratarse de compras, producción, costos, inventario, etcétera. Cada proceso individual tiene una entrada y una salida específicas. En el proceso de inventarios, el material que fluye entra y sale. La diferencia en las tasas de flujo determina el nivel de inventario. Cada proceso tiene una meta, de nuevo específica. La meta de producción puede ser un plan de producción, mientras que la de costos puede ser operar dentro de cierto nivel de costos.

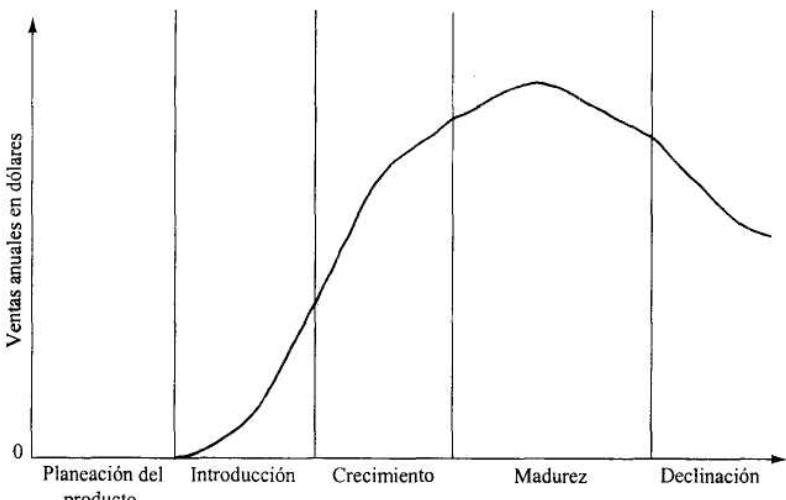
Se mide la salida del proceso actual y se compara con la meta. Cualquier desviación retroalimenta al proceso o su entrada. El control de la desviación hace que cambie el proceso o la entrada. Las funciones principales de PCP son establecer las metas y medir las desviaciones. Entonces, la esencia de la planeación y control de la producción consiste en la **administración de las desviaciones** al mismo tiempo que las metas son consistentes con las de la organización. La meta es la optimización de los sistemas, y no la optimización de sólo un elemento.

### 3.3 Ciclo de vida de un producto

El ciclo de vida de un producto describe la evolución del producto según lo miden las ventas a través del tiempo. Las cinco etapas de la vida de un producto son planeación del producto, introducción, crecimiento, madurez y declinación. La figura 1-10 muestra las ventas en cada etapa.

*La planeación del producto* es la etapa de desarrollo en que se determinan tanto el diseño del producto como su proceso de producción. No hay ventas en esta etapa.

*La introducción* representa un periodo de bajo volumen de ventas. El producto se refina y comienzan los esfuerzos de comercialización.



**FIGURA 1-10**  
Ciclo de vida de un producto

En la etapa de *crecimiento* el producto crece con rapidez y hay un aumento acelerado en las ventas. Este periodo es difícil para la organización de la manufactura que tiene que cumplir con el incremento en el volumen de ventas.

En la *madurez* se observa una disminución en la tasa de crecimiento, conforme se va saturando el mercado. La demanda es estable y puede declinar poco a poco.

Se ve una baja en la demanda del producto en la etapa de *declinación*. El producto ha sido remplazado por nuevos productos. Las ventas y las utilidades disminuyen y, en algún momento, se detiene la producción.

Ni los ciclos de vida ni la duración de cada etapa son iguales para todos los productos. Para algunos el ciclo de vida puede ser corto (varios años para productos de alta tecnología o una temporada para artículos de moda). Otros productos pueden sobrevivir años. Si se modifica un producto puede alargarse su ciclo de vida. Como se estudiará en la siguiente sección, las distintas etapas del ciclo de vida de un producto requieren que varíe la administración de la tecnología.

### 3.4 Tecnología apropiada

Reflexionemos en lo que se ha aprendido hasta ahora. Los sistemas de producción son complejos, tienen el mismo flujo material genérico pero diferente flujo de información, pueden ser de alta o baja tecnología y sus procesos de toma de decisiones dependen de su tamaño. Una complicación más se ve cuando se toma en cuenta el ciclo de vida del producto.

Las tecnologías de administración de la producción representan la base del conocimiento desarrollado a través de los años para manejar este medio complejo. Esta base de conocimiento usa técnicas que han surgido para resolver diferentes tipos de problemas.

La cuestión es seleccionar la mezcla adecuada de tecnologías de administración de la producción, esto se estudiará en capítulos posteriores, después de presentar por separado cada

tecnología. Por ejemplo, se analizarán los pronósticos en el capítulo 4, se relacionarán con el inventario en el capítulo 6 y más adelante se integrarán al estudiar la planeación de requerimientos de materiales en el capítulo 7. Estas técnicas representan el enfoque "científico" para seleccionar la tecnología. En la realidad, lograr una asociación exitosa entre la tecnología y el problema es tanto un "arte" como una ciencia. Se necesita experiencia; sin embargo, existen ciertos consejos que pueden ayudar al enfrentarse con la elección.

Inicialmente, se debe estar consciente de que las distintas etapas del ciclo de vida del producto pueden requerir técnicas diferentes. Es común que las etapas de planeación e introducción del producto (figura 1-10) abarquen actividades tipo proyecto. Así, es apropiado el enfoque de administración de proyectos (capítulo 9). Además, en esta etapa se hacen pronósticos a largo plazo y debe planearse la capacidad (capítulos 4 y 5). Durante la etapa de crecimiento deben usarse modelos dedicados a cambios dinámicos. En esta etapa se puede introducir, por ejemplo, MRPII (capítulos 7 y 10) y realizar una programación detallada de la producción (capítulo 8) y la administración del inventario (capítulos 6 y 7). La etapa de madurez requiere que se usen estas técnicas, pero dando más importancia a los modelos estáticos que a los dinámicos. La situación cambia cuando se llega a la etapa de declinación; se vuelve dinámica de nuevo, aunque esta vez para decrecer.

La mezcla adecuada depende también del tipo de organización con la que se trabaja. Como se vio, deben considerarse tanto las disposiciones físicas como las organizacionales y el grado de refinamiento técnico.

Una guía esencial al diseñar un sistema de PCP es la frase "sencillo y bello". Esto no es tan simple como suena; es trivial encontrar una solución complicada para un problema sencillo. Sin embargo, se requiere un mayor esfuerzo para encontrar una solución sencilla para un problema complicado. En la mayoría de los casos, con el tiempo, la solución más sencilla será la mejor.

La etiqueta del precio de implantar tecnologías de administración puede ser grande o pequeña, ya sea por el tiempo invertido o por los costos. Por ejemplo, instalar un sistema MRP II puede costar de unos cuantos miles de dólares a varios cientos de miles. La regla es no gastar más de lo que se puede ganar, que es otra manera de establecer una ley básica de economía, la de los rendimientos devaluados. En forma más precisa, se gasta sólo hasta el punto en que los costos marginales son iguales a los rendimientos marginales. Habiendo examinado aquello que puede ayudar a la toma de decisiones, se estudiarán los tipos de decisiones.

- 1.26.** Considere la producción de lápices descrita en la sección 2. Dibuje el flujo físico para este proceso de producción e identifique la manera en que interactúan los elementos de PCP con ese flujo físico en el medio ambiente específico.
- 1.27.** Utilice el ciclo de control de retroalimentación para analizar el inventario de lápices terminados para el proceso de producción de lápices si la meta para el nivel de inventario es 1000 lápices.
- 1.28.** Repita el ejercicio 1.27 para el proceso de producción, pero suponga que la producción semanal se planea en 10 000 lápices.
- 1.29.** Analice los aspectos de la "administración de las desviaciones" respecto a las metas de los ejercicios 1.27 y 1.28.
- 1.30.** Estime el ciclo de vida de los siguientes productos: computadoras personales, relojes de pulsera, diamantes, automóviles, libros de texto universitarios, revistas, obras de Broadway.





## **5. RESUMEN**

---

Este capítulo es una introducción a los sistemas de producción. En él se establece el escenario para el resto del libro. Se describió el mundo como un sistema comercial abierto donde la competencia global es un factor primordial. Los sistemas de producción tienen un lugar en este mercado global.

Después se identificaron cuatro etapas importantes en la evolución de los sistemas de producción. El sistema antiguo tuvo sus inicios alrededor de 5000 a.C. cuando los sacerdotes sumerios comenzaron a registrar inventarios. Un milenio más tarde los egipcios introdujeron los conceptos administrativos básicos de organización, administración y control. En 1500 a.C. los hebreos usaban el principio de excepción y en 350 a.C. los griegos adoptaban la especialización del trabajo.

El sistema feudal fue un producto de la Edad Media con su sistema de producción doméstico.

El sistema de la fábrica europea surgió durante el Renacimiento, como se ve con el desarrollo del Arsenal de Venecia. Sin embargo, el desarrollo más importante de esta era fue la Revolución Industrial en las islas británicas a principios del siglo XVIII que dio origen a la teoría de la administración de la producción. Adam Smith desarrolló, en su libro *La riqueza de las naciones*, el principio de la división del trabajo.

El sistema de la fábrica americana surgió cuando Eli Whitney usó partes intercambiables y dispositivos. La línea de ensamble y la producción en masa fueron también producto de esta era.

La administración científica fue el punto de despegue del sistema americano. Por defender la idea de que la administración es una ciencia basada en principios y leyes bien definidos, Frederick Taylor se considera el fundador de la administración científica. Fayol también hizo grandes contribuciones. Dos puntos sobresalientes en su desarrollo fueron el caso de Eastern Rate en 1910 y los experimentos Hawthorne en la década de los 20.

Dominante durante dos décadas de la posguerra, el sistema americano fue un sistema controlado por la producción que suponía el mercado garantizado. La complacencia estadounidense los llevó a ignorar el surgimiento de las potencias industriales competitivas, en especial Japón. El papel del mercado en los sistemas de producción ganó importancia y condujo a los sistemas controlados por el mercado. La competitividad estadounidense declinó hasta principios de los 80 cuando inició su resurgimiento. La era de la producción en masa declinó, y vino la era de los sistemas controlados por el mercado. Este cambio fue el resultado de la creciente exigencia del consumidor.

Los sistemas de producción estaban definidos formalmente como "aquellos que toma insumos y los transforma en productos con valor inherente". Esta definición cubre tanto la manufactura como el servicio, aunque aquí se limitará el estudio a sistemas de manufactura lucrativos.

Lo más valioso del sistema de producción es el proceso de manufactura. Es un proceso de flujo compuesto por dos elementos principales: flujo (físico) de materiales y flujo de información. Un sistema de fabricación de televisores demuestra lo complejo que pueden ser los flujos físico y de información. De este proceso se vio que los sistemas de producción son como los icebergs: sólo una pequeña parte del sistema es visible.

Cualquier sistema de producción debe cumplir tres objetivos simultáneos: calidad, costo y tiempo. Existe un orden físico y uno organizacional para apoyar estos objetivos. El orden físico

maneja la producción en la planta, la cual puede ser intermitente, en línea, por lotes, por proyecto, continua o moderna. Las primeras dos son tradicionales, la última adquiere una aceptación creciente.

Dos órdenes organizacionales, clásicos y opuestos, son el funcional y el divisional (UEN). La organización matricial representa un híbrido de los anteriores y rompe la regla de "una persona, un jefe". Estos tres tipos de estructura organizacional son estructuras "puras". En la realidad, la estructura de una organización puede ser el resultado de una mezcla de dos o de las tres.

Los sistemas de producción también se pueden clasificar como de alta o baja tecnología. Se presentaron tres criterios para distinguir los sistemas de alta tecnología. En ellos no se pueden retrasar ni la planeación de la producción, ni la administración, ni el control. Con frecuencia, los sistemas de baja tecnología se pueden beneficiar con el uso de técnicas refinadas de planeación y control de la producción.

Aunque las organizaciones difieren en tamaño y alcance, el flujo físico genérico y las distribuciones correspondientes difieren sólo en la complejidad relativa. Las diferencias en el nexo de información afectan el proceso de toma de decisiones de la administración.

Las tecnologías de administración de la producción son herramientas necesarias para dirigir los sistemas de producción. La herramienta principal es la planeación y control de la producción (PCP). Entre los pioneros de PCP se encuentran Gantt, los Gilbreth, Shewhart y quienes desarrollaron la investigación de operaciones durante y después de la Segunda Guerra Mundial.

PCP es un sistema de información basado en el flujo de materiales integrado. Algunos elementos afectan una parte del flujo físico y otros el proceso total. El proceso de planeación y control se basa en el ciclo de retroalimentación de la teoría de control, y la esencia de PCP es la administración de las desviaciones.

Las tecnologías de administración de la producción consisten en varias técnicas para resolver distintos problemas con profundidad diferente. El "arte" y la "ciencia" radican en la selección adecuada de la mezcla de estas tecnologías. Cada etapa en el ciclo de vida de un producto puede requerir una tecnología diferente y la estructura organizacional también puede afectarlas. La guía general más útil es "sencillo y bello". También debe recordarse que los esfuerzos no deben exceder el punto de rendimientos menores.

Las tecnologías de administración de la producción apoyan las decisiones tomadas en los sistemas de producción. La naturaleza de las decisiones varía según si el horizonte es a largo, mediano o corto plazo y las decisiones y horizontes correspondientes se llaman estratégicos, tácticos u operativos. Las decisiones en un sistema de producción se pueden clasificar usando tres criterios: la jerarquía organizacional, el tiempo y el tema. La tabla 1.1 presenta un escenario de decisiones para la planeación de la producción.

## **6. REFERENCIAS**

Babbage, Charles, *On the Economy of Machinery and Manufactures*, R. Clay, Primer, Londres, 1832.

Cohén, S. S., y Zysman, J., *Manufacturing Matters: the Myth of the Post Industrial Economy*, Basic Books, Nueva York, 1987. Copley, F. B., *Frederick W. Taylor: Father of Scientific Management*, vols. I y II, Harper & Row, Nueva

York, 1923. Diván, R. y Chakaborty, C, *High Technology and International Competitiveness*, Praeger, Nueva York, 1991.

- Duncan, W. J., *Great Ideas in Management*, Jossey-Bass Publishers, San Francisco, 1989. Emmerson, H., *The Twelve Principles of Efficiency*, The Engineering Magazine Company, Nueva York, 1924. Fayol, H., *General and Industrial Management*, Institute of Electrical and Electronics Engineers, Nueva York, 1984.
- Gantt, H. L., (ed), *How Scientific Management Is Applied*, Hive Publishing Company, Easton, PA, 1911.
- Gilbreth, F. B. y Gilbreth, L. M., *Applied Motion Study: A Collection of Papers on the Efficient Method to Industrial Preparedness*, Sturgis & Walton Company, Nueva York, 1917. Hax, A. C. y Majluf, N. S., "Organizational Design: A Survey and an Approach", *Operations Research*, 29, 3, 417-447, 1981. Hayes, R. H., Wheelwright, S. C. y Clark, K. B., *Dynamic Manufacturing: Creating The Learning Organization*, Free Press, Londres, Collier Macmillan, 1988. Lañe, F. C., *Venerable Ships and Shipbuilders of the Renaissance*, The John Hopkins Press, Baltimore, 1934. Sadler, P. y Hants, O., *Managerial Leadership in the Post-Industrial Society*, Gower Brookfield, VT, 1988.
- Skinner, W., *Manufacturing, the Formidable Competitive Weapon*, Wiley, Nueva York, 1985. Smith, A., *An Inquiry into the Nature and Causes of the Wealth of Nations*, Strahan, and Cadell Printers, Londres, 1776. Starr, M. K., *Global Competitiveness: Getting the U. S. Back on Track*, W. W. Norton, Nueva York, 1988.
- Taylor, F. W., *Principles of Scientific Management*, Harper & Row, Nueva York, 1911.
- Taylor, F. W., *Shop Management*, Harper & Row, Nueva York, 1903. U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Washington, DC, 1982.

# *Sistemas controlados Por el mercado*

## INTRODUCCIÓN

Las teorías clásicas de administración descritas significaron un incremento constante en los niveles logrados en el proceso industrial durante muchos años. La posición de liderazgo estadounidense y los aspectos de competitividad comenzaron a declinar a mediados de la década de 1960. Sin embargo, tomó algún tiempo darse cuenta de que se requerían distintos enfoques para enfrentar el nuevo ambiente industrial. Este proceso lento y sin coordinación fue llevado a cabo por cada compañía, investigador, consultor y profesional. El cambio ocurrió principalmente en dos lugares: Japón y Estados Unidos. Ahora estos cambios tienden a converger en un solo proceso.

El enfoque japonés sacó a la luz la debilidad de las compañías estadounidenses. Resultó lo más natural que los estadounidenses observaran cómo Japón se había convertido en la potencia industrial líder. Gran cantidad de industriales y profesionales visitaron Japón para estudiar sus sistemas y grandes grupos de consultores japoneses llegaron a las industrias occidentales para ofrecer sus servicios y consejos. Este fenómeno comenzó a principios de los 70, alcanzó su máximo a principios de los 80 y en cierto grado continúa hoy en día. La magnitud de este fenómeno se hace patente con la gran cantidad de términos japoneses que se usan en producción y que se han convertido en parte del lenguaje industrial, por ejemplo *kanban, jidoka, pokayoka* y *kaisen*. Se explicarán estos términos en capítulos posteriores. Tal vez, las traducciones de los libros japoneses sobre temas de producción sean los más populares en esta área. Los viajes de los occidentales a Japón incluyen visitas, a los "maestros" japoneses de distintas industrias, como corte metálico, automotriz (entre las que Toyota es el líder), electrónica y óptica (Matsushita, Sony).

Los estadounidenses reaccionaron al resurgimiento japonés en tres etapas. La primera reacción fue de sorpresa al encontrarse con una industria notoria por su mala calidad que ganaba el mercado a los productos de Estados Unidos. Además, Japón contaba con instalaciones más avanzadas y conceptos de administración de vanguardia. Después vino la admiración. En esta etapa reinó el sentimiento de que Japón podía hacer mejor las cosas y por lo tanto la tendencia fue *imitar* la industria japonesa en lugar de *innovar* lo que se tenía. Recientemente, la industria estadounidense pasó a la tercera etapa, la de la seriedad, o para decirlo mejor, de nuevo al ascenso. Muchos de los éxitos japoneses están basados en tecnología o en técnicas americanas. La tecnología fue transferida a Japón a principios de la década de 1950 como parte del Plan MacArthur. Esas técnicas incluyeron un amplio espectro de temas como métodos y calidad y

fueron promovidas por Deming, Juran y otros. La diferencia estribó en que los profesionales japoneses escucharon e implantaron, y la industria estadounidense ignoró esas ideas. Por las razones que fueran, hoy se puede observar un resurgimiento de la idea de hacer las cosas "a la manera americana", es decir, mediante la innovación y no por imitación. Hubo, en Estados Unidos, una búsqueda esencial para identificar las razones de la decadencia, con el fin de sugerir el remedio y desarrollar técnicas que recuperaran la competitividad en el futuro. En las últimas etapas de esta búsqueda los estadounidenses adaptaron e integraron el enfoque japonés a los sistemas de producción propios tradicionales. Como resultado, individuos y comités generaron una impresionante gama de investigaciones, libros e informes. No existe un consenso en estos resultados en cuanto al motivo por el cual ocurrieron las cosas o a qué debe hacerse en el futuro; sin embargo, lo siguiente expresa una opinión generalizada:

Las teorías administrativas clásicas existentes (capítulo 1) son inadecuadas para manejar la gran cantidad de problemas del medio ambiente actual y futuro. Existen ciertos conceptos que serán parte de cualquier teoría futura.

Hacemos aquí una vigorosa afirmación al asegurar que es necesario actualizar las teorías y técnicas administrativas que se han usado durante un largo tiempo, más de un siglo en algunos casos. El ambiente para el que fueron creadas se ha transformado totalmente. Por otro lado, las teorías que las sustituyen se encuentran en estado de cambio. Se han propuesto muchas ideas, conceptos y técnicas pero todavía deben convertirse en una teoría unificada sobre la administración de la producción. Algunos conceptos industriales nuevos son una mezcla; algunos son conceptos antiguos que se han afinado al resurgir, algunos son conceptos que remplazan a los anteriores y otros son completamente nuevos. Se integrarán estos conceptos en una plataforma que llamamos la *rueda de la competitividad*. En el resto de este capítulo se analizará esta plataforma, el nuevo ambiente de producción que sirve de fundamento a los sistemas controlados por el mercado y, por último, la manufactura de clase mundial.

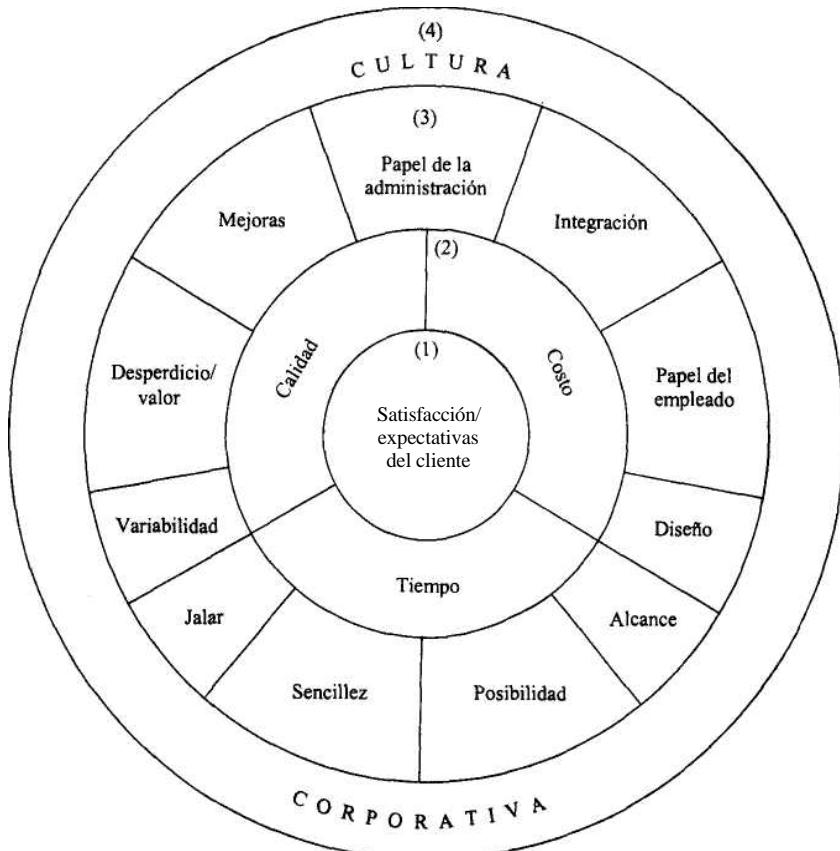
## 2. LA RUEDA DE LA COMPETITIVIDAD

La rueda de la competitividad, mostrada en la figura 2-1, ilustra algunos de los conceptos requeridos para regresar a la industria estadounidense a su posición de liderazgo.

La rueda tiene cuatro círculos concéntricos; cada uno representa distintos aspectos de la teoría de administración de la producción que está surgiendo. Se definirá brevemente cada círculo y después se hará un análisis más detallado. El **centro** de la rueda es el corazón de todos los sistemas futuros: el **cliente**. El **círculo de distribución** (círculo 2) muestra lo que los sistemas de producción deben proporcionar al cliente. El **círculo de soporte** (círculo 3) indica los conceptos necesarios para apoyar aquello que proporciona el sistema de producción. El **círculo de impacto** (círculo 4) muestra las consecuencias de esos conceptos en toda la organización.

## 3. EL CENTRO

No es una coincidencia que el cliente sea el centro de los conceptos del "nuevo mundo industrial". El cliente es el motor que maneja la competitividad. Este concepto en sí no es nuevo; existió en la era de las teorías administrativas "clásicas", pero la importancia, el papel, el alean-



Rueda de la competitividad

ce y la posición del cliente ha cambiado debido a su creciente refinamiento. La educación, la tecnología, la comunicación y la globalización son todos elementos que han ayudado a crear al nuevo cliente.

Más que operar sólo para responder y cumplir con las necesidades del cliente, las organizaciones deben hacer un esfuerzo para lograr también la satisfacción del cliente. Éste es un término lingüístico sencillo, pero constituye un concepto industrial muy complejo. La satisfacción del cliente comprende muchos elementos: necesidades, calidad, costo, servicio y otros. Incluso el proceso de satisfacer a un cliente en el pasado es totalmente diferente al de hoy. Se da importancia a la satisfacción de las necesidades del cliente **individual** y no las del cliente **promedio** (como con el modelo T de la Ford). Recuerde que los mercados no compran, lo hacen las personas (capítulo 1). Las expectativas del cliente que cambian constantemente aseguran que la satisfacción es un proceso dinámico y cada vez más complejo. Los clientes tienen necesidades que cambian y esperan reacciones flexibles que sólo pueden lograr si la organización se acerca a ellos. El cliente debe convertirse en parte del proceso en lugar de ser su punto terminal. Garantizar la constancia del cliente es ahora más importante que meramente vender un artículo. Los clientes que regresan generan ventas futuras.

En consecuencia, el "nuevo" cliente tiene una opinión que cada vez se toma más en cuenta para manejar una organización, y se han construido nuevos tipos de relaciones entre ambos.

Las expectativas crecientes y cambiantes de los clientes han forzado a la administración a elevar las propias metas en términos de procesos internos. Los fabricantes deben cumplir con las expectativas de los clientes e incluso superarlas.

El alcance del término "cliente" también ha cambiado en forma drástica. Por tradición se veía al cliente como el usuario del producto. En la actualidad se tiene al "cliente interno" cuyas necesidades también deben tomarse en cuenta. Así, manufactura es un cliente de compras, ensamble es un cliente de manufactura o, de manera general, cualquier operación es un cliente de la anterior. Todas las actividades de una organización se pueden ver como un cadena de clientes interconectados. Cada cliente es el proveedor del siguiente cliente en la cadena, y toda la producción y las actividades de negocios están gobernadas por la satisfacción de los clientes.

Si el cliente es el motor que mueve a la organización, las expectativas son la gasolina del motor. La satisfacción del cliente con rendimientos financieros aceptables es la medida del éxito en los negocios (Macbeth, 1989).

### SECCIÓN 3 EJERCICIOS

- 2.1. En los sistemas controlados por la producción los productos satisfacen las necesidades del mercado. En el "nuevo mundo industrial" los productos satisfacen las necesidades de un cliente. Analice la diferencia.
- 2.2. ¿Cuál es la diferencia entre "cliente interno" y "cliente externo"?

Con el fin de lograr la satisfacción del cliente y cumplir con sus expectativas, todo el negocio tiene que estar a la altura del reto. Cada segmento debe poner su parte y el sistema de manufactura no es distinto. Su papel es entregar un producto de calidad suprema en el tiempo requerido manteniendo el costo tan bajo como sea posible en cada punto de la cadena cliente-proveedor. Estas metas son necesarias pero no suficientes para que una empresa se convierta en líder de su ramo. Con todo lo sencillas que parezcan, es bastante complicado lograr estas metas. Aunque cada meta independiente se puede cumplir, al combinar las tres en un objetivo unificado se obtiene una misión compleja y difícil. La manufactura siempre puede entregar un producto de calidad suprema mediante el retrabajo o la reparación hasta que se logra la calidad deseada, pero el costo se eleva y el tiempo de entrega se alarga. La secuencia apropiada de estas metas es el tema del debate actual. Una proposición es

Calidad -> Tiempo -> Costo

Éste no es un aspecto crucial siempre que se logre el resultado combinado. Sugerimos su disposición en una forma circular, como se muestra en la figura 2-2.

La calidad es un concepto tradicional cuyo significado se ha ampliado y cuya importancia se pone de manifiesto en el sistema de producción moderno. La definición común relacionada con

<sup>1</sup> Esta sección tiene la influencia de Macbeth (1989) (usado con permiso de Springer-Verlag New York, Inc.).



### Círculo de entrega

el producto es **conformidad con las especificaciones**. Pero para el cliente, la calidad es un asunto más complejo que incluye la percepción individual del valor del dinero, las expectativas del desempeño y la apariencia, el servicio ofrecido antes y después de la venta, y la garantía.

El nuevo enfoque de calidad reconoce todos los aspectos. Desde el punto de vista del producto, una manera de medir la calidad es por el número de productos en un lote de fabricación que no cumplen con las especificaciones, es decir, de productos defectuosos. En el pasado era aceptable cierto nivel de esta medida. Hoy se quiere llegar a la perfección -y no permitir defectos. Para dar una mejor perspectiva de este cambio, no hace mucho se consideraba buena calidad obtener 3 productos defectuosos en 100 unidades. Hoy, algunas industrias, en especial la electrónica, considera que más de 100 *partes por millón* (PPM) defectuosas es una calidad pobre. Esta nueva actitud representa un gran salto hacia la perfección y al tipo de calidad de producto que un sistema de manufactura necesita entregar.

Pero la calidad incluye más que calidad del producto. Toda la producción, el apoyo (compras, contabilidad, etc.), ingeniería, investigación y desarrollo, y las actividades de servicio tienen que tener la conciencia de calidad. Deben estar atentos de las decisiones que afectan la calidad en toda la cadena de producción, para proveedores y clientes tanto internos como externos. Entonces, la calidad es un concepto global, y cada elemento en el sistema de producción lucha por alcanzar la perfección. La calidad no tiene un "estándar"; es un blanco que se mueve. En el pasado la calidad estaba controlada por los expertos, hoy el cliente la controla. Proporciona un fundamento sólido para todas las actividades de una organización. Al contrario de la creencia de que una mayor calidad significa un mayor costo, en el nuevo mundo industrial, el mejoramiento de la calidad reduce el costo. La IBM es un ejemplo que confirma este punto. En 1990 adoptaron una estrategia de calidad controlada por el mercado (CCM). La esencia de esta estrategia está representada en la declaración de J. F. Akers, directivo de IBM en ese momento.

La calidad controlada por el mercado comienza al hacer de la satisfacción del cliente una obsesión y al dar poder y responsabilidad a nuestra gente para usar su energía creativa con el fin de satisfacer y deleitar a su cliente. Significa que nuestras metas y objetivos de calidad deben depurarse en toda la compañía de manera que cada persona conozca cuál es su responsabilidad, y conozca también que serán medidos según ésta.

El tiempo no es en sí un concepto nuevo; siempre ha estado ahí. El tiempo, además, tiene múltiples significados. Tiene un significado "puntual" (¿qué hora es?), una connotación de "longitud" (¿cuánto tiempo toma?) y una interpretación de "puntualidad" (¡llega a tiempo!), sin men-

cionar los significados menos científicos y más cualitativos, como buen tiempo, tiempos interesantes, etcétera. En los sistemas de producción se ve el tiempo como dos entidades distintas pero relacionadas: el tiempo como una medida de longitud y el tiempo como la indicación de una meta.

El tiempo de entrega es el periodo necesario para entregar un producto desde que se ordenó hasta que lo recibe el cliente. La fecha de entrega es una meta, que representa ya sea la fecha en que el producto se necesita o la fecha en que se prometió entregarlo. Si se puede acortar el tiempo de entrega, se pueden prometer fechas más próximas y viceversa. Si el cliente necesita un tiempo de entrega más corto, debe encontrarse una manera de acortar el tiempo de entrega, tomando en cuenta que un tiempo más corto puede afectar todas las componentes de la cadena proveedor-cliente. Se puede acortar el tiempo de entrega de la materia prima o bien se pueden reducir las operaciones (es decir, su duración), el tiempo de preparación o disminuir el tiempo en algún otro punto.

La disminución del tiempo adquiere cada vez más importancia en el nuevo mundo industrial debido a que el tiempo es un elemento primordial en la satisfacción del cliente. Se hace referencia aquí a todos los clientes, internos y externos, en términos tanto del tiempo de entrega como de la fecha de entrega. En el pasado, eventualmente se hacia la entrega. Hoy la entrega es la fuerza que controla todo el sistema para asegurar la satisfacción de todos los clientes.

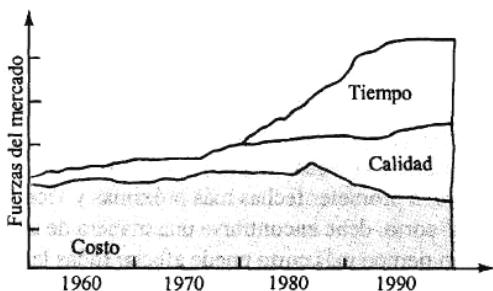
En el mercado actual, el concepto de tiempo está asociado con el de confiabilidad o consistencia. No es suficiente acortar el tiempo de entrega y entregar a tiempo una vez. Se debe poder hacerlo repetidamente, es decir, reducir a cero la variabilidad en el tiempo. Aún más, para superar las expectativas del cliente, es necesario seguir mejorando el tiempo y la puntualidad en la entrega.

El tiempo afecta no sólo al sistema de producción, sino a toda la empresa. El tiempo para comercializar y el momento en que ocurre son particularmente cruciales en el desarrollo de nuevos productos. El tiempo para comercializar es el tiempo que transcurre desde la concepción de un producto hasta que llega al mercado. Este periodo debe reducirse lo más que se pueda para que se introduzca al mercado en un buen momento. La industria automotriz en Estados Unidos tiene un tiempo de introducción de automóviles nuevos de alrededor de 5 años (redujeron el de 7 años) contra 3 para los modelos japoneses —un largo camino por andar!—. Toda la cadena proveedor-cliente, incluyendo producción, debe participar en la disminución del tiempo de introducción. Una respuesta rápida creará la competitividad. Si se clasificó la década de los 80 como la de la competencia basada en la calidad, la de los 90 agrega la competencia basada en el tiempo.

## 4.3 Costo

El costo es un término común pero tiene varios significados según las situaciones. Aunque el precio de un producto es un "costo" para el cliente, no es la suma del costo de todas las actividades asociadas con su generación. El precio del producto debe reflejar la ganancia que la compañía pretende obtener por arriba del costo. Así, el costo y el precio son dos conceptos separados. Para nuestros propósitos, el costo se define como *una medida del uso de recursos*, y se expresa en las mismas unidades usadas en ese negocio. Entonces el costo es una medida interna y, al menos conceptualmente, se pueden controlar sus componentes. El precio, sin embargo, es cuestión de política y se ve afectado por el margen de utilidades que se desea, la competencia en el mercado, la política de productos y más. El precio es de interés para el cliente externo,

FIGURA 2-3  
Evolución de costo,  
calidad y tiempo  
(adaptado de una  
presentación de IBM)



quién no se preocupa por el costo para la empresa (el costo interno). Por el contrario, la calidad y el tiempo son de gran interés para el cliente. La política de precios no está totalmente separada del costo. Si el costo es menor, se tiene más flexibilidad en el mercado para variar la política de precios con el fin de mejorar la posición competitiva.

El papel que juega el costo ha cambiado. Por tradición, el costo ha sido la medida dominante de las compañías al hacer las corridas del sistema de producción, lo cual no es sorprendente; una alta proporción de los bienes de la empresa están ligados a la manufactura. La mayor responsabilidad de la administración de la producción solía ser el **control de costos**. Ese papel todavía existe, pero otra responsabilidad mayor, la de **reducción de costos**, adquiere cada vez más importancia. Para lograr una reducción de costos deben identificarse las causas de costos innecesarios, como exceso de inventario, y eliminarlas. El cambio se ha dado del **control de costos** al **control de causas**, donde el costo es una medida conveniente usada para la reducción.

La reducción de costos es una característica clave en el mundo industrial moderno. Para ser competitivos, el costo puede seguir sólo una tendencia: hacia abajo. El mejoramiento en costos requerido es de *varios órdenes de magnitud*, no pequeños porcentajes. El costo, que no tiene insumo, se ha convertido en el resultado de las acciones.

#### 4.4 Conclusiones

Las tres metas de calidad, tiempo y costo no surgieron y ganaron importancia al mismo tiempo. La figura 2-3 muestra la evolución de las tres. El costo siempre se ha considerado de una manera u otra. A fines de los 70 la calidad comenzó a tener mayor importancia, y continuará haciéndolo en la década de los 90. La combinación de calidad, tiempo y costo es la clave de la competitividad en el nuevo mundo industrial.

#### SECCIÓN 4 EJERCICIOS

- 2.3. ¿Cuál es la diferencia entre la calidad relacionada con el producto y la percepción de la calidad por parte del cliente?
- 2.4. ¿Cuál es el nuevo alcance de la calidad?

- 2.5. Analice el pensamiento detrás de la frase "la calidad es un blanco que se mueve".
- 2.6. Analice las dos componentes del tiempo relacionadas con la producción, el tiempo de ciclo y la fecha de entrega.
- 2.7. Repita el ejercicio 2.6 para el tiempo de preparación y el tiempo de inicio de la producción.
- 2.8. Repita el ejercicio 2.6 para el tiempo de respuesta y el tiempo de introducción.
- 2.9. Una compañía está desarrollando un nuevo producto. Estima que su tiempo de introducción es 12 meses. Se da cuenta de que si el desarrollo se retrasa tres meses, perderán el momento. Explique.
- 2.10. ¿Cuál es la diferencia entre el costo y el precio?
- 2.11. ¿Existe una relación entre control de costos, reducción de costos y control de causas? Explique.

## **5 EL CÍRCULO DE SOPORTE**

Se ha establecido la dificultad de combinar las metas del sistema de manufactura (calidad, tiempo y costo) en una meta común. Como era de esperarse, recientemente se han sugerido muchas formas de lograr esta meta mayor. Cada sugerencia o combinación de sugerencias representa cierto concepto.

No existe un consenso sobre los conceptos, sin hablar de la importancia relativa de cada uno. Pero esto no debe ser un impedimento. La lista de los principales conceptos nuevos se muestra en el círculo de soporte de la figura 2-1. La localización en el círculo, el tamaño del segmento y su relación con el círculo de distribución no son significativos. Estos conceptos se estudiarán en orden lógico. Cualquier orden sirve, siempre que se entienda el significado, importancia y contribución de cada elemento. Se reitera que algunos conceptos son antiguos pero pueden tener un nuevo significado. Otros son completamente nuevos. Cada uno de ellos tiene herramientas y técnicas para su implantación. Algunas de estas herramientas se estudian en otras secciones del libro.

### **5.1 Alcance**

El alcance de un negocio se ha redefinido para que incluya por un lado al cliente y por el otro al proveedor externo, que representa un contraste directo con el pasado, cuando el cliente estaba "allá afuera" y se consideraba al proveedor más un adversario que un socio. Ya se han identificado los conceptos de un consumidor que se convierte en prosumidor. La misma relación se desarrolla en el lado del proveedor; ahora se le incluye como un miembro del equipo, con la intención de tener una asociación permanente. Esta política reduce en gran parte el número de proveedores. La Xerox Corporation, por ejemplo, redujo su base de proveedores de 4500 a 400. Los negocios ya no tratan de generar una guerra de precios entre proveedores. El precio es importante, pero lo es más la calidad y la consistencia de la entrega. Conforme un proveedor externo se convierte en parte del equipo, la relación productor-proveedor cambia. No sólo se espera que un producto se entregue según las especificaciones, también se confía en que el proveedor nos diga si las expectativas de calidad son suficientemente altas o se pueden incrementar. Partiendo de un sistema proveedor, cliente y consumidor como tres entidades separadas, se integran las tres como se muestra en la figura 2.4. Esta inclusión de todos los involucrados con el producto es la filosofía básica de la administración de la cadena de proveedores.

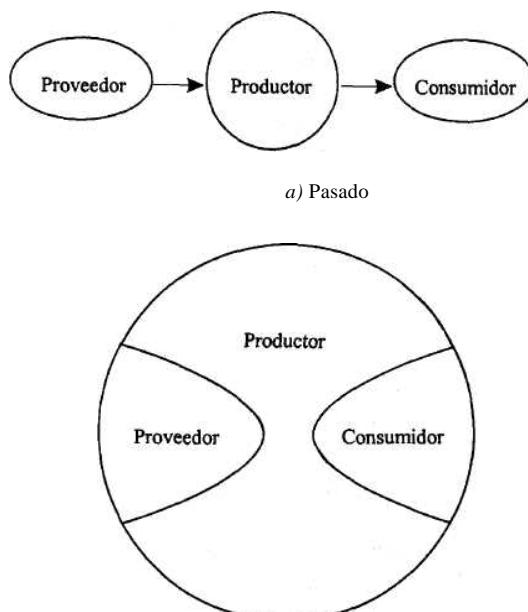


FIGURA 2-4  
Relación proveedor-  
productor-consumidor

## 5.2 Integración

La integración se usa en muchos contextos: técnicos, organizacionales, de comportamiento y más. Se puede usar para analizar un concepto o una técnica; en consecuencia, hay confusión. Se considerará la integración como el proceso de ver un sistema y no una componente; dicho de otra manera, el proceso de buscar la optimización global en lugar de la local. Se habla de optimización no como en su significado matemático sino en el sentido de obtener buenos resultados. Ambas definiciones implican el reconocimiento de la importancia de la interacción entre las componentes de la organización industrial. Examinar cada componente por separado, como se hacía en el pasado, ya no sirve. El concepto de alcance que se analizó representa una forma de integración en la cual tanto el proveedor como el consumidor se incluyen en el sistema. Otros ejemplos ayudarán a aclarar este concepto.

El diseño del producto y el diseño del proceso se hacía en forma independiente. Lo que parecía ser un producto perfecto en el papel resultaba una pesadilla en términos del proceso de manufactura, por lo que se tenían costos de producción en extremo altos. Hoy, esos dos procesos están integrados, y el cliente (a través de la función de mercadotecnia) también está incluido. Al diseñar un producto, los diseñadores toman en cuenta aspectos de fabricación y verifican con las personas de comercialización los cambios posibles en las especificaciones. Esta integración de procesos logra las metas de reducir costo y tiempo y aumentar la calidad. Se optimiza el diseño del producto desde una perspectiva global y no sólo desde el punto de vista del

diseñador. Otro ejemplo de integración se encuentra en el concepto de calidad total. En contraste con dar importancia sólo a la calidad del producto, ahora se integran todas las actividades para lograr la calidad total.

Existen otros aspectos de integración además de quitar las barreras dentro de una organización. En la planta de producción, en lugar de tener grupos de máquinas del mismo tipo (diseño funcional) que se usan para fabricar todo tipo de productos, se "integra" cierto número de máquinas diferentes para producir un grupo de productos similares. Esto facilita el proceso de manufactura, y se tiene de nuevo optimización global y no local, donde la integración se hace en términos del equipo.

La integración de la información ocurre también debido a que se integra toda la tecnología de información requerida para diseñar, fabricar y entregar el producto. La información se mueve directamente entre las distintas componentes de la empresa y está disponible para diferentes usuarios según lo requieran.

El concepto de integración con frecuencia se asocia, erróneamente, con el advenimiento de las computadoras. La integración es un concepto autónomo que se puede aplicar sin una computadora, algunas veces necesita sólo la simple comunicación entre la gente. La importancia de la computadora está en aumentar la rapidez, el esfuerzo y la profundidad de la integración de la información.

### **5.3 Flexibilidad**

Al estudiar el centro, se mencionó que los clientes tienen necesidades cambiantes y esperan reacciones flexibles. Esas necesidades variables crean la fluctuación en la demanda, una variedad más grande de productos y nuevos productos. Para seguir en la competencia, los sistemas de producción deben diseñarse para complacer al mercado cambiante. La flexibilidad requiere que el sistema de producción pueda diseñar con rapidez un nuevo producto e introducirlo al mercado, satisfacer los patrones cambiantes de volumen de producto requerido, y proveer una mejor mezcla de productos. En cada caso el sistema de producción debe ser capaz de realizar esas tareas en el contexto de una meta unificada de calidad, tiempo y costo. La flexibilidad da la mayor importancia a la rapidez con que se realiza cada tarea. Esta difícil misión obliga a un cambio en muchas costumbres de la planta. Es evidente que no es sencillo ni barato adaptar la línea de producción en masa a los cambios en la mezcla de productos. Recuerde que en el capítulo 1 se aseguró que la era de la producción en masa estaba pasando, y una de las razones es la necesidad de flexibilidad. En el caso extremo, la flexibilidad se logra cuando el sistema de producción puede fabricar un solo artículo y de todas formas hacerlo a un costo bajo.

La implantación de la flexibilidad causó cambios drásticos en la organización y en la planta. El tiempo necesario para cambiar una instalación de producción de un producto a otro se ha comprimido de horas a minutos; el tiempo de introducción de un nuevo producto se ha acortado de años a meses; las instalaciones de producción flexible pueden fabricar al mismo tiempo muchos productos distintos.

La manufactura flexible está sustituyendo al concepto de producción en masa del pasado. Ahora es un concepto clave para lograr la competitividad. Algunas compañías hacen de la flexibilidad una meta primordial en su estrategia de fabricación.

## **5.4 Diseño**

El diseño ha sufrido un cambio completo. Aceptamos la creencia de que la parte más importante del costo y la calidad del producto están determinados en la etapa de diseño. Si ha de proporcionarse al cliente más variedad más rápido y a menor costo, es imposible usar el mismo enfoque de diseño que se usaba en el pasado. El diseño y el desarrollo del producto ya no son elementos aislados. El diseño ahora interactúa con los clientes y con la producción, y escucha a los expertos de otros segmentos del negocio. Esta integración, basada en el enfoque de equipo, ayuda a conseguir un diseño que toma en cuenta la función (especificaciones), la vida (confiabilidad), la forma (estética) y la manufactura eficiente. Aunque por lo general el diseño ha sido un esfuerzo de equipo, la composición del equipo y su alcance han cambiado.

## **5.5 Sencillez**

En los inicios de la era industrial, la sencillez no era una prioridad porque las cosas eran simples por naturaleza. En el nuevo ambiente de la manufactura se simplifica por dos razones importantes:

- Las personas entienden mejor las cosas sencillas.
- Las situaciones sencillas nos permiten usar soluciones simples que son menos costosas, consumen menos tiempo, se implantan más rápido y tienen menor riesgo.

El nuevo ambiente de producción es complejo por naturaleza. Se tiene la tecnología, como la computadora y sus derivados, para manejar las situaciones complejas. Es tentador ir directo hacia la tecnología de punta para resolver el problema complejo. Sin embargo, antes de implantar una solución a un problema complejo, intente simplificarlo para poder darle una solución menos costosa. Por ejemplo, en la automatización o computarización, una parte sustancial de los beneficios (en ocasiones hasta el 80%) se logra antes de instalar la automatización. En algunos casos este nivel de beneficios puede ser suficiente y serán más efectivos los costos. El mismo razonamiento se aplica a la simplificación de otros aspectos de la manufactura, como el diseño de producto y proceso, control, información, etcétera. Aunque esta sencillez era necesaria en la era industrial anterior, hoy el concepto es aun más importante. No debe tenerse prisa en usar la tecnología avanzada para "manejar la complejidad" a menos que sea una necesidad real.

## **5.6 Variabilidad**

La variabilidad ha sido un problema desde que la sociedad cambió de la artesanía a la era industrial. Todo varía, productos, dimensiones, procesos de manufactura, tiempo de entrega y niveles de calidad. La variabilidad, un enemigo universal, se acepta por tradición como un hecho de la vida. Se ha intentado definirla y usar métodos estadísticos para controlarla o trabajar con ella. Ahora se intenta eliminarla por completo, reduciendo la necesidad de un buen número de herramientas desarrolladas para controlarla. Observe que este enfoque está de acuerdo con los conceptos de sencillez y perfección introducidos antes.

Es evidente que la consistencia del desempeño o la reducción de la variabilidad pueden dar grandes beneficios. Esta idea no se ignoraba; no obstante, hoy se tiene la tecnología para implantar este concepto. Por ejemplo, las nuevas máquinas herramienta pueden tener procesos

que tienen una variabilidad cercana a cero. Estos procesos se conocen como manufactura determinística. En el caso del hardware, la baja variabilidad es una característica técnica dada de la máquina. En otros casos es necesario un gran esfuerzo para lograrlo.

## **5.7 Jalar (*pull*)**

El proceso de producción es básicamente un proceso de flujo. Primero se tiene un flujo físico: la materia prima, que es el producto semiterminado, se mueve de una estación de trabajo o de ensamble a otra. En cada una se hace algún procesamiento a la materia prima y los materiales se mueven a la siguiente estación en la secuencia de manufactura. Otros tipos de flujo no son físicos, el más importante es el flujo de información. Éste puede ser verbal, en el papel, en una pantalla de computadora o una combinación de éstos.

El flujo físico es la columna vertebral del sistema; sin él no hay salida del sistema de producción. Así, se quiere mantener un flujo suave del producto en la línea, sin retrasos. Observe que el hecho de que una estación de trabajo detenga su procesamiento no se ve como un retraso, sino que es parte del proceso de producción.

Es posible comparar el flujo de producción con otros tipos de flujos, por ejemplo, los flujos de la naturaleza. Considere los ríos, en donde la ley natural de la gravedad dicta que el flujo va de lugares altos a lugares bajos. En contraste, el flujo de producción tiene reglas hechas por el hombre que lo gobiernan en lugar de las leyes de la naturaleza. Por tradición, la ley que gobernaba era la de la **producción empujar (*push*)**: **sigue trabajando sin importar qué pase más adelante en la línea —haz según el plan**. La información fluye como la corriente, igual que el flujo físico, como se muestra en la figura 2-5«). Esta regla funcionó para los sistemas controlados por la producción en los que se tenía el mercado (consumidor) garantizado. Aún más, la producción "río arriba" era insensible a lo que pasaba más adelante. En el caso de la descompostura de una máquina o de un retraso, "río arriba" seguía produciendo (el fenómeno del aprendiz de brujo). El resultado era el congestionamiento en la planta de producción y una obstrucción del flujo.

Las cosas cambiaron con los sistemas controlados por el mercado en los que el cliente es el "corazón". La ley que gobierna ha cambiado a la regla de **jalar o producción jala**. La esencia del sistema de producción jalar es **hacer las cosas al principio del flujo solamente cuando se piden al final de éste**. El punto terminal es el cliente. En un sistema de producción empujando, los flujos físicos y de información van en la misma dirección. En el sistema de producción jalando el flujo físico y el de información van en direcciones opuestas, como se muestra en la figura 2-5». En el sistema de producción jalar nada comienza en la cadena proveedor-cliente a

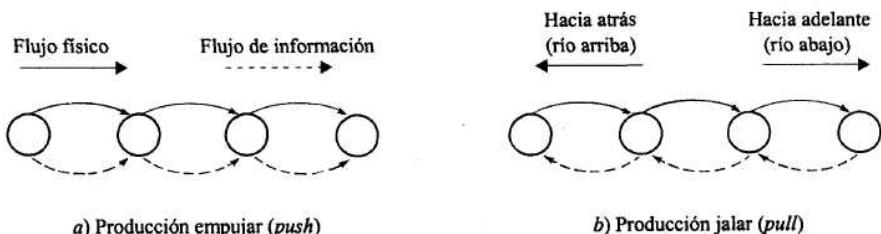


FIGURA 2-5  
Producción empujar  
y jalar

menos que haya una petición (información) desde el final de las actividades. Este concepto se aplica no sólo a las actividades de la planta y a los flujos sino también al proveedor externo y al cliente.

No es sencillo poner en práctica el concepto de jalar. Se requiere una gran cantidad de preparación y varias técnicas necesarias para una implantación exitosa. En el ambiente dinámico de los sistemas controlados por el mercado, es un concepto poderoso.

## **5.8 Desperdicio/valor**

En la vida diaria con frecuencia recibimos el consejo de no "desperdiciar" recursos, como nuestro tiempo y dinero. Al reflexionar vemos que en realidad se nos aconseja no usar un importante recurso (es decir, tiempo y dinero) si no ganamos algún **valor**. Como la misión principal de un proceso productivo es incrementar el valor para el consumidor final, este principio sencillo se convierte en un concepto importante en los sistemas de producción. El cliente está dispuesto a pagar por el valor, no por el desperdicio.

En el contexto del proceso de manufactura, el **desperdicio** se define como cualquier recurso gastado en exceso de lo requerido y lo valorado por el cliente. Aunque no siempre es fácil determinar la mínima cantidad de recurso necesaria, algunas veces el desperdicio es obvio. El cliente espera una calidad perfecta en el producto; esto se puede lograr "haciéndolo bien la primera vez" (un principio importante en sí mismo) o mediante el retrabajo hasta que se logra la calidad deseada. Desde el punto de vista del cliente el valor se debe obtener "en una pasada", y el retrabajo adicional y su correspondiente costo son desperdicio. Este ejemplo representa una medida de desperdicio —en términos del costo—. La reducción o eliminación del desperdicio significa reducir el costo, lo cual tiene una correlación directa con una de las metas primordiales del sistema de producción.

En general el desperdicio ocurre en tres aspectos: tiempo, dinero y esfuerzo. El tiempo y el esfuerzo se pueden expresar mediante un costo equivalente. El tiempo de entrega excesivo o la mala calidad son desperdicio, como lo son un diseño de producto con demasiada ingeniería, el exceso de inventario y los gastos generales inflados. Cualquier otra actividad cuya contribución al valor del producto (y la satisfacción del cliente) sea cuestionable será también desperdicio.

Las actividades de producción se clasifican en dos grandes categorías: las que agregan valor y las que agregan costo. Las **actividades que agregan valor** son aquellas que por su naturaleza se supone que aumentan el valor del producto. Ejemplos característicos son las actividades de conversión en las que la materia prima o comprada se transforma del estado en que se recibe, en un producto terminado. En este caso el desperdicio sería el uso excesivo de recursos. Las **actividades que agregan costo** son las que permiten una operación más tranquila o hacen la vida más sencilla en el sistema de producción. Apoyan un proceso de conversión, y aunque pueden ser importantes e incluso necesarias, no agregan valor; por ejemplo, el manejo de materiales. Un tercer tipo de actividades híbridas cae entre las que agregan valor y las que agregan costo; por ejemplo, el control de calidad.

La reducción del desperdicio debe tener un enfoque distinto para cada tipo de actividad. Para las actividades que agregan valor es apropiado **optimizar** recursos. Para las que agregan costo, es adecuado **eliminar** costos. El desperdicio siempre ha existido en los sistemas de producción; su definición y reconocimiento llevan a encontrar maneras de reducirlo.

## 5.9 Mejora

El concepto de mejora se ha usado en los sistemas de producción desde los días de Taylor y los Gilbreth. En un principio se intentaron mejoras a nivel de las tareas, básicamente a través del estudio de tiempos y movimientos (capítulo 1). Al pasar los años, el concepto de mejora se ha extendido y su alcance incluye mejoras en áreas adicionales de manufactura (procesos, ensamble, calidad, tiempo y costo). Hasta ahora, la base del enfoque de mejoras incluía estas tres características:

- Debe hacerse un trueque: si se quiere una mayor calidad, se tiene que pagar más por ella. El punto de vista era local y no global: reducir el costo de una actividad y no el costo total del sistema.
- Por lo común, las mejoras se llevaban a cabo en forma de proyecto (actividad según necesidades) para mejorar la calidad o reducir el inventario.

La situación actual de mercados competitivos ha hecho que el importante concepto de mejora sea vital. Para satisfacer a los clientes debemos proporcionar un buen producto hoy, pero también debemos mostrar que se hacen esfuerzos por tener un mejor producto en el futuro. Entonces, el "nuevo" proceso de mejora se basa en las siguientes dos ideas:

- **Mejora integral:** el proceso de mejora es un proceso multidimensional. No se puede lograr una meta a expensas de otra. La meta del sistema de producción tiene que mejorarse en cada una de tres dimensiones: calidad, tiempo y costo. Se debe proporcionar una mayor calidad a un precio menor y con tiempo de entrega reducido, lo que significa que se tiene que tomar un enfoque global y no local para asegurar la mejora de todo el sistema.
- **Mejora continua:** la mejora debe ser un proceso continuo; siempre existe un espacio para las mejoras futuras. Una mejora lleva a otra, lo que establece un proceso cíclico.

En ocasiones, este proceso recibe el nombre de *kaizen*, término japonés para la mejora continua. Los japoneses hacen hincapié en que el *kaizen*, practicado en Japón durante años, es un proceso que incluye a todos, desde la alta administración hasta el último empleado. También hacen una distinción sutil entre *kaizen* e innovación. *Kaizen* significa pequeñas mejoras hechas con las cosas como están y es el resultado de un esfuerzo constante. La innovación incluye un mejoramiento drástico a lo que se tiene y es el resultado de una inversión fuerte en nueva tecnología o equipo.

El mayor enemigo de la mejora es la complacencia. En el capítulo 1 se vio el costo que la industria estadounidense ha tenido que pagar por ser complaciente. El concepto de mejora es válido no sólo para las metas globales unificadas, sino en todo el sistema de manufactura en todos los niveles. Las mejoras en las metas se pueden lograr sólo a través de una serie de pequeñas mejoras, con la adhesión constante a los principios de integración y continuidad citados antes.

## 5.10 Papel de la administración

Debido a que el elemento humano es el recurso más importante que posee una compañía, es de esperarse que los dos últimos conceptos que se analizarán tengan que ver con las personas. La administración y los empleados se encuentran en los extremos opuestos del espectro. La *admi-*

*nistración* tiene un papel más amplio en los nuevos sistemas de producción. Transforma el sistema de su modo actual en nuevo modo de operar representado por los conceptos descritos hasta ahora. El administrador está a cargo, básicamente, de un proceso de cambio cuya introducción es difícil porque intervienen las personas en el sistema. El cambio representa un reto para cada trabajador porque sus habilidades pueden quedar obsoletas, su nivel puede degradarse, el ambiente o la localización del trabajo pueden cambiar o, todavía peor, el trabajo puede eliminarse. El papel del administrador es facilitar el cambio positivamente siguiendo tres principios:

**Compromiso:** el administrador debe, antes que nada, demostrar un compromiso con los nuevos conceptos, que puede ser un rompimiento completo con el estado actual.

**Participación:** la administración debe convertirse en **parte del proceso** y no quedarse fuera de él. El cambio comienza en el nivel más alto, y la administración debe apoyar y experimentar los elementos del proceso de cambio en toda la organización. • **Metas:** la administración debe establecer **metas extraordinarias**. Sólo así será posible obtener resultados de primer orden. En calidad, por ejemplo, la meta es la perfección sin un nivel "aceptable" de defectos.

Por lo general, los cambios drásticos no se introducen voluntariamente. Con frecuencia alguna amenaza externa severa contra la supervivencia hace que el cambio sea necesario. La Harley Davidson Company es un ejemplo bien conocido de cambio por supervivencia. Los estudios (Hayes *et al.*, 1988) muestran que la administración puede tener 50 a 100% del impacto sobre el desempeño en la manufactura. La conclusión es que *la administración marca la diferencia*.

## 5.11 Papel del empleado

Los empleados siempre han sido parte de la organización, pero ahora deben convertirse en parte del proceso de cambio y del modo de operar. En este contexto la administración establece dos metas para los empleados: participación y desarrollo.

La participación de los empleados utiliza la energía creativa de todos ellos para resolver problemas (Huge y Anderson, 1985). Requiere un alto grado de compromiso con la compañía. Esta participación toma muchas formas, pero la idea básica es que si los empleados están involucrados en el proceso, aceptan los resultados con más facilidad. Además, la empresa utiliza una gran cantidad de inteligencia para generar buenas ideas.

Muchos sistemas de producción nuevos tienen nuevas tecnologías como parte de ellos: nuevas máquinas, procesos, computadoras y tecnologías de administración. Debe llevarse a cabo una buena preparación dentro de la organización respecto a estas nuevas tecnologías. El desarrollo del empleado (Hayes *et al.*, 1988), la actualización de las habilidades, es necesaria para la utilización de las nuevas tecnologías. Este sistema cambia la filosofía tradicional de control de empleados en un nuevo concepto de empleado comprometido y actualizado.

## SECCIÓN 5 EJERCICIOS

- 2.12. ¿Cuál es la importancia de aumentar el alcance de un negocio?
- 2.13. Haga una comparación entre la integración física y la integración de información.

- 2.14.** ¿Son sinónimos la flexibilidad y la reducción del tiempo? Explique.
- 2.15.** En el lenguaje común del diseño se usa el vocablo KISS, por las iniciales de la frase "*Keep it simple, stupid*", que significa: "Manténlo sencillo, estúpido". Explique la idea detrás de esto.
- 2.16.** Dos compañías entregan el mismo producto una y otra vez. La compañía A entrega, en promedio, a tiempo pero con alta variabilidad. La compañía B entrega consistentemente 5 días tarde. ¿Cuál de las dos situaciones es preferible y por qué?
- 2.17.** Considere los siguientes tres "escenarios de solución":

- Una solución compleja para un problema complejo
- Una solución compleja para un problema sencillo
- Una solución sencilla para un problema complejo

Dé un ejemplo para cada una de las situaciones anteriores. Analice si en el ejemplo que dio en *a) y b)* se puede simplificar la situación.

- 2.18.** Para planear la producción se usa un parámetro llamado tiempo de entrega, que es el tiempo estimado entre el inicio y la terminación de la producción. El tiempo real entre el inicio y la terminación de la producción puede ser igual o diferente al tiempo de entrega debido a que hay colas u otros retrasos en la planta. Este tiempo real se llama tiempo de ciclo. Considere dos procesos de producción distintos. Ambos tienen un tiempo de entrega de 5; sin embargo, el tiempo de ciclo sigue una distribución normal. Para el primer proceso se tiene  $N(5,4)$  y para el segundo  $N(5,1)$ . Analice esta situación y dé sus conclusiones.
- 2.19.** Considere el producto 1 de la figura 1-4, que representa una línea de producción con cuatro estaciones de trabajo. Suponga que la línea puede producir 400 unidades por semana. En un mes dado, el plan de producción era fabricar 600 unidades. La demanda real por semana durante ese mes fue la siguiente:

Semana	12	3	4
Demanda	100	0	350

Evalúe el nivel del inventario de artículos terminados al final de cada semana para la producción jalar o empujar.

- 2.20.** Identifique si cada uno de los siguientes elementos es o no desperdicio. Explique.
- Tiempo de espera en un aeropuerto
  - Dos llantas de refacción en un automóvil
  - Tiempo de vuelo
  - Un automóvil "color limón"
- 2.21.** Identifique si cada una de las siguientes actividades agrega valor o agrega costo. Explique.
- Preparación
  - Horneado de pan
  - Envío
  - Empaque
  - Tratamiento con calor
  - Almacenamiento de materiales
- 2.22.** La calidad, en especial para las componentes electrónicas, se mide en partes por millón (ppm), es decir, el número de componentes defectuosas por millón producido. Un fabricante de este tipo tiene un nivel de calidad de 1000 ppm. Identifique cada uno de los siguientes objetivos como mejora o innovación. Explique.

- a) Mejora en la calidad a 100 ppm al año.
- b) Mejora en la calidad de 15% anual.
- c) Lograr 100 ppm en tres años y 10 ppm en cinco años.
- d) Lograr 100 ppm en tres años y después 10% de mejora cada año.

## **6 EL CIRCULO DE IMPACTO**

Los conceptos descritos en la sección 5 tienen un gran impacto en una organización industrial que adopta todos o algunos de ellos. En última instancia, este impacto está representado por un cambio de cultura importante en la organización

¿Qué es la cultura organizacional? Cultura se refiere a los valores, creencias y principios esenciales que sirven como fundamento a un sistema administrativo. También incluye un conjunto de prácticas y comportamiento administrativos que sirven de ejemplo y a la vez refuerzan esos principios básicos (Schoenberger, 1986). Por ejemplo, la cultura organizacional de IBM incluye el siguiente conjunto de creencias:

- Respeto por el individuo
- El mejor servicio a clientes en el mundo
- La búsqueda de la excelencia

No es difícil observar el cambio que estos conceptos adquieren en algunas componentes de la cultura organizacional. El resultado neto de este cambio es que la cultura organizacional cambia de la búsqueda de la eficiencia a la búsqueda de la efectividad, que contiene un espectro más amplio.

La eficiencia, una medida local del desempeño, se define como el cociente de la salida entre la entrada. La idea es hacer las cosas bien.

La efectividad, por otro lado, se enfoca en los requerimientos del todo el sistema, no en subconjuntos del mismo. La idea es hacer las cosas correctamente. Se especifican los estándares de desempeño para los principales parámetros del sistema, y éstos se convierten en el marco de referencia dentro del cual las medidas de eficiencia siguen teniendo un papel importante (Macbeth, 1989).

La utilización de máquinas, el porcentaje de tiempo que la máquina está operando y produciendo artículos, es una **medida de eficiencia**. Una máquina con 30% de eficiencia parece que realiza un trabajo pobre, mientras que una máquina con 90% de eficiencia está produciendo casi todo el tiempo. Sin embargo, este análisis no considera la **efectividad** del asunto —en este caso, si el producto tiene una demanda real—. Si los clientes nada más están dispuestos a comprar 30% de la capacidad de la máquina, operarla con 90% de eficiencia sólo creará productos para el inventario.

La transición de una cultura de eficiencia a una cultura de efectividad es complicada. Por lo general lleva varios años lograrlo debido a que toda la organización tiene que transformarse. Adoptar los conceptos del nuevo mundo industrial es un compromiso por largo tiempo; tomar un atajo para acortarlo significará el fracaso.

## **SECCIÓN 6 EJERCICIOS**

- 2.23. ¿Es posible ser eficiente pero no efectivo? Explique y dé un ejemplo.
- 2.24. ¿Es posible ser efectivo pero no eficiente? Explique y dé un ejemplo.

## **7 OBJETIVO DE LOS SISTEMAS DE PRODUCCIÓN**

El objetivo más importante de un sistema de producción es lograr la máxima contribución a la **continuamente creciente** satisfacción del cliente. Otras áreas de la organización contribuyen con su parte, pero el sistema de producción es el pivote de este esfuerzo. Es el único lugar donde las ideas y el material se transforman en un producto que se entrega al cliente. Casi siempre, el objetivo de un sistema se define como punto de partida para el estudio. En este caso, esperamos hasta que el lector estuviera listo para apreciar este objetivo.

Un derivado de este objetivo primordial son las metas operativas de los sistemas de producción: entregar un producto de calidad suprema, a tiempo cada vez y al menor costo posible, o en resumen, calidad, tiempo y costo combinados. Esto es:

- Calidad (mejorada)
- Tiempo (a tiempo todas las veces)
- Costo (simultáneamente) disminuido
- Combinación

Éstas son metas relativamente sencillas de establecer pero difíciles de cumplir. Una organización que pueda lograrlas está en camino de convertirse en un fabricante de clase mundial (FCM). Antes de estudiar la fabricación de clase mundial, se ilustrarán varios aspectos de la producción integrada y se relacionarán con los conceptos de la rueda.

## **8 DEL CONCEPTO**

Hasta ahora se ha presentado una serie de conceptos sobre los sistemas controlados por el mercado. La pregunta que surge es, ¿en realidad funciona de esa manera en el mundo real y, si así es, cómo? Por supuesto que funciona, y en esta sección se presentan algunos ejemplos y se muestra la relevancia de los conceptos en la rueda de la competitividad.

Esta sección está dedicada a la integración, un concepto nuevo significativo. Primero se analizará la implantación en un ambiente de producción; después se darán tres casos de implantaciones específicas de sistemas de producción integrados, de sistemas de producción por células y sistemas de manufactura flexible y manufactura integrada por computadora; se concluye la sección con la presentación de tres procesos integrados que se pueden usar en el ambiente de producción.

### **8.1 Panorama: sistemas de producción integrados**

En la sección 5.2 se estudia la noción de integración. Una pregunta razonable en este momento sería, ¿qué es manufactura integrada? ¿Es una nueva tecnología de fabricación, una nueva tecnología de administración, un nuevo producto de computación, o una nueva forma de vida para la organización industrial? Tal vez es un poco de cada uno. La meta final de integración consiste en permitir que la empresa manufacturera sea competitiva en el mercado.

Para obtener una visión más clara de la integración, se pidió prestado un ejemplo de otra área: la música. Considere el caso en el que sólo hay un músico, un solista. Al tocar, el solista sólo tiene que preocuparse por la calidad de su propia actuación. El escenario cambia cuando se tiene un trío. Ahora cada músico es un miembro de un equipo. Si uno ignora a los otros, se ob-

tiene ruido en lugar de música. La música se puede coordinar, o integrar, para que resulte más agradable (es decir, para que tenga calidad).

En el nivel de un trío, los músicos logran la integración entre ellos; esta integración se maneja **dentro** del grupo. Si tocan juntos dos grupos de músicos, entonces la preocupación se centra en la integración **entre** grupos. En una orquesta sinfónica la integración es mucho más compleja. Ahora no sólo cada grupo de instrumentos (departamentos) comienza y termina al mismo tiempo, sino que se debe dar el énfasis adecuado a cada parte de la música. El trabajo es tan complejo que se necesita un director (equivalente a un administrador) para coordinar la música. El director usa las notas de la música (algoritmo) y una batuta (herramienta de decisión) para dirigir la orquesta. ¿Cuándo es agradable la música? Cuando la integración funciona bien y cada músico está en armonía con el equipo (célula) y cada equipo está coordinado con los otros equipos (integración del sistema).

En el mundo real, igual que en el ejemplo de la música, la integración requiere distintos enfoques para los diferentes niveles de jerarquía de los grupos. En el ambiente de producción, la integración de las actividades de cierto número de máquinas (en una célula) es diferente a la integración de las actividades de toda la empresa (sistema). Se presentarán en forma breve tres aspectos de la integración de los sistemas de manufactura: el grado de integración, la esencia de la integración y la estrategia de integración, que se estudiarán en la siguiente sección.

## **8.2 Aspectos de los sistemas de producción integrados**

---

### **8.2.1 Grado de integración**

El grado de integración es la situación en la que esa integración tendrá los mayores beneficios. Los ambientes controlados por el mercado requieren que los productores tengan la **flexibilidad** para acomodar la variedad de productos demandada por el consumidor que cambia con frecuencia. La figura 2-6, una gráfica de volumen contra variedad de productos, ayuda a explicar el grado de integración.

La mejora potencial que más beneficios trae al aplicar manufactura integrada está en la zona de variedad mediana, volumen mediano, donde se requiere flexibilidad. El objetivo es lograr una producción económica de una amplia variedad de artículos, con muchos beneficios que antes se asociaban sólo con la producción en masa. Las regiones extremas se manejan mejor con otros enfoques (automatización fija para la zona de alto volumen con poca variedad y un taller intermitente para la zona de bajo volumen con alta variedad). Sin embargo, las nuevas tecnologías y técnicas administrativas [como justo a tiempo (JIT)] también han penetrado en estas áreas.

### **8.2.2 Esencia de la integración**

A nivel del sistema, dos elementos importantes de integración son la **integración física** y la **integración de la información**.

La integración física se logra con un arreglo adecuado del equipo en la planta (distribución de planta) y del equipo de manejo de materiales que le da servicio. La novedad de la integración no está en el arreglo de la distribución/equipo de manejo de materiales sino en los conceptos de diseño, operación y control que lo gobiernan.

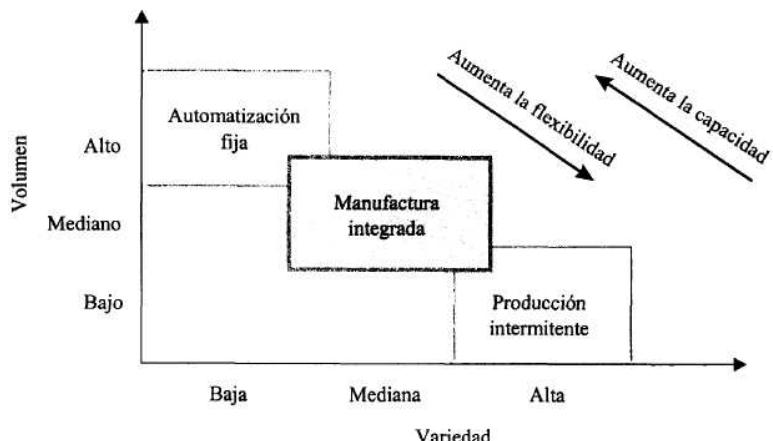


FIGURA 2-6  
Una gráfica de volumen contra variedad

La integración de la información es tal vez la unidad sencilla más indicativa de los sistemas de producción integrados. Lo que realmente integra el sistema no es la cercanía o lejanía de sus unidades, sino el flujo de información entre ellas. Esto es cierto para todos los aspectos de la información: información técnica (digamos, entre el diseño de producto/proceso y el equipo de producción), información operativa (como programación de la producción o el control del flujo de materiales), y la información administrativa (para monitorear las políticas de la organización). Así, un flujo de información libre es *fundamental para el objetivo de integración*.

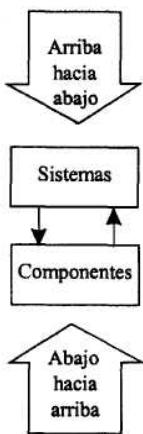
### 8.2.3 Estrategia de integración

La integración se puede examinar desde dos puntos de vista: de arriba hacia abajo o de abajo hacia arriba. En la figura 2-7 se presentan los dos enfoques. La perspectiva de arriba hacia abajo observa a la empresa como un sistema completo, es decir, analiza el sistema. La perspectiva de abajo hacia arriba ve las componentes y acciones del sistema como en síntesis.

Actualmente, existen tres enfoques principales para el diseño de sistemas de producción integrados, todos centrados en producción de volumen y variedad medianos, y son los siguientes:

- Sistemas de manufactura celular (CMS) •
- Sistemas de manufactura flexible (FMS)
- Manufactura integrada por computadora (MIC, mejor conocida como CIM)

El CMS es un enfoque de abajo hacia arriba, CIM es de arriba hacia abajo y FMS cae en algún lugar intermedio. Estos sistemas encierran muchos de los conceptos en la rueda de la competitividad en su diseño, incluyendo calidad, tiempo, costo, flexibilidad, integración, desperdicio, jalar, etcétera. A continuación se analizan los tres sistemas.



### 8.3 Diseño de sistemas de producción integrados

#### 8.3.1 Sistemas de manufactura celular (CMS)

En los sistemas de manufactura celular la producción está organizada alrededor de una célula de manufactura o de ensamble. ¿Qué es una célula? Existen muchas definiciones y se darán dos de ellas, una más orientada a una célula con personal y otra a una célula sin personal.

Una **célula con personal** está dedicada a la manufactura o ensamble de una familia de partes que tienen procesos similares. Los operadores de la célula son multifuncionales, es decir, pueden operar distintos tipos de máquinas. En una **célula sin personal**, el trabajador multifuncional está sustituido por un robot (u otro dispositivo mecánico) y un controlador centralizado de la célula.

La base de la manufactura celular es el proceso de agrupar las partes en familias, lo que se conoce como tecnología de grupos. La tecnología de grupos es un concepto o filosofía de manufactura donde se agrupan partes similares con el fin de aprovechar sus similitudes de diseño, proceso, programación y planeación de uso de instalaciones. Entonces, las partes similares forman una familia que posee características de diseño o manufactura análogas y el procesamiento de cada miembro de la familia es parecido. Esta agrupación hace posible el logro de las economías de escala de la producción en masa, tanto en términos de costo como de calidad. Por lo tanto, la tecnología de grupos se ha convertido en parte de los cimientos de los sistemas de producción integrados.

Una célula con personal casi siempre se distribuye en forma de U, al centro de la cual realizan las operaciones requeridas los trabajadores multifuncionales. La forma U disminuye el tiempo de caminata del operario multifuncional, contribuye a la flexibilidad de la célula que puede reforzarse reduciendo los tiempos de preparación y empleando el control de jalar (sección 5.7). En la figura 2-8 se muestra un ejemplo de una célula con personal para el ensamble de lectores de discos flexibles para computadora. (Las tarjetas *kanban* se estudiarán en el capítulo 10.) En las células con personal la integración física se logra mediante la distribución en forma de U, y la integración de información se logra con el trabajador multifuncional. El control de la producción no tiene necesariamente que ser computarizado.

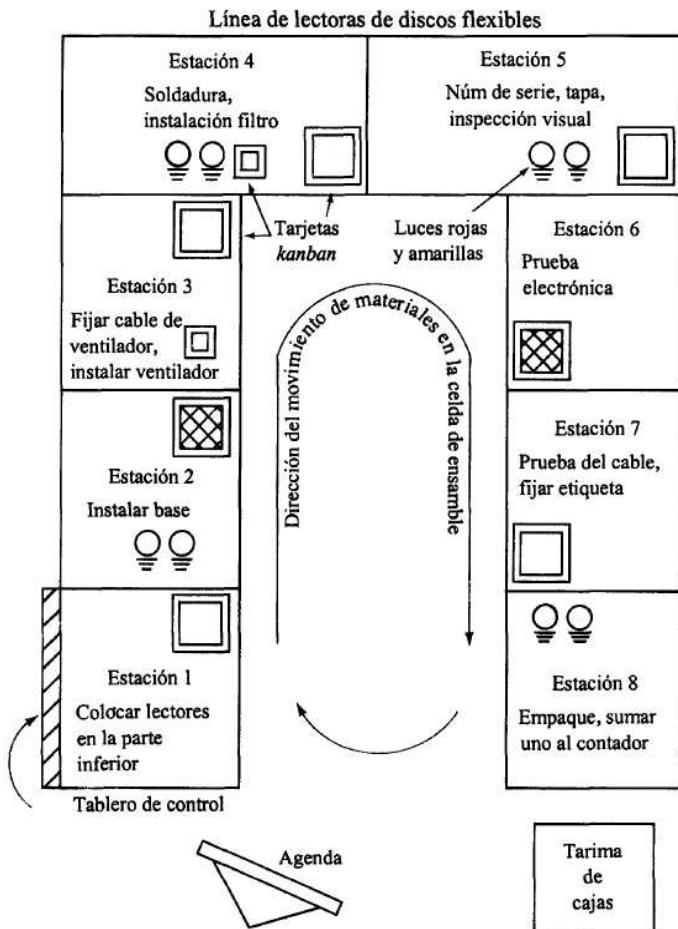


FIGURA 2-8 Célula de ensamblaje con personal (*Fuente: Black, 1991*) (reproducida con permiso)

En una célula sin personal la integración física de nuevo se logra a través de la distribución —ya sea en forma de U o circular—. La integración de la información se logra mediante un controlador de la célula, por lo general una computadora que maneja los controladores de las máquinas y otros equipos. Se puede cargar un plan de producción al controlador de la célula y después monitorearlo.

Un conjunto de células independientes forma un sistema de manufactura celular (CM). Sin embargo, esta integración es sólo parcial, es decir, integración dentro de las células. Si las células están ligadas por algún tipo de flujo de material, entonces se logra una integración completa. Esto se llama sistema de manufactura celular ligado (Black, 1991).

### **8.3.2 Sistemas de manufactura flexible (FMS)**

Un sistema de manufactura flexible es otra tecnología importante para la planeación y control de la operación de la planta. Cubre también la parte media de la gráfica de variedad de produc-

to, en donde la flexibilidad es un requisito primordial. Esta característica está implícita en la siguiente definición de FMS:

Un sistema de manufactura flexible es la integración de los procesos de manufactura o ensamble, flujo de materiales y comunicación y control por computadora. El objetivo es tener una planta que responda rápida y económicamente a los cambios en su ambiente operativo.

Los cambios comunes en el ambiente operativo se refieren a mezcla de productos, volumen de producción, descompostura de equipo, etcétera. Observe que los conceptos de la rueda de la competitividad están incluidos en la especificación de sistemas de manufactura flexible.

El sistema de manufactura flexible no existiría sin cierta madurez de las tecnologías: automatización programable, manejo de materiales automatizado, control por computadora y sistemas de comunicación. Debe hacerse notar que el FMS no está controlado por la tecnología disponible sino por la necesidad de flexibilidad creada por el ambiente controlado por el mercado.

Los procesos de maquinado, en especial en la industria de los metales, son en la actualidad las aplicaciones más importantes de los sistemas de manufactura flexible. Sin embargo, están surgiendo en muchas aplicaciones diferentes, en especial en las operaciones de ensamblaje (por ejemplo, en el ensamblaje electrónico). Estos sistemas en ocasiones reciben el nombre de sistemas de ensamblaje flexible (SEF). La figura 2-9 es un FMS representativo del trabajo con metales. Las tres componentes principales son el equipo de producción (1, 2 y 7 en la figura), el equipo de manejo de materiales (3) y la red de comunicaciones y control computarizado (12).

Es posible que la **red de comunicaciones y control computarizado** sean los aspectos más importantes y complejos de cualquier sistema con un alto grado de integración, incluyendo un SMF. Más aún, es el elemento clave al implantar la planeación y control de la producción integrados en un sistema de manufactura flexible, puesto que una de las funciones principales de un sistema de control por computadora es el control de la planta, junto con los aspectos de control de la producción y la programación. De esta manera, el software de control de un sistema de manufactura flexible debe incluir algún algoritmo para la planeación y control de la producción integrados.

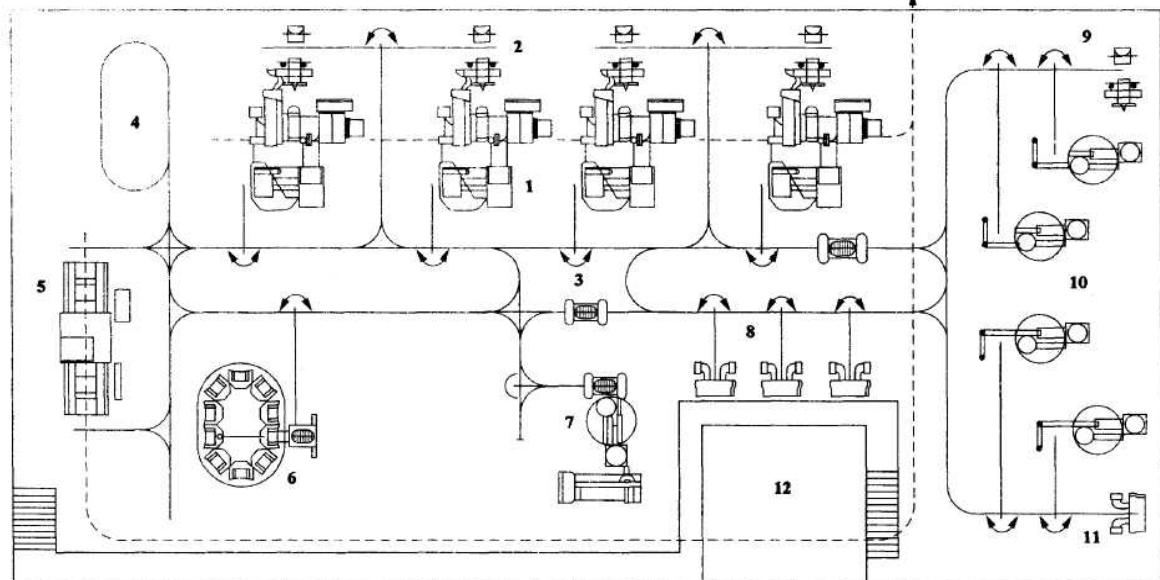
El flujo de información es un elemento importante en la operación de un FMS. El éxito de este tipo de sistemas por lo general depende de la recolección y la reacción en tiempo real a los datos en forma oportuna. Con base en estos datos, los sistemas de control deben ajustarse cuando los eventos no ocurren conforme a lo planeado.

### **8.3.3 Manufactura integrada por computadora (CIM)**

La manufactura integrada por computadora es un tercer enfoque a la producción de volumen medio y variedad media. La manufactura integrada por computadora tiene un alcance más amplio que los sistemas de manufactura celular o flexible. No sólo está basado en computadora, sino que incluye un alto grado de integración entre todas las partes del sistema de producción. Todas las funciones de producción están ligadas a una gran base de datos en computadora, y se proporciona acceso a estos datos a los distintos departamentos (usuarios) en la organización. En teoría, los materiales entran por un lado de la planta y por el otro salen los productos terminados con sólo oprimir un botón. En la realidad, el logro de este objetivo ha sido extremadamente raro.

Entonces, ¿qué es CIM? No existe una definición estándar. Algunos ven a la manufactura integrada por computadora como una tecnología, pero otros piensan que es una filosofía de ad-

- 1** Cuatro centros de maquinado Milacron T30 CNC
- 2** Cuatro estaciones de intercambio de herramientas una por máquina, para reparto en cadena de almacenamiento vía carro controlado por computadora.
- 3** Tres carritos controlados por computadora, con trayectoria guiada por cable.
- 4** Estación de mantenimiento de carritos
- 5** Estación de lavado de partes, manejo automático
- 6** Cambiador automático (10 tarimas) para cola en la línea
- 7** Un módulo de inspección: máquina de medición coordinada tipo horizontal
- 8** Tres estaciones de cadenas de reparto de herramientas
- 9** Carga/descarga de la cadena de reparto de herramientas
- 10** Cuatro estaciones de carga/descarga de partes
- 11** Estación de construcción de tarimas/di
- 12** Centro de control, cuarto de computad (elevado)
- 13** Sistema centralizado de chips/enfriam recolección/recuperación
- Estación de giro para carro (hast vuelta sobre su eje)**



**FIGURA 2-9**

SMF en Millcron (Fuente: Miller y Walker, 1990) (reimpreso con permiso de Fairmont Press, Inc.)

ministración. En la opinión de los autores, ambas son correctas; vemos CIM como una filosofía de administración que tiene la tecnología requerida para implantarla. Se propone la siguiente definición:

La manufactura integrada por computadora es una filosofía de administración que usa computadoras, comunicación y tecnología de la información para coordinar las funciones de negocios con desarrollo del producto, diseño y manufactura. El objetivo es obtener una mejor posición de competitividad mediante el logro de un alto nivel de calidad, entrega a tiempo y costo bajo.

Debe quedar claro con esta definición que los elementos primordiales en la manufactura integrada por computadora son la información y la tecnología de la información. Se desea llevar la noción de CIM un paso adelante: es una meta estratégica que una empresa lucha por lograr a través del tiempo. Esta definición es consistente con la rueda de la competitividad y los objetivos de los sistemas de producción que se presentaron.

Puede haber cierta confusión entre los sistemas de manufactura flexible y la manufactura integrada por computadora. Algo que los distingue es que los FMS manejan en esencia la planta, es decir, la integración local, mientras que CIM va más allá de la planta hacia la integración global. Analizando este argumento, los sistemas de manufactura flexible representan más un enfoque desde abajo hacia la automatización, mientras que CIM trabaja de arriba hacia abajo. Dicho de otra manera, los FMS crean islas de automatización en la planta, mientras que CIM crea puentes entre las islas para integrarlas. A la larga estos dos enfoques tenderán a unirse. Los sistemas de manufactura flexible se convertirán en sólo otro aspecto de un sistema de manufactura integrado por computadora. Sin embargo, pasará algún tiempo antes de que esto ocurra a gran escala. Para llegar ahí, el diseño de sistemas debe ser una parte de la estrategia de automatización a largo plazo.

### **8.3.4 Beneficios de los sistemas de producción integrados**

Aunque se logran de distintas maneras, los tres tipos de sistemas de producción integrados tienen ciertos beneficios comunes que corresponden a los elementos de la rueda de la competitividad: calidad, tiempo, costo, integración, flexibilidad y desperdicio. Se da una lista de estos beneficios en la tabla 2-1.

Numerosas aplicaciones demuestran los beneficios de los sistemas de producción integrados. Por ejemplo, en una planta de John Deere que produce cilindros hidráulicos, el cambio a manufactura celular produjo los siguientes resultados (Martin, 1984):

TABLA 2-1  
Beneficios de los sistemas de producción

Tiempo de entrega más corto	Recepción de mercancía confiable
Flexibilidad en la programación de la producción	
Inventario en proceso reducido	
Tiempo de preparación menor	
Menores requerimientos de espacio en la planta	
Mejor calidad	
Calidad consistente	
Control administrativo mejorado	

Los números de partes se redujeron de 405 a 75

El inventario se redujo de 21 días a 10 días El

tiempo de preparación se acortó un 75%

- El tiempo de entrega disminuyó en un 42%
- El desperdicio se redujo 80%

De los tres enfoques de sistemas de producción integrada, la manufactura celular es el que más se usa. La razón es que integra el proceso de manufactura sin necesidad de una inversión de capital importante.

Existen algunos procesos de integración que complementan y perfeccionan la implantación de los sistemas de producción integrados. Se estudiarán algunos de ellos en la siguiente sección.

## **8.4 Procesos de integración**

La integración es un elemento clave de los sistemas de producción controlados por el mercado. Los beneficios completos de estos sistemas no se obtendrán a menos que se lleven a cabo ciertos procesos de integración. Algunos de éstos se relacionan con el diseño del producto y del sistema, pero otros se refieren a la operación del sistema. Se presenta un panorama general de los tres procesos: trabajo en equipo, administración total de la calidad (TQM) e ingeniería concurrente. Primero se analizará el trabajo en equipo que es parte del papel del empleado en la rueda de la competitividad.

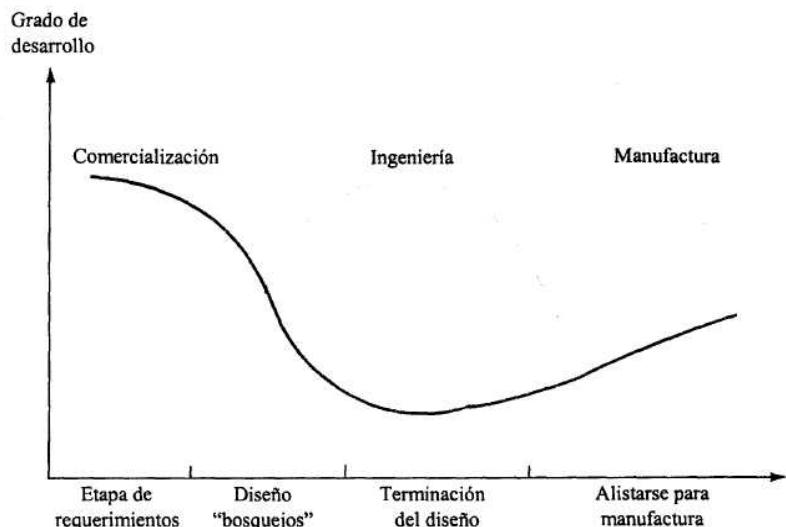
### **8.4.1 Trabajo en equipo**

Las máquinas no manejan una organización, lo hace la gente. Las personas constituyen el recurso más importante de una empresa y marcan la diferencia en el análisis final. Es lógico que el elemento humano sea la base de muchos procesos de integración.

Cuando se habló del diseño de los sistemas de producción integrados, se hizo notar la necesidad de dos aspectos de integración: el físico y el de información. La misma filosofía se aplica, en cierto sentido, a la participación de la gente en el proceso de integración, que se logra construyendo equipos multifuncionales para lograr un objetivo específico. Las reuniones del equipo proporcionan la integración física. La integración de la información es el resultado de que cada miembro comparta sus conocimientos sobre las diferentes disciplinas con el resto del equipo.

Un resultado del trabajo en equipo es la eliminación de barreras funcionales dentro de la organización, esas "paredes" entre departamentos que impiden la integración. Más aún, al participar personas de distintas disciplinas, los resultados serán más aceptables para todos. Además, se pone a trabajar un amplio acervo de inteligencias, que puede generar una amplia gama de buenas ideas.

El trabajo en equipo en sí no es una idea nueva. La novedad estriba en que se ha convertido en un enfoque de toda la empresa y en parte del proceso administrativo dirigido al logro de la integración. El trabajo en equipo es la base de dos procesos primordiales de integración: la ingeniería concurrente y la administración de la calidad total, que se estudiarán en las siguientes secciones.



#### 8.4.2 Ingeniería concurrente

La ingeniería concurrente, también conocida como ingeniería simultánea, ingeniería sustentable o ingeniería del ciclo de vida, se describe mejor mediante la siguiente definición:

La ingeniería concurrente es un enfoque sistemático para el desarrollo concurrente e integrado de los productos y sus procesos, incluyendo la manufactura y el soporte. Este enfoque intenta que el desarrollo, desde el principio, considere todos los elementos del ciclo de vida del producto, desde su concepción hasta que es desecharlo, incluyendo calidad, costo, programación y requerimientos del usuario. (Institute for Defense Analysis, 1988.)

La ingeniería concurrente sustituye al procedimiento secuencial del diseño del producto y del proceso con uno paralelo; los diseños de producto y proceso se consideran juntos, con una visión más amplia que elimina la barrera funcional entre el diseño del producto y la manufactura del mismo.

El proceso de la ingeniería concurrente se implanta usando el enfoque de trabajo en equipo; se forman equipos interdisciplinarios que incluyen representantes de diseño y producción, mercadotecnia, calidad y algunas veces finanzas. Cada equipo es responsable de un producto o familia de productos. Su misión es acortar el tiempo desde el concepto del producto hasta la comercialización, que a menudo se llama tiempo para comercializar. Al hacerlo, se logra un diseño de producto con bajos costos de fabricación y alta calidad.

La ingeniería concurrente organiza el trabajo del equipo. Estructura el flujo de discusiones y conclusiones de manera que las personas que más adelante en el proceso toman las decisiones estén involucradas en las decisiones tomadas antes. El nivel de participación de los miembros del equipo durante la ingeniería concurrente es un proceso dinámico, como se muestra esquemáticamente en la figura 2-10. Al inicio, mercadotecnia tiene la mayor participación. Despues, cuando se definen los requerimientos, la mayor contribución viene de los diseñadores de pro-

ducto, seguido por el diseñador del proceso. El hecho importante es que el proceso está integrado; cada función participa en todas las etapas.

### **8.4.3 Administración de la calidad total (TQM)**

La administración de la calidad total es un buen ejemplo para demostrar la evolución de los procesos en los sistemas controlados por el mercado. Algunas personas piensan que TQM es un enfoque distinto a la calidad y otros la ven sólo como otra palabra de moda. Entonces, ¿qué es en realidad? ¿Y qué importancia tiene en el contexto de la producción integrada? Estos y otros aspectos se analizarán en esta sección.

Existen varias definiciones distintas de TQM. Se eligió definirla como sigue:

TQM es una cultura enfocada a la calidad para toda la organización. Es un esfuerzo para lograr la excelencia en todas las actividades. Involucra a todos los miembros de la organización en todos los niveles de operación.

La calidad total es un filosofía de administración más que otra tecnología de calidad. Su origen se atribuye a la industria japonesa y emigró a Occidente hace más de una década. Irónicamente, en Japón la TQM surgió a principios de los años 50 a partir de la filosofía de la calidad del Dr. W. Edward Deming, un famoso experto estadounidense sobre calidad.

En Occidente, un proceso evolutivo condujo a la TQM, cuyas tres etapas principales son el control estadístico de la calidad, el control de calidad total y la administración de la calidad total.

El control estadístico de la calidad consiste en el uso de métodos estadísticos para controlar la calidad. Se originó en Estados Unidos a mediados de la década de 1930, con el trabajo de Shewhart. Estos métodos se ampliaron con el tiempo y todavía son parte importante de cualquier programa de calidad. Una técnica importante en este contexto es el control estadístico del proceso (CEP), una herramienta estadística usada para controlar la variabilidad del proceso con el fin de lograr un producto de alta calidad. Las computadoras personales reforzaron el uso del control estadístico de procesos en la planta. Su concepto organizacional es que la calidad del producto es responsabilidad de la función de control de calidad. Esta filosofía es característica de la era de los sistemas controlados por la producción.

El control de calidad total amplía los aspectos organizacionales del control estadístico de calidad, pero no cambia las herramientas básicas. La filosofía del control de calidad total reconoce que la calidad del producto no es sólo responsabilidad de la función de control de calidad. Todas las partes de la organización, como manufactura, ingeniería y comercialización, deben compartir esta responsabilidad; este proceso es un ejemplo de integración organizacional. En retrospectiva, este concepto fue parte de la transición de los sistemas controlados por la producción a los controlados por el mercado.

La administración de la calidad total se puede ver como el arranque hacia el control total de la calidad. Es una filosofía de administración con un conjunto de herramientas de apoyo y es un producto de los sistemas controlados por el mercado. La administración de la calidad total amplía el alcance de la calidad y el grado de participación. La calidad ya no se refiere sólo a la calidad del producto; es la calidad de todas las actividades en la organización, que incluyen investigación y desarrollo, finanzas, mantenimiento, contabilidad y ventas. Más aún, la calidad es responsabilidad de cada miembro de la organización, desde el presidente hasta los empleados de tiempo parcial.

## **SECCIÓN 8 EJERCICIOS**

- 2.25. ¿Cuáles son los diferentes aspectos de la integración?
- 2.26. Se piensa que la producción integrada es más adecuada para ambientes de producción de variedad y volumen medios. ¿Por qué?
- 2.27. ¿Cuáles son los diferentes enfoques para la producción integrada?
- 2.28. ¿Cuáles son las metas de integración?
- 2.29. Defina cinco medidas de desempeño que se espera mejorar como resultado de la integración.
- 2.30. Consulte los beneficios de los sistemas de producción integrados de la tabla 2-1. Estos aspectos, ¿son interdependientes o están interrelacionados? Dé unos cuantos ejemplos de cómo la mejora de un aspecto puede llevar a la mejora de otro.
- 2.31. ¿Cuáles son los beneficios de las células de manufactura o ensamble en "forma de U"? ¿Cuál es su relación con la integración?
- 2.32. Explique cómo se puede implantar la integración física y de información en los siguientes casos:
  - a) Sistemas de manufactura celular
  - b) Sistemas de manufactura flexible
- 2.33. ¿Cuáles son las implicaciones de la integración parcial —por ejemplo, al implantar sólo la integración física o la integración de información—?
- 2.34. Teddy Bear Inc. es un fabricante de juguetes cuyas principales materias primas son plástico y fibras. Los productos terminados se venden a través de distribuidores a las tiendas y los consumidores. La jerarquía y estructura de la compañía se ilustran en la figura siguiente. El departamento de mercadotecnia es responsable de los canales de distribución, el manejo de órdenes y los pronósticos de demanda. El departamento de contabilidad maneja los asuntos financieros. El departamento de investigación y desarrollo diseña nuevos productos, mejora los existentes y planea los procesos. El departamento de administración y control de la producción programa los lotes para la fabricación y recibe retroalimentación de la planta. El departamento de control de calidad realiza la inspección en línea.
  - a) Para cada departamento del diagrama, defina al menos cinco tareas que normalmente desempeñen.
  - b) Para cada tarea, defina al menos dos elementos de información esenciales para completarla. Por ejemplo, administración y control de la producción proporciona lotes a producción y necesita acceso a los datos de demanda y a los planes de Producción.
  - c) Intente localizar los elementos de información compartidos por más de un departamento. ¿De qué manera se relacionan con la integración de la información?



- d) ¿Cuáles son las implicaciones de manejar varios departamentos sin una base de datos central de información compartida? e) ¿Qué tipo de infraestructura se necesita para implantar la integración de la información en esta compañía?*

## **9 MANUFACTURA DE CLASE MUNDIAL (MCM)**

La definición de **clase mundial** se ha discutido mucho al igual que el camino para lograrla; el término se ha hecho popular en la literatura, debido principalmente al libro de Schoenberger, *World Class Manufacturing* (1986). Antes se usaba un término común, **manufactura de excelencia**. En ambos casos la meta es lograr la capacidad de una fabricación superior. No existe un estándar en la definición de clase mundial. Sin embargo, este término representa la influencia de una nueva dinámica de mercado, el mercado global, y capta el aliento y la esencia de cambios fundamentales que tienen lugar en las empresas industriales exitosas. Algunas definiciones que aparecen en la literatura incluyen sólo filosofías, pero otras contienen filosofías y los medios para lograrlas. Se presentan cuatro definiciones publicadas y después se propone una propia.

Hayes *et al.* (1988) define la manufactura de clase mundial como sigue:

Convertirse en el mejor competidor; ser mejor que casi cualquiera de las otras compañías en el sector al menos en un aspecto de la manufactura. Ser más rentable que los competidores. Contratar y retener a las mejores personas.

- Desarrollar personal de ingeniería con los mejores conocimientos.
- Poder responder con rapidez y decisión a las condiciones cambiantes del mercado.
- Adoptar un enfoque de ingeniería para el producto y el proceso que maximice el desempeño de ambos.
- Mejorar continuamente.

Huge y Anderson (1988) describen una nueva filosofía de manufactura de excelencia que está basada en los dos principios fundamentales de la mejora continua y la eliminación del desperdicio.

Schoenberger (1986) identifica el momento de cambio a la manufactura de clase mundial como 1980, año en que las compañías estadounidenses comenzaron a rediseñar sus aparatos de fabricación. Como la meta más importante, sugiere "mejora continua y rápida" en calidad, costo, tiempo de entrega y servicio al cliente.

El National Center for Manufacturing Services (NCMS) Report (1988) presenta ocho áreas de principios de operación que giran alrededor tanto del cliente como de la calidad.

- Enfoque administrativo
- Estrategia de manufactura
- Calidad y cliente
- Capacidad de manufactura
- Medidas de desempeño
- Organización
- Recursos humanos
- Tecnología

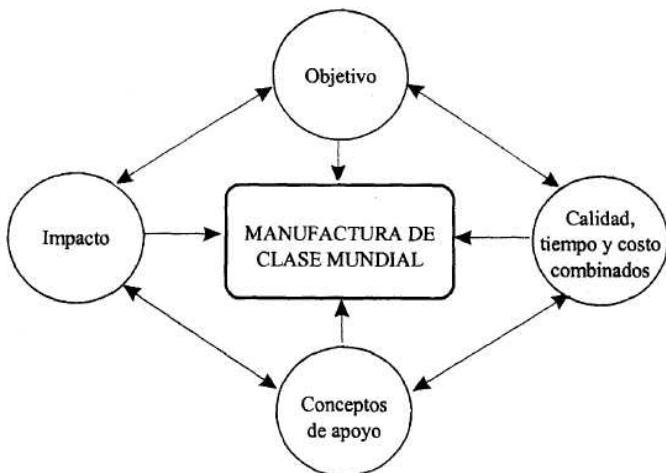


FIGURA 2-11  
Manufactura de clase mundial

Esas áreas se desglosan en principios adicionales. La premisa de la NCMS es que estos principios, ejecutados en concierto, aumentarán la competitividad de cualquier fabricante hasta el desempeño de clase mundial.

Es obvio que estas definiciones no se contradicen sino que se complementan. Cada una hace hincapié en aspectos diferentes y proporciona una mezcla de conceptos, principios y herramientas.

Nuestra definición de manufactura de clase mundial está basada en el objetivo de los sistemas de producción definido en este capítulo. *Una organización de manufactura de clase mundial es aquella que se suscribe al objetivo de aumentar continuamente la satisfacción del cliente; adopta las metas de operación —calidad, tiempo y costo combinados—; hace suyos los conceptos de apoyo, y se compromete al impacto en la organización del proceso de cambio.* Esta definición se representa esquemáticamente en la figura 2-11.

Existen dos tendencias en la literatura: una asegura que para tener éxito tienen que adoptarse los conceptos de apoyo, pero la otra selecciona uno o dos "campeones". Creemos que ambos enfoques están equivocados. Los mercados son diferentes; las organizaciones y culturas son distintas, de manera que no existe una manera única de ganar la batalla. Situaciones diferentes, aun dentro de la misma organización, pueden requerir una **mezcla** distinta de estos conceptos y las herramientas relacionadas. El **arte de administrar** para crear la mezcla adecuada llevará a los mejores resultados. Como dice Macbeth (1989) (usado con permiso de Springer Verlag New York, Inc.),

Una de las características de los negocios occidentales es que resulta demasiado fácil que nos convenzan de los méritos de una "solución" particular y como resultado, suponemos que no queda nada más por hacer. De esta manera las empresas se mueven de una "panacea" a otra cuando el último "gurú" declara cuál debe ser el "sabor del mes".

Debe establecerse con toda claridad que no existe un enfoque de "todos o uno". Una mezcla adecuada de estas filosofías, conceptos y herramientas queda determinada por cada situación particular.

Recientemente, han surgido dos filosofías administrativas sobre la manufactura de clase mundial: la producción ligera y la manufactura ágil. Se estudiarán enseguida.

## **9.1 Producción ligera**

La **producción ligera** es un término inventado por el grupo de investigación del MIT (Womack *et al*, 1990). Durante cinco años de estudio sobre el futuro de la producción automotriz examinaron 90 plantas en 19 países. Su estudio promueve la eliminación del inventario y otras formas de desperdicio, mayor flexibilidad en la programación de la producción, tiempos de entrega más cortos y niveles avanzados de calidad en el producto y en el servicio al cliente. La producción ligera combina las ventajas de la producción en masa y la artesanal sin la rigidez de la primera o los altos costos de la última. Una componente esencial de la producción ligera es el uso de equipos interdisciplinarios en todos los niveles de la organización.

Es claro que la producción ligera emplea muchos de los conceptos y procesos que se describieron. Se reconoce ampliamente que Japón estaba mucho más adelante que el resto del mundo en su implantación, que comenzó en los 50 en la Toyota. La industria occidental no se puso al corriente hasta la década de los 80.

Se decidió usar el término debido a que usa menos de todo, comparado con la producción en masa —menos recursos humanos en la fábrica, menos espacio para la manufactura y menos tiempo de ingeniería para desarrollar el producto—.

La producción ligera difiere de la producción en masa de varias maneras, pero la mayor diferencia está en los objetivos finales. Por implicación, la producción en masa establece una meta límite, la de suficientemente bueno. En el sentido operativo, existe un número aceptable de defectos, un nivel aceptable de inventario y una variedad baja de productos aceptable. El razonamiento era que hacerlo mejor costaba más y hacerlo mejor no se requería en la era controlada por la producción.

La producción ligera pone la mira en el desempeño, definiendo una trayectoria hacia la perfección: cero defectos, costos menores, mayor flexibilidad y más variedad de productos. Así, la producción ligera es un resultado de los sistemas controlados por el mercado.

## **9.2 Manufactura ágil**

El concepto de **manufactura ágil** comenzó en un informe titulado "Estrategia empresarial de la manufactura del siglo xxi" (Goldman *et al*, 1991). Este estudio, hecho por el Iacocca Institute en Lehigh University, incluyó más de 150 ejecutivos industriales. El informe describe la posible evolución de la competitividad industrial en los siguientes 15 años. Se formó una organización llamada Agüe Manufacturing Enterprise Forum (AMEF) para continuar este trabajo. El esfuerzo del Iacocca Institute se inspiró, hasta cierto punto, en el estudio japonés Manufacturing 21, que describe los escenarios para la competitividad japonesa en el siglo xxi.

El mayor impulso de la manufactura ágil es una visión de empresa (Sheridan, 1993), que específicamente incluye lo siguiente:

- Mayor diversificación de productos, fabricación por pedido pero a un costo unitario relativamente bajo
- Introducción rápida de productos nuevos o modificados, en algunos casos a través de la formación rápida de una sociedad estratégica temporal para aprovechar oportunidades de nichos de mercado breves, lo que se llama empresa u organización virtual Productos que se pueden actualizar, diseñados para desensamblarlos, reciclarlos y recon-figurarlos

Relación interactiva con el cliente

Reconfiguración dinámica de procesos de producción con el fin de dar lugar a pequeños cambios en el diseño del producto hasta nuevas líneas de producto

Compromiso con productos y operaciones benignos con el medio ambiente

Al examinar estas especificaciones, se ve que la manufactura ágil usa muchos de los conceptos de la rueda de la competitividad.

En la planta, la reconfiguración es el aspecto principal para la agilidad. Se trata de la habilidad para reunir con rapidez los recursos necesarios para cumplir con entregas específicas, digamos una fecha de entrega para un pedido grande. Todavía más, la reconfiguración se debe llevar a cabo a un costo razonable.

El concepto de manufactura ágil todavía es algo amorfio, y algunos de los sistemas de apoyo tienen que desarrollarse. Sin embargo, este enfoque parece ser el mejor para crear una visión de las empresas manufactureras en el próximo siglo.

### **9.3 Ligera contra ágil**

A primera vista, la manufactura ágil puede parecer otra manera de describir la producción ligera. Existen similitudes, pero también diferencias.

La diferencia más importante es que la manufactura ágil toma el punto de vista de la empresa, mientras que la mayor preocupación de la producción ligera es la planta. Lo que es más, algunos ven a la producción ligera como una mejora a los métodos de producción en masa. La agilidad implica romper con el modelo de producción en masa para fabricar una mayor variedad de productos.

Pensamos que las diferencias sutiles entre la producción en masa y la manufactura ágil no son tan importantes. Lo que en realidad cuenta es que ambas están basadas en conceptos similares (aquellos descritos en la rueda de la competitividad). Más aún, se ve cada una como un paso más en la trayectoria para desarrollar nuevas teorías de producción.

## **SECCIÓN 9 EJERCICIOS**

- 2.35. ¿Cuál es el denominador común de las distintas definiciones de manufactura de clase mundial?
- 2.36. ¿Qué conceptos de la rueda de la competitividad son parte de la producción ligera?
- 2.37. Identifique tres elementos importantes de la manufactura ágil. Explique su selección.

## **10 RESUMEN**

La competitividad en Estados Unidos declinó a mediados de los 60. Desde entonces, Japón ha captado muchos mercados en ese y otros países porque podían hacer productos mejor, más rápido y a menor costo. Llevó tiempo darse cuenta de que se requieren distintos enfoques para enfrentar el nuevo ambiente industrial. En la búsqueda de nuevos enfoques se analizó la producción en Japón y Estados Unidos.

El éxito japonés, en un principio, fue una sorpresa para las compañías estadounidenses. Esta sorpresa se convirtió enseguida en admiración y después en la concientización de que era necesario volver a tener ventaja competitiva. Algunas compañías estadounidenses intentaron

imitar a Japón mientras que otras desarrollaron nuevos enfoques. Por prueba y error, surgieron los mejores conceptos de los sistemas de producción de ambos países: algunos clásicos, algunos japoneses y otros americanos nuevos.

Si se observa el estado de las teorías administrativas actuales, se concluye que las teorías clásicas no cubren todos los aspectos del nuevo ambiente. Estos conceptos se integran en la "rueda de la competitividad". Creemos que los conceptos en esta rueda son algunos de los requeridos para regresar a Estados Unidos a su posición de líder.

La rueda de la competitividad contiene cuatro círculos concéntricos que representan diferentes aspectos de la nueva teoría de administración de la producción. Estos círculos son centro, entrega, apoyo e impacto. El centro de la rueda es el cliente. El círculo de entrega muestra lo que hay que proporcionar al cliente: calidad, tiempo y costo. El círculo de apoyo muestra 11 conceptos necesarios para apoyar lo que entrega el sistema de producción. El círculo de impacto habla de un cambio en la cultura organizacional.

El capítulo incluye un estudio detallado de cada círculo. Se definen satisfacción del cliente, tiempo, costo y calidad. Se analizan los conceptos de integración, flexibilidad, sencillez, jalar, desperdicio, mejora y otros. El impacto sobre la cultura organizacional se refleja en la transición de una cultura de eficiencia a una de efectividad. Se lleva varios años lograr esta transición; no existe un camino rápido.

En nuestra definición, el objetivo de un sistema de producción es hacer la contribución máxima para la constantemente creciente satisfacción del cliente, de donde resultan las metas operativas de calidad, tiempo y costo.

Para ilustrar mejor los conceptos, se profundizó sobre la integración, mostrando la manera en que genera un nuevo ambiente de manufactura: los sistemas de producción integrados. Se estudiaron tres tipos comunes de implantación de la producción integrada: sistemas celulares, flexibles e integrados por computadora. Al estudiarlos se hizo notar, para cada tipo de sistema, el uso de los conceptos presentados en la rueda de la competitividad. Se profundizó en tres procesos que refuerzan la integración: trabajo en equipo, administración de la calidad total e ingeniería concurrente.

A continuación se analizó el concepto de manufactura de clase mundial y dimos nuestra definición. Se hizo hincapié en la necesidad de evaluar cada situación de manera independiente; ninguno de estos conceptos resuelve todos los problemas. Sin embargo, una mezcla adecuada de ellos y el sentido común proporcionarán un buen punto de partida.

Por último, se estudió la producción ligera y la manufactura ágil. Estas dos filosofías incipientes surgieron de la manufactura de clase mundial y es muy probable que influyan en la dirección que tomen la producción en el siglo XXI.

## **11 REFERENCIAS**

- Black, J. T., *The Design of a Factory with a Future*, McGraw-Hill Publishing Company, Nueva York, 1991.
- Blackburn, J. D., *Time Based Competition*, Business One, Irwin, Homewood, IL, 1991. Deming, W., *Out of the Crisis*, MIT Press, Cambridge, MA, 1986. Hayes, R. H., Wheelwright, S. C. y Clark, K. B., *Dynamic Manufacturing, Creating the Learning Organization*, Free Press, Nueva York, 1988. Huge, E. L. y Anderson, A. D., *The Spirit of Manufacturing Excellence: An Executive Guide to the New MindSet*, Dow Jones-Irwin, Homewood, IL, 1988.

- Goldman, S. L. y Preis, K., *21st Century Manufacturing Enterprise Strategy*, Informe del Iacocca Institute, Lehigh University, 1991.
- Institute for Defense Analysis, Report R-338, diciembre, 1988. Macbeth, D. K., *Advanced Manufacturing Strategy and Management*, IFS Publications, Springer-Verlag, Berlín, 1989. Martin, J. M., "Cells Drive Manufacturing Strategy", *Manufacturing Engineering*, 102, 49-54, enero,
1989. Miller, R. K. y Walker, T. C, *FMS/CIM Systems Integration Handbook*, The Fairman Press, Liburn, GA,
1990. National Center of Manufacturing Sciences, *World Class Manufacturing: Operating Principles for the 1990's and Beyond*, NCMS, Washington, DC, 1988. Schoenberger, R., *Building a Chain of Customers: Linking Business Functions to Create the World Class Company*, Free Press, Nueva York, 1990. Schoenberger, R., *World Class Manufacturing: The Lessons of Simplicity Applied*, Free Press, Nueva York, 1986.
- Sheridan, J. H., "Agüe Manufacturing", *Industry Week*, abril 19, 1993. Womack, J. P., Jones, D. T. y Roos, D., *The Machine That Changed the World: The Story of Lean Production*, Rawson Associates, Nueva York, 1990.

# *Solución de problemas*

## 1 INTRODUCCIÓN

Blake planeó una carrera en investigación de operaciones, pero cambió su manera de pensar después de una práctica de trabajo de verano en el Banco Mundial. Cuando le preguntaron por qué, contestó, "no vi una sola aplicación de 10 en el Banco Mundial". El siguiente verano, Tania trabajó en el Banco Mundial y desarrolló un modelo de programación lineal para asignar recursos en el sector agrícola de Egipto. La contrataron otro año para continuar su trabajo en el modelo. ¿Por qué fue distinta la experiencia de los dos estudiantes?

Blake esperaba que alguien le proporcionara un problema bien definido con el que pudiera alimentar datos a la computadora y resolverlo. Esto casi nunca ocurre. Tania examinó los aspectos que eran importantes para el Banco Mundial y modeló un problema que podía resolverse por programación lineal. Tania soluciona problemas; Blake no.

Es difícil enseñar a resolver problemas; se trata más de un arte que de una ciencia. Para aprender a resolver problemas, hay que hacerlo. Igual que andar en bicicleta, las explicaciones ayudan, pero eventualmente debe hacerse. Se puede caer, pero eso casi siempre es necesario para andar en bicicleta. El fracaso también es una parte frecuente al aprender a resolver problemas. No existe una fórmula mágica para la solución de problemas.

Debido a la dificultad para enseñar a resolver problemas, la mayoría de los libros se centran en las técnicas para resolver modelos. Debe entenderse cómo usar esas técnicas, pero no es suficiente saber cómo alimentarlos y arrancarlos. También debe ponerse atención al proceso de solución de problemas.

Este capítulo contiene sugerencias sobre el arte de la solución de problemas. En la sección 2 se da un visión general del enfoque de solución de problemas. Cada una de las siguientes seis secciones cubre un paso de este proceso. Se presenta cómo identificar un problema en la sección 3, la comprensión del problema en la sección 4 y el desarrollo del modelo en la 5. La solución de modelos, la interpretación de la solución y la implantación se cubren en las secciones 6, 7 y 8. Se, hace un comentario breve sobre el uso de las computadoras en la solución de problemas (sección 9) y en la sección 10 se ve la evolución de los enfoques de la solución formal de problemas. En la sección 11 se resume el capítulo y la sección 12 contiene las referencias.

### 1.1 Problemas

¿Qué es un problema? Cada día nos enfrentamos a problemas, pero no es sencillo definirlos. Un **problema** existe cuando lo que ocurre difiere de lo que debería ocurrir. Lo que está sucediendo es el estado actual y lo que debería suceder es el estado meta.

Se conocen el estado actual y el estado meta en los problemas bien estructurados. Un ejemplo es encontrar el mínimo de una función cuadrática. El estado actual es la función, y el estado meta es su mínimo. Otros problemas tienen una estructura pobre. Éstos pueden no tener un estado meta claro, ni siquiera un estado actual bien definido. Mejorar la calidad de vida es un problema con estructura pobre.

Los problemas pueden ser de una sola vez o recurrentes. Decidir cuántas pijas producir cada mes es un problema recurrente, pero determinar la causa de la descompostura de una máquina es un problema de una vez. Muchos conceptos para la solución de problemas se aplican a ambos tipos de problemas, pero cada problema tiene una situación distinta. Los problemas recurrentes requieren la recolección continua de datos, informes y otros elementos de infraestructura.

Cada problema tiene una vida diferente. Para algunos problemas debe obtenerse una solución rápida, y otros no son tan urgentes. No se puede llevar mucho tiempo desarrollar un programa para las corridas de programas en una computadora, ya que el tiempo para correrlos generalmente es corto. Por otro lado, se dispone de más tiempo para determinar la localización de los departamentos en una planta que se va a construir el año próximo.

Los problemas también tienen diferente impacto. Los problemas que se resuelven deben merecer los recursos que se usaron para resolverlos. Citando a Gene Woolsey (Woolsey y Swanson, 1975), si cuesta más realizar el estudio que los ahorros que se obtendrán, *no debe hacerse*. El impacto del problema debe determinar el esfuerzo dedicado para resolverlo.

Los estudios económicos pueden justificar la solución de algunos problemas. Para otros, la justificación basada sólo en costos o ganancias es difícil; la reducción de tiempos de entrega es un ejemplo. Si los tiempos de entrega no se reducen, los clientes pueden comprar a un competidor que pueda entregarles más rápido. La estimación del costo de la pérdida potencial de clientes es complicada. La identificación de todo el impacto incluye conceptos difíciles de cuantificar y es crítica para conocer qué problemas merecen el esfuerzo.

Los problemas comunes no desaparecen a menos que se haga algo para resolverlos. Esta intervención se llama **solución del problema**. Se buscan soluciones rápidas y sencillas pero, con frecuencia, los problemas complejos requieren soluciones complejas. La solución de la mayor parte de los problemas bien estructurados es sencilla. Para encontrar el mínimo de una función cuadrática se usan la primera y segunda derivadas. La solución de problemas con estructura pobre no es obvia. ¿Cómo se puede reducir el hambre en el mundo? Una gran parte de la solución es la transformación de un problema con estructura pobre en uno bien estructurado.

Ackoff (1991) analiza cuatro enfoques a un problema. El primero, la **absolución**, ignora el problema y espera que desaparezca, lo que muy pocas veces es un buen enfoque. El segundo es la **resolución**. La **resolución** encuentra un solución aceptable usando el sentido común; la resolución casi siempre es mejor que la **absolución**, pero la respuesta puede no ser buena. La **solución** es su tercer enfoque. Utiliza métodos cuantitativos y experimentales para obtener la "mejor" respuesta bajo las condiciones actuales. El cuarto, la **disolución**, rediseña el sistema para eliminar la causa del problema. Este enfoque, si es posible y no muy costoso, es el preferido.

Para resolver un problema deben existir cinco condiciones (VanGundy, 1981). Debe tenerse lo siguiente:

1. Una diferencia entre el estado actual y el estado meta, es decir, que exista un problema
2. La conciencia de la diferencia, en la que se reconoce el problema
3. La motivación para disminuir la diferencia, esto es, el problema es importante para alguien y tiene un impacto, y se dedicarán recursos para resolverlo
4. La habilidad para "medir" el tamaño de la diferencia; se tiene una idea de la severidad del problema y se sabe si ocurre una mejora
5. La habilidad y los recursos para disminuir la diferencia; se cuenta con la metodología para resolver el problema y los recursos para llevar a cabo la solución

Si falta una o más de estas condiciones es poco probable que la solución del problema tenga éxito. Si estas condiciones existen, se puede proceder con la solución. Aunque no existe una mejor manera de resolver los problemas de estructura pobre, se presenta un marco de referencia que puede ser útil.

### **1.3 Analistas de problemas**

¿Quién resuelve los problemas? La persona que tiene un problema o alguien contratado para resolverlo puede ser el **analista de problemas**. En el ambiente de producción, el analista puede ser un administrador, un analista de sistemas o un ingeniero industrial. Con frecuencia hay varios analistas de problemas trabajando juntos; para que la presentación sea más sencilla se usará el singular. En este libro, usted es el analista.

Debido a que los solucionadores de problemas son personas, no son infalibles. Los valores, tendencias y juicios personales afectan el proceso de solución. Si existe o no un problema depende del punto de vista de una persona, pero el hecho de reconocer que el punto de vista puede ser tendencioso debe minimizar su impacto.

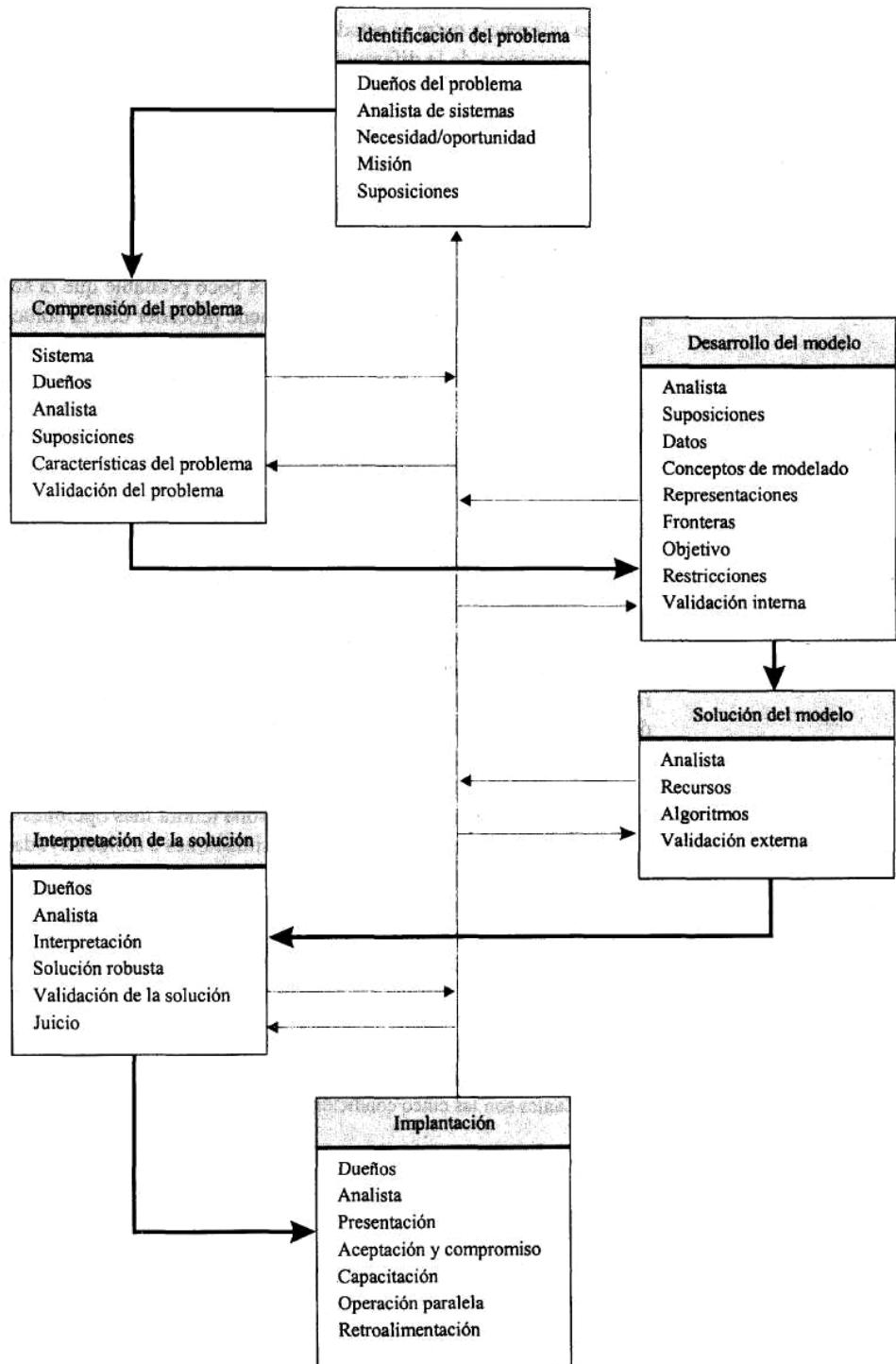
El conocimiento y la experiencia de un analista de problemas también influyen. Si una persona tiene más herramientas, esa persona tendrá más opciones de solución. La experiencia enseña qué herramientas usar en ciertas situaciones e incluso ayuda a inventar nuevas opciones o a adaptar las conocidas a nuevas situaciones. Si una herramienta específica no forma parte del acervo de herramientas, ésta no se usará.

## **SECCIÓN 1 EJERCICIOS**

- 3.1. ¿Qué es un problema?
- 3.2. Enumere los cuatro tipos de soluciones de Ackoff.
- 3.3. ¿Cuáles son las cinco condiciones que deben existir para resolver un problema?

## **2 ENFOQUE DE SOLUCIÓN DE PROBLEMAS**

Existen muchos enfoques para resolver un problema. Uno general incluye la identificación del problema, la generación de soluciones y la elección de una de ellas. Se presenta un proceso de seis pasos, que se describe en la figura 3-1. Se da el marco general del proceso; los detalles se darán en secciones posteriores.



**FIGURA 3-1**  
Una visión general del  
proceso de solución de  
problemas

El proceso comienza en la *identificación del problema* y procede a la *comprensión*, el *desarrollo*, etcétera. Esta secuencia está indicada por las líneas gruesas. No se puede saltar ningún paso. Es probable que no se complete con éxito algún paso; entonces debe regresarse a un paso anterior. Estos regresos se muestran con las líneas delgadas. Si no se completa el paso de *solución del modelo*, se regresa al *desarrollo del modelo, comprensión del problema o identificación del problema*, que se determina según el motivo por el que no se pudo obtener la solución. Al regresar a cualquier paso, deben realizarse los pasos siguientes.

El primer paso es identificación del problema, lo que incluye identificar a los dueños del problema y con ellos determinar la misión del mismo. En este paso se hacen las suposiciones. Una vez determinado el problema, el analista y los dueños deben comprenderlo; para ello se examina el sistema dentro del cual ocurrió, especificando las características del problema, lo cual incluye las metas y tal vez hacer más suposiciones. La validación asegura que más adelante se esté resolviendo el problema correcto. Si este paso no tiene éxito será necesario regresar a la identificación del problema. Una vez que el analista de problemas y los dueños están de acuerdo se desarrolla un modelo formal. Los conceptos de modelado y la disponibilidad de datos determinan una representación para el modelo. Después se usan fronteras, restricciones y objetivos para producir un modelo formal. Se valida el modelo para estar seguros de que hace lo que se quiere. El fracaso en este paso puede requerir ir de nuevo a la identificación del problema o bien a la comprensión del problema. Después de construir un modelo formal y recolectar los datos se usa un algoritmo adecuado para resolverlo. De nuevo, los resultados no satisfactorios obligan a regresar a algún paso anterior. Una vez que se tiene la solución del modelo, se interpreta considerando el problema real. Una solución robusta, la validación y el juicio llevan a la solución del problema. Si es necesario, se regresa a algún paso anterior para eliminar las diferencias. Por último se implanta la solución. La implantación comienza proponiendo una solución. Cuando ésta se acepta se asignan recursos para resolver el problema. Se capacita a las personas idóneas y se implanta en paralelo con el procedimiento anterior. Se debe supervisar la implantación para que el éxito sea constante.

Se presentará cada paso con cierto detalle. Algunos temas, como suposiciones y participación dei dueño, aparecen en varios pasos. A menos que exista alguna deferencia en ellos en algún paso específico, sólo se analizarán la primera vez.

## **SECCIÓN 2 EJERCICIOS**

- 3.4. Enumere los pasos para la solución de problemas.
- 3.5. Analice la naturaleza no secuencial de la solución de problemas.

## **3 IDENTIFICACIÓN DEL PROBLEMA**

Primero surgen los síntomas; con ellos debe hacerse un diagnóstico. El problema puede surgir a partir de una necesidad, una oportunidad, o ambas. El analista y los dueños desarrollan una misión del problema que determina qué necesidad debe satisfacerse. Para hacerlo, con frecuencia se requieren algunas suposiciones. No debe intentarse visualizar una solución en este momento; esto sólo restringirá las ideas sobre la identificación del problema. Este paso consiste en una interacción continua entre los dueños del problema y el analista, y el resultado es un enunciado inicial del problema.

**La identificación del problema** convierte un "caos" en un enunciado sencillo. Tentativamente, se describe el estado actual y el estado meta. Si una línea de producción fabrica muchos artículos rechazados por el cliente, el estado actual es una línea que produce artículos de baja calidad. El estado meta sería una línea que produce artículos perfectos.

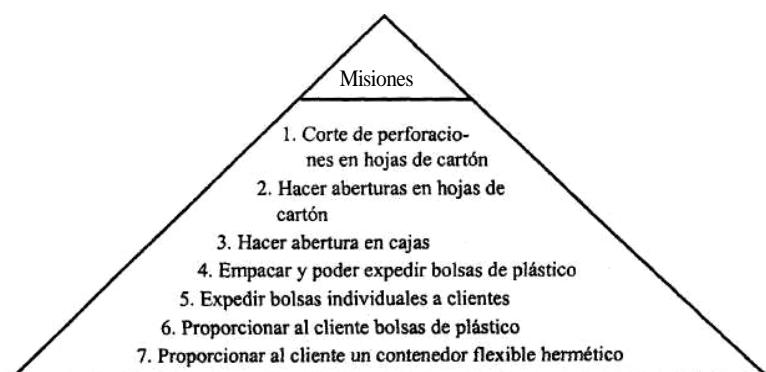
La identificación es un paso importante en la solución de problemas. Un problema no reconocido no se puede resolver. Ackoff (1991) piensa que es mejor obtener una solución equivocada para un problema correcto que la solución correcta del problema equivocado. Las soluciones de un problema equivocado se ignoran, pero las respuestas equivocadas del problema correcto crean interés, se corrigen y se usan.

Dos orígenes de problemas son la necesidad y la oportunidad. Los problemas pueden estar controlados por cualquiera de ellos o por ambos; ocurre algo indeseable que necesita arreglarse. Con frecuencia, las quejas hacen que se reconozca un problema. Algunas veces es difícil reconocer problemas controlados por la necesidad. En 1962 la General Motors fabricó el 51% de los automóviles y camionetas vendidos en Estados Unidos. Para 1991 tenía sólo el 35% del mercado. Su incapacidad para responder a un mercado cambiante es un ejemplo clásico de problemas no reconocidos.

Aun cuando no haya quejas, puede tenerse un problema. No es suficiente tener clientes satisfechos; se puede querer mejorar la calidad para aumentar la competitividad. Esta situación está controlada por la oportunidad. ¡Si no está en quiebra, mejórala! La insistencia japonesa en la mejora continua es un ejemplo de solución de problemas controlados por la oportunidad. Para reconocer un problema de este tipo debe seguirse el consejo de Shaw: "sueño con cosas que nunca han existido y pienso, ¿por qué no?".

### 3.1 Misión del problema

La etapa más importante de la identificación del problema es determinar la **misión del problema**. La misión del problema es el propósito global, aquello que se quiere lograr. La misión se traducirá más adelante en metas y después en objetivos. Distintas misiones dan como resultado soluciones diferentes. Un problema puede tener varias misiones.



**FIGURA 3-2**  
Jerarquía de las misiones del problema

Las misiones pueden verse como una pirámide con varios niveles. Cada nivel representa una misión diferente, comenzando por la más específica seguida de misiones cada vez más generales. Nadler e Hibino (1990) analizan una empresa que hace bolsas de plástico. Las bolsas se empacan en una caja de cartón. Un lado de la caja tiene una pestaña que se puede jalar para hacer una abertura. Cada bolsa se jala por esta abertura para sacarla de la caja. Actualmente, la empresa tiene problemas con el corte de las perforaciones en la hoja de cartón que se convierte en caja. Su lista de misiones está dada en la figura 3-2.

La primera misión es muy distinta de la última. El corte de perforaciones en las hojas restringe las soluciones posibles, mientras que proporcionar al cliente un contenedor flexible y hermético coloca al problema en una nueva perspectiva. Buscar una misión más general tal vez signifique un cambio mayor; en este caso la empresa puede cambiar por completo su línea de producto.

No siempre es lo mejor aspirar al logro de la misión más general. Las restricciones de tiempo y recursos, o incluso las decisiones políticas, pueden limitar la misión. Por ejemplo, empacar y expedir bolsas de plástico puede ser lo más lejos que se quiera llegar. Al elegir esta misión se elimina el problema original porque puede ser que ya no se necesiten las perforaciones en las hojas de cartón. Por supuesto, debe resolverse el problema de empacar y expedir las bolsas.

Definir la misión correcta evitara confundir los síntomas con el problema. La identificación del problema tiene mucho más en común con el diagnóstico que hace un doctor. El analista ve los síntomas y determina el enunciado correcto del problema. En una máquina de moldeo por inyección se rompió la llave que conecta un engrane con el eje principal. Después de romperse dos veces un mecánico supuso que la misión era evitar la rotura, por lo que la remplazó con una llave de acero reforzada. Por supuesto que no volvió a romperse pero el eje terminó con la apariencia de nudo.

La llave rota era un síntoma y no el problema. De hecho, la llave hacía su trabajo, protegía al eje y al engrane. La verdadera misión era encontrar la causa del exceso de fuerza aplicada sobre la llave. Una vez establecida la misión, un ingeniero de mantenimiento encontró y arregló el problema. Con frecuencia, es más difícil identificar el problema correcto que encontrar la solución.

Para diferenciar entre síntomas y causas, Ohno (1988) recomienda preguntarse ¿por qué? cinco veces. Cuando la llave se rompa pregunte por qué. Cuando se averigua la causa, continúe preguntando por qué hasta que se descubra el verdadero problema. Si el analista pregunta por qué al menos cinco veces, quizá encuentre el problema real.

Una vez que se ha elegido la misión correcta, la identificación del problema es más sencilla. Debe dedicarse suficiente tiempo a esta etapa. No intente incorporar soluciones en la identificación del problema, eso vendrá después. Observar lo que ocurre será útil. También la lluvia de ideas con un gilupo de expertos puede ayudar a aclarar el problema.

## **3.2 Dueños del problema**

Los **dueños del problema** son las personas que deben vivir con la solución. Sería poco usual en un ambiente de producción (y en muchos otros) tener un solo dueño. Muchas veces, dueños distintos tienen intereses diferentes en el problema e incluso diferentes metas. Debe revisar con cuidado las partes y las metas e involucrar *continuamente* a los dueños en el proceso de solu-

ción. No intente encontrar un culpable. Haga del problema un enemigo común para que los dueños trabajen con usted y no en su contra.

No lograr la participación continua de los dueños puede ser desastroso. Existen muchas historias de horror sobre analistas de problemas que desarrollan una descripción inicial del problema y se van a su oficina a resolverlo. Después de gastar tiempo, esfuerzo y recursos presentan su solución a los dueños sólo para llegar a la conclusión de que el problema que resolvieron en realidad no existe. Un ejemplo típico es entregar una tarea que no era la que quería el profesor.

Es usual que los dueños sólo reconozcan los síntomas y no el problema, lo cual bloquea la identificación del problema. Es necesario un buen diagnóstico y esto requiere el diálogo continuo con los dueños.

### **3.3 Suposiciones**

Al identificar el problema casi nunca se conocen todos los hechos, de manera que deben hacerse suposiciones. Si está trabajando con problemas bien estructurados, las suposiciones pueden no ser necesarias. Sin embargo, las relaciones entre las diferentes partes de la mayoría de los problemas son inciertas; esto requiere que el analista haga suposiciones sobre ellas.

Es muy importante establecer las suposiciones *explícitamente*. Así, cada uno puede ponerlas en duda y comentarlas. Las suposiciones explícitas nos recuerdan que debe verificarse su influencia en la solución. Si una suposición es cuestionable y tiene un gran impacto en la solución, intente usar los experimentos preliminares para justificarla o cambiarla.

En ocasiones deben hacerse suposiciones cuestionables a pesar de todo. Es mejor hacer una suposición explícita cuestionable que no establecer una suposición. El análisis de sensibilidad que se estudiará más adelante puede determinar el efecto de las suposiciones. De cualquier manera, las suposiciones deben ser "razonables", es decir, que encjen dentro del ambiente del problema general. Si es posible, se justifican por observación, evidencia o datos empíricos o el juicio de los dueños.

### **3.4 Enunciado inicial del problema**

Una vez que se identifica un problema, se escribe un enunciado "formal" del mismo. Se incluye una descripción de la misión en uno o dos renglones y una breve descripción del estado actual y el estado meta. No se incluyen restricciones, y no se hace con detalle. Se enumeran todas las suposiciones, de preferencia en letras mayúsculas y gruesas. El siguiente paso es entender el problema.

Ejemplo 3-1. Identificación del problema MaTell. MaTell hace teléfonos. Por ahora hace tres productos; un teléfono de mesa, uno de pared y una contestadora. Los tres productos se hacen sólo en la planta de Vinings. Muchos clientes que quieren estos productos no pueden comprarlos porque no están disponibles. El departamento de producción de Vinings sostiene que está haciendo tantos productos como es posible.

¿Se tiene un problema? Si así es, ¿está controlado por una necesidad o por una oportunidad? Poder vender más productos beneficiaría a la compañía, por lo que hay una oportunidad. No hacer

nada puede causar después un problema controlado por la necesidad. Si se tienen demasiados clientes insatisfechos, pueden cambiar a otras marcas y puede desaparecer el mercado de MaTell.

¿Cuál es la misión del problema? Una misión puede ser proporcionar más productos para que se pierdan menos ventas. Preguntar por qué se quiere perder menos clientes lleva a la misión más general de aumentar el porcentaje de mercado. La pregunta de por qué se quiere incrementar el porcentaje de mercado puede llevar a la misión de ganar más dinero. Por supuesto es posible establecer otras misiones, pero con el fin de exemplificar sólo se generarán éstas. Este problema requiere una solución rápida por lo que se elegirá la misión de proporcionar más productos. El alcance es menor, con mayor enfoque y adecuado para el corto plazo. Tal vez también se quieran explorar problemas a largo plazo con misiones como incrementar el porcentaje de mercado o ganar más dinero.

¿Quiénes son los dueños de este problema? Primero, debe pensarse en los clientes, porque su insatisfacción está creando el problema. Debemos estar seguros de que existen clientes que quieren el producto y no lo están obteniendo. Algunas encuestas e investigaciones de mercado pueden responder a esta pregunta. Puede que el departamento de mercadotecnia ya haya hecho esto. Aunque los clientes son los dueños más importantes de este problema, a ellos no les preocupa el proceso de resolverlo, sólo los resultados. El puente natural hacia el cliente es la mercadotecnia, que debe considerarse un dueño en esta etapa. Debe designarse a alguien de esta área para trabajar con el analista de problemas.

Al resolver este problema, deben hacerse varias suposiciones. Primero se supone que existe una oportunidad. Mercadotecnia y los clientes pueden verificar esta suposición. También debe suponerse que la demanda de estos productos permanecerá constante o se incrementará; si esta suposición no es cierta no es necesario proporcionar más productos. Por último, existe la suposición de una amenaza implícita por parte de los competidores; si no se hace algo al respecto, alguien más lo hará. En resumen,

- Se pueden vender más productos si están disponibles.
- La demanda continuará en los niveles actuales o se incrementará.
- Los competidores venderán productos a los clientes que no puedan obtener los productos.

Esto lleva a un enunciado inicial del problema:

Estado actual: algunos clientes que quieren productos no los pueden obtener.

Estado meta: proporcionar un producto a todos los clientes que quieran uno.

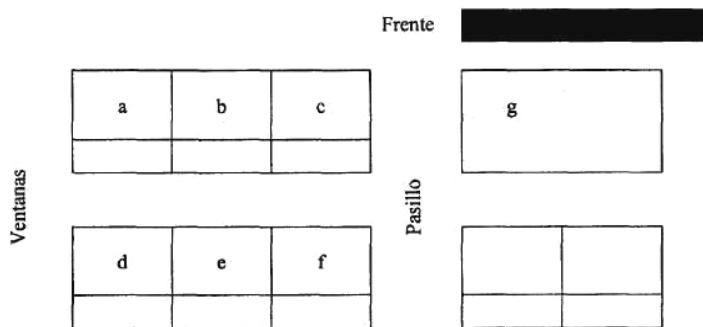
Problema: ¿cómo se puede proporcionar un producto a cada uno de los clientes?

## **SECCIÓN 3 EJERCICIOS**

- 3.6.** Analice los síntomas contra los problemas.
- 3.7.** Mencione dos fuentes de problemas.
- 3.8.** ¿Cuál es la relación entre la misión del problema y los cuatro tipos de soluciones de Ackoff?
- 3.9.** ¿Cuál es el punto más importante al tratar con los dueños del problema?
- 3.10.** ¿Por qué son necesarias las suposiciones?
- 3.11.** ¿Cuál es el peligro al hacer suposiciones?
- 3.12.** La pizza de The Palace es la comida tradicional el día del juego en una pequeña área universitaria. Shoshana es una de las 16 estudiantes que reparten pizza los fines de semana que hay juego. Este trabajo es su única fuente de ingresos. Como muchos alumnos regresan del juego, cuando ella regresa de una entrega tiene otra esperándola. Su salario por hora es bajo, pero junta un promedio de \$20/hora en propinas. Si maneja más rápido puede hacer más entregas y ganar más propinas. Sin embargo, el costo de operar su automóvil aumenta conforme maneja más rápido. Los experimentos muestran que manejar a 25 mph (millas por hora) cuesta \$0.25/milla, a 30 mph cuesta \$0.30/milla y a 40 mph cuesta \$0.40/milla.

- a) ¿Cuáles son las misiones posibles?
- b) ¿Cuál escogería? Explique.
- c) ¿Quiénes son los dueños?
- d) Escriba un enunciado inicial del problema.

**3.13.** (Este problema es de Lumdsdaine y Lumdsdaine copyright © (1995) reproducido con permiso de The McGraw-Hill Companies, Inc.) Siete pasajeros acaban de abordar un Boeing 747 para un vuelo traspacífico. Encuentran sus lugares asignados y se sientan. La figura siguiente proporciona un bosquejo de los asientos a los que se refiere este problema.



Para este vuelo de 14 horas, las personas, sus asientos asignados y sus necesidades y deseos son los siguientes:

- a) Un hombre coreano que habla un poco de inglés tiene el primer asiento de la ventana (a).
- b) Su esposa que parece enferma está en el asiento medio enfrente (b).
- c) Un filipino alto que habla inglés y lleva una maleta grande y se rehusa a guardarla en el lugar adecuado está en el asiento delantero en el pasillo (c) pero quiere un asiento más atrás.
- d) Una mujer coreana que no habla inglés tiene el asiento de la ventana en la segunda fila (d). Lleva un paquete grande que no cabe debajo del asiento de enfrente. Lo deja en el espacio para las piernas y lo cubre con una manta y su bolso. Por necesidad sus piernas se extienden al espacio del asiento medio.
- e) Un empleado de gobierno gordo está apachurrado en el asiento medio (e).
- f) Una mujer estadounidense de edad media con muletas por un pie roto tiene el asiento del pasillo (f). Encuentra que en este lugar le será imposible subir su pie al pequeño banco de campamento que trajo para eso.
- g) El hijo de la mujer, un chico flaco muy alto con piernas largas, tiene el asiento de enfrente (g) al otro lado del pasillo (atrás de la partición del baño). Él intercambia asientos con su madre para darle más espacio para su pierna. Sin embargo, no es suficiente para subir su pie al banco.

La aeromoza ha encontrado un asiento para el filipino en la parte de atrás del avión lleno. La pareja coreana estaba encantada al principio pero encuentra que los descansabrazos de los asientos de enfrente no se pueden subir, de manera que la esposa enferma no puede recostarse.

- a) ¿Cuáles son las misiones posibles?
- b) ¿Cuál de ellas elegiría? Explique.
- c) ¿Quiénes son los dueños?
- d) Escriba un enunciado inicial del problema.

## **4 COMPRENSIÓN DEL PROBLEMA**

A partir del enunciado inicial del problema, se refina la comprensión del mismo. Como los problemas no existen en el vacío, el analista de problemas debe entender de qué manera encaja el problema en su ambiente. Se debe describir el sistema dentro del cual ocurre. Una vez que se determinan las fronteras del problema, el analista y los dueños identifican las características. También obtienen una misión más específica identificando las metas de solución. En este paso pueden ser necesarias nuevas suposiciones, que lleven a una comprensión más profunda. Los problemas deben validarse para asegurar que se quiere resolver el problema correcto. Los métodos para la comprensión del problema son similares a los usados para su identificación, pero a un nivel más detallado. Puede ser necesario redefinir el sistema, hacer nuevas suposiciones o incluso regresar a la identificación del problema. El resultado de la comprensión del problema es un enunciado detallado del mismo.

### **4.1 La perspectiva de sistemas**

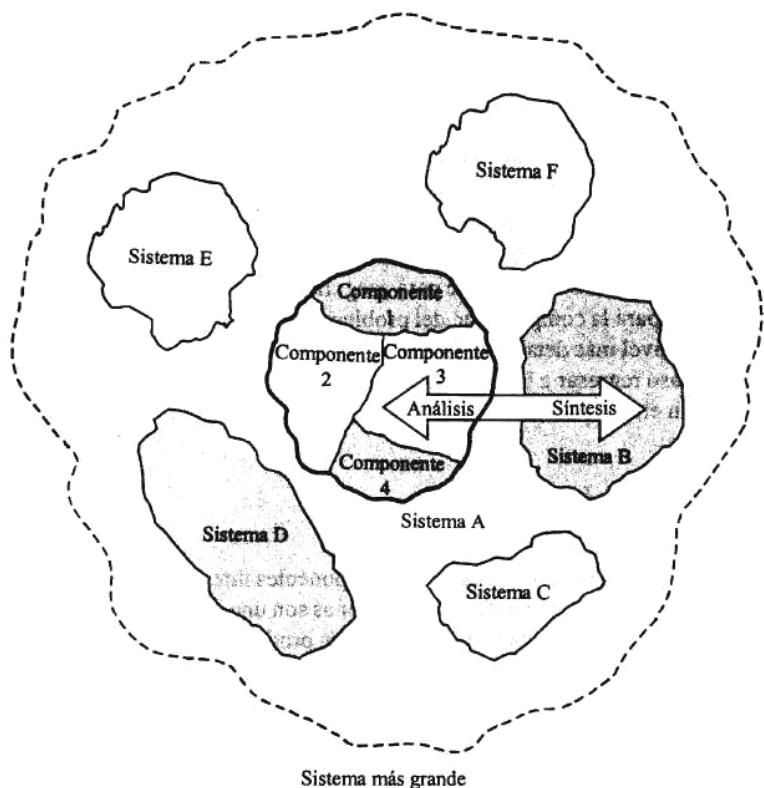
Un sistema es una colección de componentes interactivas; su función no la puede realizar ninguna de las componentes. Las máquinas son una componente del sistema de producción. Por sí misma, una máquina no puede hacer un producto terminado, pero acoplada de manera correcta con otras máquinas, personas y materias primas se convierte en un sistema capaz de hacer un producto. La máquina también es un sistema hecho de componentes, por ejemplo, energía eléctrica, herramientas, etcétera. Así, el hecho de que algo sea un sistema o una componente depende del problema particular. Los problemas con frecuencia ocurren en la forma en que las partes del sistema interactúan unas con otras. Deben entenderse los problemas dentro del marco de referencia de un sistema.

El análisis es una forma de estudiar un sistema. El sistema se desglosa y se estudia cada componente por separado para ver cómo funciona. Después, el conocimiento sobre las componentes se combina para saber más sobre el sistema, lo cual por lo general nos dice *cómo* trabaja ese sistema.

La síntesis es otra manera de ver un sistema. La síntesis ve el sistema como una componente de un sistema más grande, e intenta explicar el comportamiento de éste. Después se puede dar una explicación del sistema original según funciona dentro del sistema más grande. En lugar de decirnos cómo opera el sistema, la síntesis habla *de por qué* opera como lo hace.

La figura 3-3 muestra la diferencia entre el análisis y la síntesis. Suponga que el problema ocurre dentro del sistema descrito por la línea gruesa continua. El análisis está representado por la flecha que apunta a la izquierda. Observa el interior del sistema para ver cómo interactúan las componentes. Por otro lado, la síntesis, representada por la flecha que va hacia afuera del sistema, ve el sistema como una componente de un sistema más grande, mostrado con la línea discontinua. Al considerar su interacción con las componentes del sistema más grande se puede descubrir por qué el sistema funciona como lo hace.

Cuando se examina un problema dentro del marco de los sistemas, las preguntas importantes son quién, qué, por qué, cuándo, dónde y cómo. ¿Quién lo hace; qué hacen; por qué lo hacen; cuándo lo hacen; dónde lo hacen y cómo lo hacen? Estas preguntas ayudan a obtener una mejor definición del estado actual.



**FIGURA 3-3**  
Análisis y síntesis de  
un sistema

## 4.2 Metas

Dado el enunciado inicial del problema y una mayor comprensión del mismo, se define la **meta** de solución. La misión es el propósito general, pero la meta debe constar de uno o más logros que llevarán al cumplimiento de la misión. Si la misión es tener a los clientes satisfechos, la meta puede ser mejorar la calidad del producto o servicio. Otras metas comunes pueden ser reducir el tiempo para realizar una tarea o proporcionar un producto o reducir el costo asociado. No hay necesidad de describir las metas con todo detalle, sólo establecerlas de una manera general.

## 4.3 Características del problema

El marco de tiempo en el que existe un problema es importante. Si el problema es de una sola vez, la solución debe darse antes de que el problema desaparezca o cambie. Por ejemplo, debe determinarse la mejor manera de distribuir una instalación de producción antes de usarla. De manera similar, si un administrador necesita saber cuántos empleados contratar para el siguiente mes, obtener una respuesta dentro de dos meses no le ayudará. Entonces el tiempo disponible para resolver un problema determina el enfoque que debe usarse para resolvélo.

¿Se trata de un problema recurrente o de una situación de una sola vez? Los problemas recurrentes con frecuencia requieren más recursos. Los informes, la recolección de datos y otra infraestructura casi siempre son más elaborados que para los problemas de una sola vez.

También es necesario determinar un nivel apropiado de detalle para el problema. Una lechería que tuviera que decidir cuánta leche sin grasa, con 2% de grasa y entera producir la siguiente semana no necesitaría saber la cantidad de leche que da una vaca, sólo el total para todas las vacas. La decisión sobre qué vacas cruzar sí requiere saber los rendimientos individuales.

Después se intenta determinar si alguna ley física controla parte del problema. La conservación de la materia y la ley de la gravedad son leyes típicas. En los sistemas de producción las leyes físicas casi nunca aparecen como problema. Las políticas de la compañía por lo general ponen más restricciones sobre las funciones del sistema. No deben incluirse restricciones políticas en este momento; no son leyes físicas absolutas.

Las características y el impacto del problema determinan cuánto tiempo y esfuerzo se pueden dedicar a la solución del problema. Los problemas importantes con un horizonte de tiempo lejano valen el tiempo y el esfuerzo. Sin embargo, si el rendimiento potencial es pequeño, se quedará en soluciones "rápidas" o no se resolverá el problema. Los métodos rápidos también pueden ser acertados para problemas importantes con un horizonte de tiempo corto.

#### **4.4 Validación de la comprensión**

La comprensión personal de problema es una abstracción del problema real. Si se entiende el problema real, la abstracción debe captar sus características importantes. Debe hacerse un esfuerzo para asegurar esto; es decir, para validar la comprensión del problema.

No es sencillo validar la comprensión. Se intenta describir el problema a los dueños. Si no se puede, es poco probable que se haya entendido. Ponga en duda de manera crítica cada parte de la descripción del problema. Es útil que alguien más cuestione la comprensión del problema. Si no se puede validar la comprensión, se regresa al paso de identificación del problema.

#### **4.5 Enunciado del problema**

Ahora se puede escribir un enunciado del problema más preciso y detallado. Después de estudiarlo más a fondo, es posible que se haya revisado la misión o se hayan modificado las suposiciones. Todos los cambios deben documentarse.

Igual que antes, los dueños deben participar. Es útil que alguien externo también participe ya que ayudará a evitar el síndrome de "los árboles no me dejan ver el bosque". No es bueno apresurarse en esta etapa para llegar a obtener una solución. El tiempo que se dedique aquí ahorrará tiempo y esfuerzo perdidos más adelante.

En este punto debe formularse un enunciado del problema de manera más formal, casi siempre desarrollando un modelo formal. Este paso se estudiará en la siguiente sección.

Ejemplo 3-2. Comprensión del problema de MaTell. Existen muchas formas de proporcionar más productos a los clientes. Se puede construir una nueva planta, ampliar la de Vinings o subcontratar con otra compañía la fabricación de los productos. No obstante, los primeros dos enfoques tomarían mucho tiempo y el tercero puede tener serias complicaciones en cuanto a calidad, tecno-

logia compartida, etcétera. Como resultado, la meta debe ser aumentar la producción en la planta de Vinings.

Para entender el problema de MaTell debe observarse desde la perspectiva de los sistemas. Un sistema es la operación completa de MaTell. MaTell hace muchas cosas además de los tres productos específicos en la planta de Vinings. Debido a que el objetivo es aumentar la producción total de la planta de Vinings, nos concentraremos en el sistema de producción real.

Físicamente, la materia prima se procesa para obtener las componentes en un departamento de fabricación y después se ensamblan en otro departamento. Los productos terminados se entregan a los distribuidores, que los venden a los clientes. No se han tenido noticias de problemas con los proveedores, la distribución o las ventas, de manera que nos concentraremos en la fabricación y el ensamble.

Por ahora se están fabricando 15 000 teléfonos de pared, 17 000 teléfonos de mesa y 5000 contestadoras a la semana. La planta trabaja 3 turnos de 8 horas al día y opera los 7 días de la semana. Los registros de producción muestran que la fabricación está ocupada 135 horas por semana, y el ensamble trabaja 163 horas por semana. Como se tienen 168 horas disponibles por semana (7 días x 24 horas/día), parece que el ensamble es el cuello de botella.

En este punto se identifica un nuevo dueño del problema: el departamento de producción. Las juntas de trabajo con ellos verifican que el ensamble limita el número de unidades fabricadas. En esta etapa es común saltar a la solución de agregar capacidad al ensamble. Sin embargo, esta acción puede no ser la mejor solución, porque la industria telefónica es muy competitiva y un incremento en costos podría repercutir en las ventas. Deben estudiarse otras dos estrategias: usar la capacidad de una manera más efectiva o reducir el tiempo de ensamble de un producto.

Exploraremos la idea de usar la capacidad de manera más efectiva. Ahora, la producción se planea según una proyección de la demanda futura. Si no es posible producir toda la demanda, se fabrica un porcentaje fijo de los tres productos. Como los tres productos tienen tiempos de ensamble distintos, podrían hacerse más productos con un plan de producción diferente y el resultado sería que más clientes compran los productos. Además un nuevo plan trae al departamento de planeación como los nuevos dueños.

El impacto de este problema es grande. Mercadotecnia piensa que se pierden entre el 10 y el 15% de las ventas. No sólo se pierden los ingresos de esas ventas sino que lámala voluntad de un cliente puede influir en otros para que no compren los productos.

Existen varias características importantes de este problema. Los tiempos son importantes; se cree que si no se pueden llevar más productos a los clientes dentro de dos meses, los competidores se quedarán con el mercado. Volver a ganar a los clientes perdidos es mucho más difícil que conservarlos. El problema es recurrente porque se tiene que planear la producción cada semana. Para llegar al nivel correcto de detalle, ha de considerarse cada uno de los tres productos; sin embargo las áreas de ensamble y fabricación no tienen que considerarse a nivel de máquinas individuales. Las leyes naturales no son importantes en este caso.

Para validar la comprensión del problema debe asegurarse que esa comprensión esté de acuerdo con todos los dueños. Aunque esto parezca obvio, es sumamente importante y con frecuencia se ignora.

Existen varias suposiciones adicionales que deben hacerse aquí:

- La información en la que se basó el análisis era correcta.
- No proporcionar una solución antes de dos meses tendrá un efecto negativo para MaTell.
- Se puede usar la capacidad de ensamble de manera más efectiva con una mejor planeación.

Más adelante, un análisis más completo ayudará a validar estas suposiciones.

Ahora se cuenta con un enunciado del problema más detallado: ¿cómo se puede usar la capacidad de ensamble de manera más efectiva para proporcionar más productos a los clientes?

## **SECCIÓN 4 EJERCICIOS**

- 3.14.** Enumere los pasos para comprender mejor un problema.
- 3.15.** ¿De qué manera ayudan la síntesis y el análisis en la comprensión del problema?
- 3.16.** ¿Cuáles son las diferencias entre las metas y la misión del problema?
- 3.17.** Enumere las características del problema. ¿Por qué son importantes?
- 3.18.** ¿Cómo se valida la comprensión del problema?
- 3.19.** Considere el problema del reparto de pizzas.
  - a)* Valide su comprensión y describa cómo lo hizo.
  - b)* Escriba un enunciado detallado del problema.
- 3.20.** Considere el problema de asignación de asientos en el avión.
  - a)* Valide su comprensión y describa cómo lo hizo.
  - b)* Escriba un enunciado detallado del problema.

## **5 DESARROLLO DE UN MODELO**

En este paso se convierte un enunciado detallado del problema en un modelo formal. Un **modelo** es una representación de algo. El analista utiliza los datos disponibles, los conceptos de modelado y las suposiciones para elegir un tipo de modelo. Despues, los datos específicos y las fronteras del problema ayudan a generar un objetivo y las restricciones que se aplican al modelo. Las suposiciones afectan al modelo. A continuación se propone un modelo y se valida su estructura, lo que asegura que el modelo funciona como debe. Si no se tiene éxito, se regresa a cualquiera de los pasos anteriores. Eventualmente se establece un modelo formal.

Un modelo puede ser formal o quizás sólo estar en nuestra mente. Una buena práctica es establecer el modelo de manera explícita. El enunciado preciso permite que todos los involucrados lleguen a un acuerdo sobre lo que se está haciendo. Se presentarán varios tipos de modelos, seguidos por las fuentes y el uso de los datos; después se estudiará el modelado. De nuevo debe incluirse a los dueños y establecer claramente las suposiciones. Durante este paso puede ser necesario regresar a algún paso anterior.

### **5.1 Representaciones de modelos**

Los modelos pueden ser formales o informales, cualitativos o cuantitativos. Se usan para probar una alternativa, para predecir el comportamiento de un sistema, para determinar la mejor entre muchas alternativas o para explorar preguntas de "qué pasa si". En general se pueden probar más alternativas con un modelo que mediante la experimentación directa. Se explicarán brevemente los modelos icónicos, análogos y simbólicos.

Los **modelos icónicos** son representaciones físicas que casi siempre tienen una escala diferente que lo que representan. Las pruebas en túneles de viento de modelos de aviones a escala son menos costosas y toman menos tiempo que construir pruebas para los aviones reales. Por tradición, los ingenieros industriales usan modelos icónicos de edificios y plantillas de máquinas para hacer estudios de distribución de planta, por ejemplo, los sistemas CAD. Es sencillo explicar un modelo icónico porque se ve como el real.

Los **modelos análogos** se comportan de la misma manera que los sistemas pero no se parecen. Un diagrama de flujo que muestra el flujo de información en un sistema de producción es un modelo análogo. En los pasos de la solución de problemas se usan los sistemas análogos. Históricamente, los flujos en los sistemas se modelaban mediante circuitos eléctricos, por lo fácil que era calcular los flujos de corriente en ellos.

La clase de los **modelos simbólicos** es importante. Como su nombre lo dice, un sistema se representa por símbolos. Esta clase incluye modelos gráficos, tabulares y matemáticos.

Si el modelo es sencillo, se puede usar una tabla o una gráfica como modelo. La rapidez contra el número de productos aceptables puede representar la salida de una máquina en la planta. Esta relación se puede mostrar en forma de tabla o gráfica, o incluso como una ecuación matemática. Las hojas de cálculo son útiles para este tipo de modelos.

Los sistemas demasiado complejos para una tabla o una gráfica pueden usar modelos más complicados. Los modelos de simulación que incluyen relaciones entre sus componentes son modelos simbólicos. Con frecuencia las relaciones son probabilísticas y pueden no estar definidas con la precisión que se usa en los modelos matemáticos. Los modelos matemáticos captan las relaciones entre las componentes usando ecuaciones matemáticas. Las formulaciones de programación lineal son modelos matemáticos típicos. Los cambios en los datos de entrada por lo general no afectan la estructura del modelo, sólo la solución; esto hace que la utilización repetida de los modelos sea sencilla.

## 5.2 Datos

Con frecuencia se necesitan datos para identificar y entender un problema. En particular, los datos se usan para validar las suposiciones, estimar los parámetros del modelo y validar el modelo, y casi siempre se recolectan en cada paso del proceso de solución del problema. La disponibilidad de datos puede indicar el tipo de modelo que se debe usar.

Los datos representan características de personas, objetos o eventos. Ejemplos de datos serían el número de horas-máquina disponibles en el departamento de terminado; el número de unidades que produce un trabajador en un turno; el número de galones de petróleo crudo necesarios para producir un galón de queroseno, y el costo para hacer una unidad de producto en la planta de Salinas y mandarla a Los Ángeles. Algunos datos pueden estar en función de otros, pero se puede dar valores a todos los datos antes de resolver el problema.

Los datos no son información; la información describe o explica los datos. El número de unidades producidas durante un turno es un dato y el promedio para muchos turnos es información. Debe tenerse cuidado al extraer información a partir de los datos; alguna información no se puede conocer con exactitud. Un ejemplo es el número de clientes que llegará mañana a un restaurante entre las 11:00 y las 12:00 horas. En este caso se hace una estimación, dentro de ciertos límites de exactitud. El costo de sobreestimar puede no ser igual al costo de subestimar, de modo que deben tomarse decisiones congruentes.

Los datos se usan para obtener información. *No se recolectan datos sólo por tenerlos.* La recolección de datos es, con frecuencia, la parte más cara de la solución del problema. Si no proporcionan la información necesaria para resolver el problema, no deben recolectarse. Muchos proyectos comienzan intentando obtener todos los datos posibles, casi siempre a un costo alto en tiempo y dinero. Antes debe determinarse qué datos son necesarios para la solución y sólo recolectar éstos.

Un punto de vista pesimista es que casi nunca se dispone de datos y cuando se tienen están en la forma equivocada. Si por casualidad los datos están en la forma correcta, no son confiables. De manera más realista, pocas veces se contará con todos los datos que se desean, o los que se necesitan. La disponibilidad de datos puede indicar qué tipo de modelo usar.

¿En dónde se obtienen los datos? La respuesta a esta pregunta depende de los datos. Los registros de la compañía, las personas, el gobierno y las cámaras de comercio son fuentes potenciales.

Tal vez los registros de la empresa sean la mejor fuente de datos. Estos registros incluyen datos contables, estándares, reportes de ventas e inventarios, reportes financieros, dibujos de ingeniería y copias o propaganda de los productos. Asegúrese de que entiende qué son estos datos antes de usarlos. Por ejemplo, un contador puede tener tres o cuatro maneras de determinar el valor de una unidad de producto en inventario.

La gente es otra fuente de datos. Debe tenerse cuidado de obtener hechos y no opiniones cuando se trata con personas. Los dueños del problema son una fuente de datos al igual que los consumidores, los vendedores y aun los competidores. Las entrevistas y los cuestionarios son dos maneras de obtener información de las personas, pero las preguntas deben diseñarse bien para que los datos proporcionen información útil.

Los gobiernos y las cámaras de comercio con frecuencia proporcionan datos; algunos informes producidos por el gobierno contienen datos útiles. Los informes de investigación y las publicaciones también son fuentes de datos al igual que las revistas y boletines de las cámaras.

El costo de obtener datos varía mucho dependiendo de la fuente. La recolección de datos es cara, pero si existe una base de datos puede tener un costo bajo. Si el costo de los datos es demasiado alto, puede ser que haya que cambiar el modelo para que no sean necesarios. Además, si no se pueden obtener los datos antes de que el problema tenga que resolverse, el beneficio sería nulo.

Los datos deben reflejar el fenómeno físico; esto se conoce como integridad de los datos. Si los datos muestran que un producto necesita dos unidades de una componente específica, debe usar dos, no una ni tres. La pérdida de integridad en los datos ocurre de varias maneras pero, por lo general, se trata de un problema al introducirlos o uno de exactitud. Debe controlarse la introducción mediante las técnicas estándar de procesamiento de datos.

Los datos deben ser exactos y la exactitud requerida debe estar de acuerdo con el problema. Para determinar cuántas piezas producir el mes próximo, no es necesario conocer el tiempo que toma hacer una pieza con seis lugares decimales. Si existen varios tipos de datos, los datos menos exactos determinan la exactitud del modelo. Una vez desarrollado un modelo se puede determinar la manera en que la variabilidad de los datos afecta su solución.

Los datos pueden no ser lo suficientemente exactos. En un almacén, las lectoras de código usadas para sacar cajas de estambre para su embarque tienen una exactitud del 99.9%. Cada camión puede llevar alrededor de 250 cajas, de manera que alrededor de uno de cada cuatro tiene una caja equivocada —lo que ya no se considera un buen servicio—.

No importa de dónde vengan los datos, no se debe confiar en ellos sin verificarlos. El primer trabajo de un ingeniero industrial era la distribución de un área de almacén. Después de obtener los planos dibujó la distribución y preparó una orden de trabajo para que pintaran las líneas en el piso. Una vez pintadas, el ingeniero visitó el área. Se sorprendió al ver columnas justo a la mitad de los pasillos de 12 pies. Habían renovado la construcción y nadie había actualizado los planos; estaban totalmente equivocados. Si el ingeniero hubiera tomado medidas y las hubiera comparado con los planos el problema se habría evitado.

Ponga atención si sólo hay una fuente de datos. Si no se verifican por observación u otra fuente, son datos cuestionables. Planee usar análisis de sensibilidad sobre los valores de los datos al generar soluciones. Además, mientras más alejada esté la fuente de datos de la planta, más cuestionables serán.

### **5.3 Conceptos de modelado**

Modelar es un arte; no existe una receta que nos diga cómo hacerlo. Se cuenta, sin embargo, con algunos conceptos que pueden ayudar. Se presentan algunos de ellos aquí.

Es imposible entender por completo la mayoría de los problemas. Existe mucha incertidumbre, por lo que pueden ser válidos varios modelos del problema. La persona que modela debe desarrollar el modelo correcto más sencillo que entienda el dueño.

Construir un modelo es en sí una tarea que vale la pena, ¡aun sin la solución! Modelar requiere una comprensión exhaustiva del problema, lo cual aumenta la visión que se tiene. Folclore insiste que el desarrollo del modelo proporciona el 90% del valor de un proyecto de simulación. De hecho, cuando se "resuelve" el modelo, los analistas de problemas muchas veces encuentran que la solución es obvia debido a lo bien que entienden el problema.

Además de usar modelos para resolver un problema específico, se usan para conocer mejor las operaciones actuales. Ackoff (1962) analiza la optimización retrospectiva, en la que se usa el modelo para extraer datos de una simulación dada. Este modelo es similar a la ingeniería inversa, donde se desarma un producto para deducir cómo está hecho. En el modelo de elasticidad de precios clásico, un parámetro estimado da la relación entre el precio de un bien y la cantidad vendida. Este modelo se usa comúnmente para predecir las ventas dado un precio de venta. No obstante, se puede usar para determinar el valor de un parámetro extraído insertando el precio real y las ventas.

Quien desarrolla el modelo debe preguntar si el problema se ajusta a un modelo estándar, como una red de proyectos. Si así es, la tarea de modelar es mucho más sencilla. Simplemente se definen los datos necesarios, se recolectan y se aplica el algoritmo de solución para ese modelo. Si el problema no se ajusta a un modelo estándar, se intenta simplificar las suposiciones para que se ajuste. Éstas no deben ocultar información importante sobre el problema.

Citando a Einstein, "los modelos deben ser tan sencillos como sea posible, pero no más sencillos". Se comienza con un modelo general y se agrega detalle conforme se necesite; los modelos sencillos son más generales y dan una visión más amplia. Un mayor detalle requiere más datos o suposiciones que hacen el modelo más "exacto" pero menos general. Es más fácil que los dueños entiendan los modelos sencillos.

Para determinar los factores clave y las interacciones entre las componentes del problema, se intenta volver a establecerlo para darle otra perspectiva. Si es posible, se dibujan diagramas o se construyen tablas que resalten los aspectos importantes.

Los problemas complicados se descomponen en partes sencillas. Se trata de reconocer las partes del problema que sean estándar y manejarlas primero. Cuando se comprenden éstas, se regresa para incluir las partes no familiares en el modelo. Con frecuencia es difícil para los novatos ignorar algunas partes. Recuerde que las partes ignoradas se incluirán más adelante.

Se definen notación, parámetros y variables con cuidado y precisión. Se usan para expresar las relaciones que existen entre las partes del problema, y se analizan con alguien que pueda hacer comentarios críticos. Se definen las leyes físicas de soporte apropiadas. También se bus-

can las leyes empíricas que puedan ayudar a simplificar o proporcionar conocimientos para el modelo.

Ahora se estudiarán algunas componentes comunes de los modelos.

### **5.3.1 Fronteras**

El primer paso para describir el problema es determinar sus partes importantes. Debe incluirse la información relevante y deben dejarse fuera los detalles irrelevantes con el fin de determinar las **fronteras** que contienen el problema. No necesariamente se excluye todo lo que está afuera de estas fronteras, pero se maneja como insumos dados para el problema.

Por ejemplo, si está bajo consideración el equipo y la distribución de planta para la instalación de producción, la frontera puede ser la construcción de paredes. La condición de la economía del país puede afectar la contratación pero no se incluiría en el plan para determinar cuántos empleados contratar el mes próximo en una planta dada.

Debe tenerse cuidado al definir las fronteras. La solución de un problema en un departamento específico en una planta que ignora la interacción con otros departamentos puede ser desastrosa. Como caso extremo, suponga que se programa la producción de artículos en el departamento de lijado para minimizar el tiempo ocioso. Este programa puede causar problemas al departamento de pintura, con pérdidas para toda la empresa.

La definición de fronteras puede ser dinámica. Al avanzar en el proceso de solución puede ser necesario ampliarlas. Inversamente, algo que inicialmente se pensó que era importante puede no serlo y esto puede cambiar la frontera.

### **5.3.2 Objetivos**

Una vez que se establecen tentativamente las fronteras, se determinan los **objetivos**. Un objetivo es el refinamiento de una meta. Debe ser medible de manera que se pueda evaluar el progreso. Si la meta es mejorar la calidad de un producto, el objetivo puede ser disminuir el número de unidades defectuosas a 10 en 1 000 000 o 10 partes por millón (PPM).

Debe tenerse la certeza de que los objetivos reflejan con exactitud las metas. Las personas están siempre dispuestas a satisfacer medidas de desempeño aun con resultados no deseados. Una compañía decidió hacer todas las entregas a tiempo. Al acercarse el día de la entrega, se mandaba un camión que contenía sólo una o dos cajas de artículos en lugar de arriesgar una entrega tardía. La compañía no entendía por qué habían aumentado tanto sus costos de embarque. Aunque el reparto oportuno es importante, deben considerarse otros factores, como los costos de envío.

### **5.3.3 Restricciones**

Cuando se tienen recursos ilimitados, es sencillo resolver casi todos los problemas, pero por lo general se tienen limitaciones o **restricciones** sobre lo que se puede hacer. Estos límites pueden ser sobre personas, tiempo, conocimientos, datos, capacidad, tecnología, dinero u otros recursos. Es importante definirlos. Ignorar una restricción da como resultado una solución que no funcionará; incluir restricciones no existentes limita las alternativas de solución.

La validez de las restricciones debe cuestionarse. Con frecuencia, la gente piensa que algo que se viene haciendo de cierta forma por mucho tiempo *debe* hacerse de esa manera. Así, una política se ve como una restricción y no como algo que puede cambiar. Una compañía estipuló que los cambios de producto sólo se podían hacer temprano en la mañana. Cuando se le preguntó al supervisor por qué, admitió que siempre los habían hecho a esa hora. Nadie podía establecer una razón por la que no pudieran hacerse a cualquier hora del día, incluso en el segundo o tercer turno. Al eliminar esta "restricción" innecesaria el resultado fue un programa de producción mucho más flexible.

Los recursos pueden aumentarse. Si el conocimiento es una restricción, se puede eliminar contratando expertos. Es raro que las restricciones de presupuesto sean absolutas; demostrar que un pequeño incremento en el presupuesto ahorra dinero, puede hacer que el presupuesto aumente. El horizonte de tiempo del problema también afecta los cambios en recursos. Para aumentar la capacidad, trabajar horas extra es una solución a corto plazo; invertir en maquinaria es una solución a largo plazo.

#### **5.3.4 Relaciones**

Una vez definidos objetivos, restricciones y datos se determinan las **relaciones** entre ellos. Primero se define la notación; ésta debe ser precisa, sin ambigüedades. Después se usa esta notación para describir las relaciones entre las diferentes partes del problema, que están ligadas por las variables.

Las variables son las incógnitas del problema. Como ejemplos de variables se tienen el número de trabajadores a contratar el próximo mes; el número de unidades a fabricar en la planta de Salinas la próxima semana; el número de empleados que deben atender al público en el restaurante de comida rápida de las 10:00 AM a las 11:00 AM. La definición adecuada de las variables es crucial para un buen proceso de solución, y la mejor manera de hacerlo es imaginar que se dan instrucciones a alguien para que ponga en marcha la solución. Una orden como "Paul, ponga 30 Ib de nitrato, 60 Ib de ceniza y 10 Ib de amoniaco en una bolsa de 100 Ib de fertilizante" indica tres variables. Especifica cuántas libras de cada ingrediente deben ponerse en cada 100 Ib de fertilizante. Cuando se puede hacer esto se ha dado un gran paso para la especificación de las variables de solución.

### **5.4 Suposiciones y participación**

Aunque suene como un disco rayado, de nuevo se hace hincapié en la necesidad de establecer todas las suposiciones de manera explícita. Debe involucrarse a los dueños del problema en el modelado para asegurar que el modelo sea una representación razonable del problema. Dependiendo de los resultados, puede ser necesario regresar a algún paso anterior para hacer una revisión.

### **5.5 Validación interna**

La validación asegura que la solución será relevante para el problema real, y tiene lugar a través de todo el proceso de solución del problema. Después de construir el modelo, se verifica si hace lo que se desea; esto se llama **validación interna**.

La validación interna comienza con una evaluación cuidadosa de la lógica del modelo. Alguien familiarizado con el problema y que conozca los conceptos de modelado debe realizar este proceso, pero no debe construir de hecho el modelo. Si no es posible, intente revisarlo con alguien que conozca el problema. Al explicarle el modelo puede descubrir algunas fallas; los diagramas de flujo son una herramienta importante para la explicación de la lógica. El análisis dimensional también puede ser útil; si las partes del modelo tienen unidades de medida inconsistentes, el modelo es incorrecto. Debe revisarse la lógica de los programas de cómputo y corregirse. Los datos requeridos deben estar disponibles. Si no es así, es necesario un plan para obtenerlos o bien un cambio en el modelo.

**Ejemplo 3-3. Desarrollo de un modelo para MaTell.** Ahora se desarrollará un modelo para el problema de MaTell. Se desea un modelo sencillo que ayude a incrementar la producción en la planta de Vinings. Los datos disponibles son el tiempo para fabricar y ensamblar cada producto y una estimación de sus ventas máximas. Las estimaciones de tiempo se obtienen de los estándares y los datos de venta de mercadotecnia. Inicialmente se usará una representación en hoja de cálculo.

Las fronteras del modelo serán las mismas que las fronteras del sistema; se considerará sólo la planta. En esta etapa se considerará cada producto, pero sólo respecto a los departamentos de fabricación y ensamble como entidades, sin descomponerlos en el equipo específico.

Para especificar una solución del problema, se debe decir a los departamentos cuántos teléfonos de mesa, de pared y contestadoras hacer en una semana dada, lo que da una definición inicial de variables como el número de productos de cada tipo que se hacen cada semana. Sean  $D$ ,  $W$  y  $A$  el número (en miles) de teléfonos de escritorio, teléfonos de pared y contestadoras fabricados cada semana.

El objetivo debe ser medible y reflejar la meta de aumentar la producción de la planta de Vinings. Se usará como medida el número total de productos hechos en una semana. Matemáticamente se tiene

$$W + D + A$$

Existe una relación definitiva entre el número de productos y la cantidad de tiempo necesaria para los departamentos de fabricación y ensamble. Entre más productos se hacen, más tiempo se necesita. Del departamento de producción se obtiene que el tiempo de fabricación es de 2.5 horas y el de ensamble es de 3 horas para hacer 1000 teléfonos de mesa. Los tiempos para los teléfonos de pared son 4 y 3 horas/1000, y las contestadoras requieren 6 y 14 horas/1000. El tiempo total necesario para la fabricación de teléfonos de pared es 4 horas por el número de teléfonos fabricados; así, el tiempo para fabricar teléfonos es  $4 \times W$ . El tiempo total de fabricación para todos los productos será

$$AxW + 15xD + 6xA$$

De manera similar, el tiempo necesario en ensamble es

$$3xW + 3xD + 14xA$$

Existen restricciones en el número de productos que se pueden producir en una semana.

Mercadotecnia piensa que existe un límite en el número de productos que se pueden vender. Estos límites son 30 mil para los dos teléfonos y 12 mil para las contestadoras.

La representación del modelo será un hoja de cálculo. Aunque hay muchas formas de desarrollar una hoja de cálculo para este problema, se tendrá una columna para cada variable y cada vez que se produzca cada producto en cada departamento. Después se generará una columna para el tiempo total necesario en cada departamento. Al colocar los valores del nivel de producción de cada producto en la celda adecuada se pueden evaluar el tiempo necesario y el número producido.

Para validar internamente el modelo, se pueden verificar los datos en la hoja de cálculo, hacer un análisis dimensional e introducir algunos números para asegurar que se hacen las operaciones correctas. Los datos de tiempos de producción deben verificarse en juntas con ingeniería industrial y el personal de la planta. Los datos de demanda deben verificarse con mercadotecnia y ventas. Las unidades del valor objetivo son productos, lo que es correcto. Cada columna de tiempo está en horas (unidades x horas/unidad). Por último, se introducen números, por ejemplo  $W = D = A = 1$ , en la hoja de cálculo y se verifica que el número total de productos sea 3, el número de horas de fabricación sea 12.5 y de ensamble 20, que es lo que se obtiene con un cálculo manual.

Se han hecho varias suposiciones en esta etapa:

- La demanda continuará en el mismo nivel o crecerá durante algún tiempo.
- El número de productos fabricados es una buena medida para aumentar la producción.
- Las relaciones lineales entre productos y tiempos de fabricación y ensamble son válidas.
- Los datos son exactos.

Durante esta parte del proceso de solución se ha mantenido la participación de los dueños. Se han llevado a cabo varias juntas con mercadotecnia, producción y planeación, esto debe ayudar a mantener el rumbo para resolver el problema correcto.

## **SECCIÓN 5 EJERCICIOS**

- 3.21. Enumere tres tipos de modelos.
- 3.22. ¿Por qué se necesitan datos?
- 3.23. ¿En dónde se obtienen los datos?
- 3.24. ¿Cuál es el principal peligro con los datos?
- 3.25. ¿Cuál es el mayor valor de un modelo?
- 3.26. ¿Cuáles son algunas razones para construir un modelo?
- 3.27. ¿Cuáles son algunos conceptos del modelado básico?
- 3.28. ¿Cuáles son las componentes comunes de los modelos?
- 3.29. ¿Qué es la validación interna?
- 3.30. Considere el problema del reparto de pizzas (ejercicio 3.12).
  - a) ¿Cuáles son los posibles modelos para este problema? b) Desarrolle uno y valídalo internamente, c) ¿Por qué eligió este modelo?
- 3.31. Considere el problema de asignar asientos en un avión (ejercicio 3.13).
  - a) ¿Cuáles son los posibles modelos para este problema?
  - b) Desarrolle uno y valídalo internamente.
  - c) ¿Por qué eligió este modelo?

## **6 SOLUCIÓN DEL MODELO**

Comenzando con el enunciado del problema, el analista elige un algoritmo. Esta selección depende de los recursos disponibles para resolver el problema, los algoritmos con que se cuenta y la precisión deseada en la solución. Resuelva problemas simplificados para confirmar que el modelo es apropiado. Puede ser necesario regresar a algún paso anterior en el proceso de solución de problemas si los resultados no son satisfactorios. Cuando el modelo y el algoritmo de solución son satisfactorios, se resuelve el modelo y se obtiene una solución.

## **6.1 Validación externa**

La **validación externa** prueba la solución del modelo. Encuentra inconsistencias en él que se vieron durante la validación interna y valida el procedimiento de solución. Aquí no se transforma la solución del modelo en la solución del problema; nada más se asegura que la solución del modelo sea correcta. Para los modelos sencillos esto puede parecer una pérdida de tiempo, pero en los modelos con muchas variables, a veces es difícil saber si sus valores son correctos. La simplificación del modelo y el análisis histórico son dos estrategias básicas para la validación externa.

### **6.1.1 Simplificación**

La **simplificación** cambia el modelo o los datos para conocer la solución. Si la simplificación tiene una solución correcta, se tendrá más confianza en la solución del problema real. Si existe una diferencia entre la solución del modelo y la solución "conocida" se puede volver a evaluar y cambiar el modelo o el enunciado del problema.

La simplificación más sencilla es buscar pequeños ejemplos del problema. Para ejemplos muy pequeños se pueden enumerar todas las posibilidades para encontrar la solución correcta. Se puede examinar el modelo completo para estos pequeños problemas y hacer cálculos a mano para verificar la lógica.

Otro enfoque es hacer suposiciones sobre los datos y la configuración del sistema que lo simplifiquen. Suponga que se está simulando un sistema de colas para el que no existe una solución analítica. Al proponer tiempos entre llegadas y de servicio exponenciales y dejar un solo servidor, se puede obtener una solución analítica. Entonces se puede hacer una corrida de simulación bajo las mismas condiciones y comparar los resultados. Si son cercanos, se tendrá más confianza en el modelo.

Se puede forzar que ciertas variables en el modelo tomen valores específicos, lo que las elimina efectivamente del modelo. Después se puede examinar la solución del modelo simplificado. También se pueden combinar variables agregándolas. Por ejemplo, suponga que se tiene un modelo de producción con muchos productos. Una simplificación sería un modelo con un solo producto que tenga las mismas características del promedio de todos los productos.

### **6.1.2 Análisis histórico**

Una segunda estrategia para la validación externa es la perspectiva histórica. Su base es el juicio de las personas familiarizadas con el problema y su ambiente; el analista aplica el modelo a los datos históricos y los expertos examinan la solución del modelo para ver si es razonable. Se pueden resolver ejemplos de problemas con los conjuntos de datos extremos para que los expertos reconozcan situaciones no usuales. Ackoff (1962) propuso "juntas de asesinos", comités de personas cuyo trabajo es encontrar las fallas en el modelo. Si los resultados no son aceptables se regresa a algún paso anterior.

En ocasiones no se puede modelar el problema con exactitud. Un curso de acción es usar el modelo e ignorar el hecho de que no se ajusta al problema. Otra alternativa es olvidar el modelo y optar por sólo ponerse en los zapatos. Las dos son peligrosas. Usar el modelo sabiendo que la solución tiene fallas es tal vez la mejor alternativa porque hacerlo proporcionará más información, que siempre es bienvenida. Debe recordarse, sin embargo, que el modelo no se ajusta.

No está garantizado que un modelo que "pasa" las pruebas de validación sea bueno. No existe una forma de asegurar un buen modelo; sólo se pueden eliminar los malos. La validación aumenta la confianza en el modelo y por lo tanto las posibilidades de usar los resultados para el problema real.

## **6.2 Solución estratégica**

Aunque se estudiaron el modelado y la solución por separado, están ligados. El procedimiento de solución depende del modelo y el modelo depende de los procedimientos de solución disponibles. Es frustrante tener un gran modelo que no se puede resolver. Se hace entonces un trueque entre las bondades del modelo y la facilidad para resolverlo. Desde el punto de vista de sistemas, se sabe que es mejor una solución parcial de todo el problema que una solución completa de cada parte.

Resolver el modelo puede ser tan sencillo como introducir unos cuantos números en una ecuación o tan complicado como recolectar muchos datos, desarrollar un generador de matrices para poner los datos en el formato adecuado y resolver un problema de programación lineal. Con frecuencia, una computadora ayuda, aunque no es necesario, para resolver el problema.

Algunos modelos, por ejemplo ciertos modelos de simulación, sólo evalúan una alternativa dada. La generación de alternativas es responsabilidad del analista. Pero, ¿podemos generar una buena alternativa que evaluar? Por lo general, no se puede garantizar que una sola alternativa generada sea buena; de manera intuitiva, entre más alternativas se generen, mayor será la oportunidad de encontrar una buena. Si no es costoso evaluarlas y se generan con facilidad, entonces deben estudiarse muchas alternativas. Inversamente, si es difícil generarlas y costoso evaluarlas, no se pueden examinar muchas. Los métodos de diseño de experimentos pueden ayudar a decidir el trueque entre el gasto de la generación de alternativas y la calidad de la solución.

Otros modelos se pueden resolver mediante algoritmos que generan las alternativas y las evalúan. Los algoritmos **óptimos**, o exactos, hacen un examen implícito de todas las alternativas y eligen la mejor; un algoritmo de ruta crítica es un ejemplo. Otros, llamados algoritmos heurísticos, generan alternativas que no garantizan una solución óptima, sino una, en el mejor de los casos, que es cercana a la solución óptima. Elegir proyectos con el mayor rendimiento hasta que se agota el presupuesto es una ilustración de un algoritmo heurístico.

Aun cuando el modelo pueda tener, en teoría, una solución óptima, tal vez no sea factible en la práctica. La enumeración total resuelve problemas de programación entera, pero para problemas de una tamaño razonable, podría tomar siglos en la computadora más rápida. Para obtener soluciones en un tiempo moderado tal vez tengan que usarse algoritmos heurísticos para estos problemas.

Los algoritmos heurísticos proporcionan soluciones inciertas; como no garantizan la optimidad, no se conoce la **calidad**, esto es, qué tan buena es la solución. Algunos algoritmos heurísticos tienen garantía de desempeño, es decir, para cualquier conjunto de datos, el algoritmo garantiza una solución con una cercanía a la solución óptima que está dentro de un porcentaje dado. También se pueden generar cotas sobre la solución óptima para un conjunto particular de datos. Estas cotas dan una idea de qué tan lejos del óptimo está la solución heurística. Si

la solución heurística tiene una ganancia de \$1000 y una cota superior es \$1010, la solución heurística está suficientemente cerca. Si la cota es de \$2000, se tiene incertidumbre sobre la calidad de la solución heurística. La solución puede ser lejana a la óptima o puede tenerse una cota muy amplia.

Aun los algoritmos óptimos tienen incertidumbre. Una fuente de incertidumbre es qué tan bien se ajusta el modelo a la realidad; los datos son otra. Si las estimaciones no son exactas, ¿qué significa una solución óptima? La incertidumbre en los datos puede ser mayor que la incertidumbre de una solución heurística, por lo que un algoritmo heurístico puede ser tan bueno como uno óptimo.

Después de validar el modelo y determinar un algoritmo adecuado, se resuelve el modelo. El siguiente paso es interpretar la solución del modelo.

**Ejemplo 3-4. Solución del modelo de MaTell.** Una vez que se tiene el modelo para MaTell, es necesario resolverlo. Se validará el modelo mediante el análisis histórico. Se introducen los datos de producción actuales ( $D = 15$ ,  $W = 17$  y  $A = 5$ ) y se ve si los resultados están de acuerdo con lo que está sucediendo. El tiempo necesario de fabricación es 132.5 horas y para ensamble es 166 horas. Estos números son cercanos a los valores de 135 y 163, de manera que se acepta el modelo. Por supuesto los modelos más complicados requieren una mayor validación.

Debido a que este modelo de hoja de cálculo sólo evalúa las soluciones, es preciso generar varias alternativas. Se puede usar un enfoque de prueba y error, pero se utilizará un algoritmo de búsqueda con malla. Se deja que la producción de teléfonos de mesa varíe de 5 a 30 de 5 en 5. Se hace lo mismo para los teléfonos de pared y para las contestadoras dejando que varíen de 4 a 12 de 4 en 4. Esto crea 74 combinaciones de los niveles de los tres productos.

Se crea un renglón en la hoja de cálculo para cada combinación de los tres productos y se evalúa cada una. Se modifica el número de productos fabricados de manera que sus valores sean cero si el plan necesita más tiempo de fabricación o ensamble que el disponible. Se ordenan los renglones poniendo primero el que tiene el número máximo producido. Los primeros 15 renglones de la hoja se muestran en la tabla 3-1. Varias soluciones de este modelo fabrican 39 000 unidades. Se estudiará con más detalle la solución cuando se traduzca a la solución del problema.

**TABLA 3-1**  
Hoja de cálculo para elegir la mezcla de productos

Teléfonos de pared (unidades)	Teléfonos de mesa (unidades)	Contestadoras (unidades)	Tiempo de fabricación (horas)	Tiempo de ensamble (horas)	Unidades fabricadas (unidades)
25	10	4	149	161	39
20	15	4	142	161	39
15	20	4	134	161	39
10	25	4	126	161	39
20	10	4	129	146	34
15	15	4	122	146	34
10	20	4	114	146	34
15	10	4	109	131	29
10	15	4	102	116	24
25	25	12	234	318	0
25	30	12	247	333	0
10	10	8	113	172	0
20	30	8	203	262	0
15	25	4	146	176	0
10	10	12	137	228	0

## **SECCIÓN 6 EJERCICIOS**

- 3.32. ¿Qué es la validación externa? ¿En qué difiere de la validación de la comprensión del problema y de la validación interna?
- 3.33. ¿Cuáles son las dos técnicas que se pueden usar en la validación externa?
- 3.34. ¿Qué es un algoritmo óptimo? ¿Qué es un algoritmo heurístico?
- 3.35. ¿Por qué se usan los algoritmos heurísticos?
- 3.36. Considere el problema de reparto de pizzas (ejercicio 3.12).
  - a) Resuelva su modelo y haga una validación externa.
  - b) ¿Es suficiente para resolver el problema?
  - c) ¿Cuáles son sus fortalezas y debilidades?
- 3.37. Considere el problema de asignación de asientos en un avión (ejercicio 3.13).
  - a) Resuelva su modelo y haga una validación externa.
  - b) ¿Es suficiente para resolver el problema?
  - c) ¿Cuáles son las fortalezas y debilidades?

## **7 INTERPRETACIÓN DE LA SOLUCIÓN**

*¡Las soluciones de un modelo no necesariamente son soluciones del problema!* Si el modelo es una buena representación del problema, puede llevar a una solución de éste. Debido a que es difícil incorporar todas las interacciones en un modelo y resolverlo, debe tenerse cuidado al aplicar la solución del modelo al problema real. Juntos, el analista y los dueños del problema deben traducir la solución del modelo en una solución útil para el problema. Aquí se estudiará la estabilidad de la solución respecto a las inexactitudes e incertidumbres de los datos. Además se deben determinar los efectos que las suposiciones hechas tienen sobre la solución. Tanto el juicio del analista como el de los dueños juegan un papel importante. De nuevo, puede ser necesario regresar a algún paso anterior para cambiar o definir el proceso; si no es así, se tiene una solución del problema.

Se verifica que la solución sea razonable. Se proporciona la solución a las personas que la usarán y se recaban sus comentarios. Si piensan que es razonable y la usarían, se puede tener más confianza en el modelo y la solución. Si creen que la solución no es adecuada, la solución no necesariamente está equivocada, pero su opinión indica que la tarea no ha terminado. El analista debe determinar si existe un problema con el modelo o explicar a los dueños por qué la solución es correcta.

Como los datos utilizados en el modelo pueden no ser exactos, cabe la duda de si la solución cambiaría al cambiar los datos. Idealmente, sin embargo, la solución no cambia de manera significativa con pequeños cambios en los datos; una solución de este tipo es **robusta**. Si se resuelve el modelo con programación lineal, se puede usar análisis de sensibilidad para contestar esta pregunta. Otros modelos tienen formas similares para determinar la sensibilidad de la solución respecto a los datos. Si tales métodos no existen, se puede resolver el modelo muchas veces con conjuntos de datos un poco distintos y examinar las soluciones. Si los resultados de este paso no son satisfactorios, es necesario modificar el modelo y repetir el proceso de solución del problema.

También debe examinarse si las suposiciones son robustas. Imagine que se supuso una relación lineal para los costos pero no se tenía seguridad sobre ella. Se puede resolver el modelo

sustituyendo la ecuación lineal de costos por una con costos no lineales. Si las soluciones de los dos modelos son similares la suposición de linealidad es robusta. Por el contrario, si las soluciones son muy diferentes, la suposición es inválida. Debe determinarse la verdadera naturaleza de la relación de costo para que el modelo represente correctamente el sistema.

Tenga cuidado con los números producidos por las computadoras. Cuando una computadora da 75.37542 algunas personas suponen que el número es exacto. Si los datos de entrada no se conocen con cinco decimales, la salida no puede ser tan exacta. Además, a menos que hayan escrito el programa, no pueden saber qué suposiciones hizo el programador. Aun el programador puede hacer algunas suposiciones sin estar totalmente consciente de ellas.

Algunas veces, no importa cuánto esfuerzo se haya hecho, no se pueden lograr resultados aceptables. Algunos problemas pueden no aceptar el enfoque del modelado. En este caso el analista puede no tener otra alternativa que rendirse y usar el enfoque de ponerse en los zapatos. Un problema común de los analistas es no reconocer que tienen que ceder.

Suponiendo que se puede obtener una solución del problema a partir de la solución del modelo, llega el momento de la implantación.

**Ejemplo 3-5. Solución del problema de MaTell.** La solución del modelo es el principio de la solución del problema. La discusión con los dueños es crítica en esta etapa. Existen varias soluciones del modelo que permiten a MaTell hacer 39 mil productos. El personal de producción piensa que pueden llevar a cabo cualquiera de los planes para obtener la producción deseada. Esta solución valida la suposición de que se pueden hacer más productos con una mejor planeación.

El personal de mercadotecnia está preocupado porque los 2000 productos adicionales todavía dejarán algunos clientes sin poder comprar los productos que quieren. Como se aumentó la producción, tal vez se desee ver si puede mejorar aún más. Como se usó una malla gruesa en la hoja de cálculo, puede haber otras combinaciones mejores. Entonces, se cambiará la representación. Un modelo lineal sería similar a la hoja de cálculo pero evaluaría todos los planes posibles y seleccionaría el mejor.

Mercadotecnia tiene otra objeción: la nueva mezcla de productos puede no ser tan rentable como la antigua. No se ha considerado la ganancia del plan como debería haberse hecho. Aunque maximizar la ganancia puede no ser la necesidad crítica en esta situación, no debe usarse un plan que no proporcione una ganancia aceptable. Mercadotecnia dice que los márgenes de los tres productos son \$2.20, \$2.00 y \$7.00 para los teléfonos de mesa, los de pared y la contestadora, respectivamente. Algunos cálculos rápidos muestran que producir (25,10,4) unidades da \$103 000, que es un poco mejor que la cantidad actual de \$ 102 000. Los otros planes que producen 39 000 unidades no mejoran la ganancia del plan actual.

En este punto, se regresa a la etapa de modelado y se desarrolla un modelo más refinado, a saber, un programa lineal. Como se parece mucho al de la hoja de cálculo, simplemente se establecerá. Sin embargo, debe resolverse el conflicto sobre el objetivo. Como debe considerarse la ganancia, debe volverse a pensar en el enunciado de la misión original. Por brevedad no se verá con detalle, se deja a la imaginación del estudiante. Como programación lineal (PL) es sencilla, se resolverá dos veces, una maximizando el número de productos fabricados y otra maximizando la ganancia. El modelo de PL para la ganancia es el siguiente:

$$\text{Maximizar } 2.2D + 2W + 7A$$

sujeta a

$$\begin{aligned} 4D + 2.5W + 6A &\leq 168 \\ 3D + 3W + 14A &\leq 168 \\ D &\leq 30 \\ W &\leq 30 \\ A &\leq 12 \end{aligned}$$

Al resolver este modelo de PL con un paquete estándar como STORM o LINDO se obtiene la solución (21.94,30,0.864) con una ganancia total de \$114 362. En cuanto se ve que se hacen tan pocas contestadoras, se sabe que hay un problema. Producir tan pocas puede causar problemas, aunque este número sea el de mayor ganancia según el modelo. El modelo no considera que algunas personas comprarán teléfonos y contestadoras al mismo tiempo o querrán tener la misma marca. Así, se cambia el modelo agregando cotas inferiores de 10,10 y 4 para los productos. La nueva solución de PL es (27.3,10,4) con una ganancia de \$108 133. Al calcular el número de productos fabricados se obtiene 41 333, que es una mejor solución que cualquiera de las consideradas hasta ahora. Si se cambia el objetivo  $aD + W + Ayse$  resuelve el problema, se obtiene (10,27.3,4) con una ganancia de \$104 600 y un total de 41 333 unidades producidas. Como esta solución produce el mismo número de unidades que el plan con la ganancia máxima, éste es superior. Se debe seguir con este análisis y observar varias combinaciones del plan hasta que los dueños estén satisfechos.

El uso de PL permite una investigación rápida de la estabilidad del modelo. Es sencillo evaluar cambios en los datos con las técnicas de sensibilidad estándar de PL. Para el modelo con cotas inferiores, el objetivo es la ganancia en dólares y la restricción de ensamble está en horas, de manera que sólo se podrían obtener \$0.73 (como lo indican los precios sombra) agregando una hora de tiempo de ensamble. En el sentido económico, agregar más tiempo prohíbe agregar más trabajadores o máquinas, ya que su costo excedería el incremento en la ganancia. Este escenario valida la misión de una mejor planeación, puesto que el incremento en la capacidad sería muy costoso.

También se pueden evaluar otras partes del problema. El análisis de sensibilidad sobre el tiempo de ensamble necesario para hacer un teléfono de mesa podría mostrar que se necesita más exactitud en los datos, lo que puede requerir un estudio de tiempos u otras maneras de estimar los parámetros del problema.

Una vez que los dueños del problema estén satisfechos con la solución, puede llevarse a cabo la implantación.

## **SECCIÓN 7 EJERCICIOS**

- 3.38.** ¿Por qué no se ha terminado el trabajo cuando se tiene la solución del modelo?
- 3.39.** ¿Qué es una solución robusta?
- 3.40.** ¿Qué pasos se toman para interpretar una solución?
- 3.41.** Considere el problema del reparto de pizzas (ejercicio 3.12).
  - a)* ¿Cómo se siente respecto a su solución?
  - b)* ¿Qué información adicional adquirió?
  - c)* Si tuviera más tiempo y recursos, ¿qué haría diferente?
- 3.42.** Considere el problema de asignación de asientos en un avión (ejercicio 3.13).
  - a)* ¿Cómo se siente respecto a su solución?
  - b)* ¿Qué información adicional adquirió?
  - c)* Si tuviera más tiempo y recursos, ¿qué haría diferente?

## **8 IMPLANTACIÓN**

Cuando se encuentra una solución del problema comienza la implantación. Todos los interesados deben aceptar la solución. Deben asignarse los recursos necesarios y hay que capacitar a las personas adecuadas para llevar a cabo la nueva solución. La producción paralela del nuevo mé-

todo y el actual es una buena práctica. Por último, se debe supervisar el progreso de la nueva solución para asegurarse de que nada salga mal.

Recuerde que los problemas no existen en el vacío. Para implantar una solución, por lo general es necesario cambiar algunos sistemas. Es difícil vencer la inercia de un sistema bien establecido. Para ser un analista exitoso debe instituirse el cambio en el sistema.

Es notoria la resistencia de las personas al cambio. Éste se acepta sólo cuando su necesidad es clara y pueden ayudar a planearlo. Los dueños insatisfechos no aceptarán la solución, por lo tanto, deben participar continuamente en el proceso de solución del problema para que sea más probable que comprendan y acepten los resultados finales.

Presente sus resultados con el entusiasmo de un vendedor, utilice un lenguaje sencillo y establezca claramente la importancia del problema; use hechos para respaldar su posición. Presente tanto los aspectos positivos como los negativos de su solución, haga hincapié en los puntos clave e intente anticipar las preguntas. Si es posible, dé varias soluciones alternativas que cubran beneficios y costos; incluya, además, la alternativa de "no hacer nada".

La implantación exitosa requiere un gran compromiso. Las personas que controlan los recursos necesarios para la implantación deben participar. Quienes utilizan la solución son los que la harán funcionar. Aun cuando se tiene una gran solución, ésta fracasará si no está apoyada por los usuarios.

Una vez que la implantación está en marcha, asegúrese de que es fácil usar la solución. Es necesario que el software sea amigable y que se hagan los informes adecuados. Las personas aceptan los informes con más facilidad si su forma es familiar; examine los informes actuales e intente hacer los nuevos tan parecidos como sea posible, suponiendo que los dueños estuvieron contentos con los informes existentes y que fueron efectivos.

La mayor parte de los sistemas no operan por sí mismos, por lo que la gente que lleva a cabo la solución debe estar bien capacitada. Por lo general, el tiempo y el dinero para la capacitación son una buena inversión. Los usuarios mal entrenados pueden causar que el mejor sistema dé resultados pobres. Asegúrese de que la capacitación sea oportuna, ni muy pronto ni muy tarde.

Recuerde la ley de Murphy: "si algo puede salir mal, saldrá mal". Antes de la implantación final, intente prever y preguntar a otros lo que puede salir mal; suponga lo peor y examine las consecuencias; desarrolle planes de contingencias que deberán usarse si las cosas salen mal. Si está preparado para la mala fortuna y todo sale bien, perdió tiempo; pero si no se prepara, puede ser que tenga que buscar un nuevo empleo.

Al poner en marcha un sistema nuevo, no deje de usar el actual de inmediato. En su lugar, opere ambos sistemas en paralelo durante algún tiempo. Invariablemente surgen problemas no previstos y si ya no se tiene el sistema actual, puede ocurrir un caos. Al mantenerlo se pueden resolver este tipo de situaciones. Aun cuando el nuevo sistema funcione bien, el actual sirve de comparación y los beneficios se podrán cuantificar con mayor facilidad.

Un sistema de control debe ser parte de la implantación. Supervisa el sistema y proporciona retroalimentación sobre su desempeño. El sistema de control debe también indicar el desempeño no esperado. Esta retroalimentación debe usarse para cambiar o ajustar la solución.

En ocasiones, la solución de problemas no tiene éxito y la causa más común del fracaso es que los dueños no participaron en el proceso. Como lo expresa Gene Woolsey (Woolsey y Swanson, 1975), "los administradores prefieren vivir con un problema que no pueden resolver que aceptar una solución que no pueden entender". Entonces, la alta administración debe estar comprometida con el proyecto.

Otra causa de fracaso es que se obtuvo la mejor solución para parte del sistema y no para todo el sistema, esto se conoce como **suboptimización**. Si esto ocurre, lo más probable es que ni las fronteras del problema ni su misión se definieron correctamente. Si un empleado quiere terminar varios trabajos, las tareas más cortas deben hacerse primero. Sin embargo, si las tareas más largas se atrasan y causan que los clientes cancelen sus órdenes, lo que era bueno para el empleado no es bueno para la compañía.

Por último, las personas pueden ser la causa del fracaso. La incompetencia, la inexperiencia y el exceso de confianza del analista y una capacitación inadecuada de los usuarios pueden provocar el fracaso. Si la gente se siente amenazada por el proceso o bien por la solución, el fracaso es probable.

**Ejemplo 3-6. Implantación en MaTell.** Al implantar una solución para el problema de planeación, primero se necesita presentar la solución. Aunque el modelo de la hoja de cálculo no se usó para obtener la solución, sería una buena forma de presentar la solución de PL. Muchas personas usan hojas de cálculo en su trabajo, por lo que están familiarizadas con ellas y es sólo un pequeño paso introducir la idea de la elección automática de los niveles adecuados de producción.

Como los dueños del problema participaron en el proceso de solución, la aceptación debe ser relativamente sencilla. El compromiso puede ser más difícil; pero los únicos recursos necesarios son el paquete de PL y la capacitación de quienes hacen la planeación.

Será importante convencerlos de que "automatizar" parte de la decisión de planeación será una acción positiva. Esta idea se puede vender como un incremento en las habilidades que ayudará en la carrera de quienes hacen planeación.

Al recordar la ley de Murphy, debe intentarse predecir lo peor que puede pasar al implantar la solución y asegurarse de que no será la causa del fracaso.

Al principio, haga que los analistas sigan desarrollando un plan en forma independiente de la solución de PL. Después, desarrolle el plan real como una combinación de los dos planes. Si hay problemas con la solución de PL se dispone de un plan. Conforme quienes hacen la planeación adquieran confianza en el sistema de PL elimine el plan actual. Asegúrese de que los informes no son demasiado distintos de los anteriores para que los acepten mejor.

Por último, verifique el sistema de vez en cuando. Cerciórese de que si las condiciones cambian, el sistema no se quede obsoleto. Las soluciones que eran buenas bajo un conjunto de condiciones pueden ser muy malas cuando la situación cambia.

Lo más importante es recordar que muy pocas veces existe una sola solución para cualquier problema, aun cuando la solución del modelo produzca sólo una. El propósito real de construir y resolver un modelo es producir una mejor visión del problema. En última instancia, una persona toma la decisión; los administradores que dejan que el modelo decida están delegando su responsabilidad.

## **SECCIÓN 8 EJERCICIOS**

- 3.43.** ¿Por qué deben presentarse soluciones alternativas para el problema?
- 3.44.** ¿Qué es lo más difícil al implantar una solución?
- 3.45.** ¿Qué es un sistema de control y por qué es necesario?
- 3.46.** Describa un plan de implantación para el problema de reparto de pizzas (ejercicio 3.12).
- 3.47.** Describa un plan de implantación para el problema de asignación de asientos (ejercicio 3.13).

## **9 SOFTWARE**

Muchos paquetes para computadora ayudan a la solución de problemas y muchos problemas no se pueden resolver sin una computadora. Las hojas de cálculo (Excel, Lotus, Quattro) son sencillas y muy útiles en este proceso. Para problemas más matemáticos son útiles los paquetes de cálculos algebraicos (Mathcad, Matlab, Mathematica) algunas veces llamados pizarrones electrónicos. Los paquetes de análisis estadístico (SAS, Minitab, SPSS) pueden extraer información de los datos. Los programas de optimización (LINDO, CPLEX, OSL) están disponibles y proporcionan soluciones óptimas para muchos modelos. Los lenguajes de modelado (AMPL, GAMS) facilitan la creación de modelos de optimización, pero a costa de aprenderlos. Los lenguajes de simulación (GPSS, SIMAN) y otros paquetes (Promodel, Witness) pueden proporcionar una mejor visión de muchos problemas.

Existen también muchos paquetes hechos a la medida para los cursos de planeación y control de la producción. STORM (Emmons *et al.*, 1989) fue uno de los primeros y todavía es un paquete amigable y comprensible. QS (Chang, 1995) es similar y Savage (1993) proporciona agregados a Lotus para resolver problemas de planeación y control de la producción.

El software mencionado es común; pero de ninguna manera se trata de una lista exhaustiva. Cuando se analicen problemas específicos se hablará del software específico.

## **10 EVOLUCIÓN**

La solución de problemas se ha estudiado durante muchos años. Los matemáticos han estudiado el tema de manera formal durante casi un siglo. El método científico y la administración científica son precursores de las ideas que se han presentado. Los primeros trabajos sobre solución de problemas en planeación y control de la producción son, lo más probable, los libros de Polya (1957) y Ackoff (1962) y el artículo de Morris (1967). Estas fuentes hicieron el tema más accesible a la comunidad de producción.

Para la perspectiva contemporánea de la solución de problemas, se puede encontrar en los libros de Ackoff (1991), Arnold (1992) y Keon (1985). Los métodos específicos útiles en la solución de problemas se encuentran en Griver (1988), Murthy *et al.* (1990), Rubinstein (1986), Starfield *et al.* (1990), Van Gundy (1981) y Wilson (1984). Brown y Walter (1983) abundan en el tema de identificación del problema y Edén *et al.* (1983) investigan el papel del sesgo en la solución de problemas. También el artículo de Kimbrough *et al.* (1993) tiene varios ejemplos buenos de validación y sensibilidad.

La creatividad juega un papel importante en la solución de problemas. Algunos libros buenos que resaltan la creatividad son los de Adams (1986), Evans (1991), Flood y Jackson (1991), Lumsdaine y Lumsdaine (1995) y Nadler e Hibino (1990). Entre los libros con una orientación más práctica de la solución de problemas en situaciones de negocios están los de Lyles (1982), Plunkett y Hale (1982) y Woolsey y Swanson (1975). Aunque estos libros son más viejos y puede ser que no reflejen con exactitud el mundo empresarial actual, contienen mucha información útil, en particular este último.

Para terminar, puede ser interesante ver la perspectiva de un estudiante sobre la solución de problemas. El artículo de Pinker *et al.* (1993) presenta un proyecto estudiantil realizado en el "mundo real". Refuerza muchos de los puntos de este capítulo por lo que se recomienda su lectura.

## **11 RESUMEN**

En este capítulo se describió un enfoque para la solución de problemas. Los pasos más importantes son la identificación y comprensión del problema. Una vez efectuados estos pasos, casi siempre se construye un modelo. La descripción de fronteras, objetivos, relaciones y variables es parte de la construcción del modelo. Se identifican los datos necesarios y se elige una representación. El modelo se resuelve con un algoritmo adecuado y se interpreta la solución considerando la situación real. Por último, se implanta una solución para el problema real.

Para tener éxito, los dueños del problema deben participar a través del proceso. Si no es así, la posibilidad de fracasar será alta. Además, es en extremo importante reconocer todas las suposiciones. La mejor manera de hacerlo es escribirlas explícitamente para que todos las conoczan.

En este libro se presentan varios modelos para la planeación y el control de la producción. Nuestra experiencia muestra que rara vez se pueden reunir datos e introducirlos en uno de estos modelos para obtener una solución a un problema real, porque las suposiciones que fundamentan el modelo pueden no ser correctas para la situación. Cada problema se debe atacar en forma independiente.

¿Significa esto que los modelos presentados son inútiles? ¡Por supuesto que no! Cuando se resuelven problemas reales, se comienza con un modelo "estándar" y se cambia hasta que se ajuste al problema que se tiene. Esto quiere decir que no sólo debe saberse cómo usar los modelos propuestos sino entender sus suposiciones y cómo se desarrollaron. Hacerlo permite construir nuevos modelos y resolverlos conforme se requiera.

### **MINICASO: ASUNTOS DE PESO**

"Éste es el tercer pedido de 2PR que no he podido aceptar esta semana", dijo Doug. "Podríamos ganar mucho más dinero si pudiéramos venderle a los clientes potenciales."

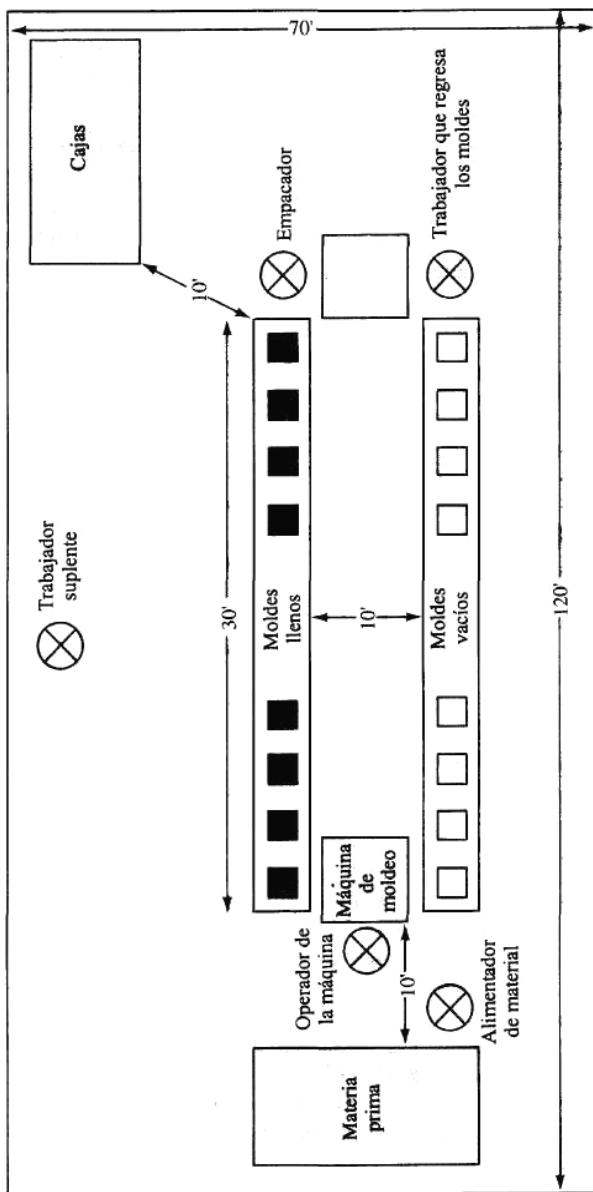
"Puede empeorar", contestó Loretta. "Algunos de nuestros clientes pueden encontrar otros proveedores si no podemos satisfacer su demanda. Tal vez necesitemos construir una nueva planta."

Si alguna vez se observa de cerca una lámpara de mesa se ve que contiene un peso en la base para que no se caiga. Otros productos también usan pesas, incluso los tractores. Varios proveedores, entre ellos la Heavyweight, Inc., hacen estas pesas. La de mejor venta es una pesa circular de 2 libras, la 2PR.

Heavyweight tiene la patente de un polvo especial *llamado procreto*, que se usa para hacer las pesas. Producen procreto en una planta pequeña adyacente a la planta de moldeo. El procreto se empaca en bolsas de 100 Ib y parte se vende a otros productores de pesas, pero la mayor parte se manda a su propia planta de moldeo.

En la planta, se pone el procreto en una máquina de moldeo, donde se calienta a presión. Este proceso da consistencia de lodo al procreto, y la máquina automáticamente saca una cantidad predeterminada a un molde, en forma de chorro. Una línea está dedicada a la 2PR, con cinco pesas de 2 Ib en cada molde. Cuando el procreto se endurece, se quita del molde, se empaca en cajas de cartón y se manda al cliente.

En seguida se presenta un diagrama de la línea de producción 2PR. Se tienen 6 empleados. Uno maneja la máquina; aunque casi toda la operación es automática, debe tener un operador



cuando está trabajando. Otro trabajador alimenta la máquina con procreto. El tonel de la máquina tiene una capacidad de 100 Ib y no puede operar en seco. Un trabajador saca el molde de la banda, quita las pesas del molde y las empaca en cajas. Este proceso toma alrededor de un minuto por molde. Otro trabajador limpia el molde, lo cubre con una capa de teflón y lo vuelve a poner en la banda para que regrese a la máquina. Estas tareas toman alrededor de 20 segundos por molde. El quinto empleado barre, limpia lo que se riega, etcétera. El sexto es un trabajador suplente que puede relevar a otros trabajadores que están en su tiempo personal, de descanso, o de comida. La planta opera un turno de 8 horas.

Loretta, la gerente de la planta, piensa que podrían vender cerca de 9000 pesas diarias si pudieran producirlas. La máquina de moldeo produce actualmente 60 moldes por hora; aunque tiene capacidad para producir 200 moldes por hora. Sin embargo, si se aumenta la velocidad de la máquina las pesas no estarán secas cuando tengan que retirarse de los moldes. Doug, el director de ventas, sabe que si los moldes se pudieran endurecer más rápido se podrían hacer más productos. ¿Qué recomendaciones le daría a Loretta?

## 12 REFERENCIAS

- Ackoff, R. L., *Scientific Method*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1962.
- Ackoff, R. L., *Ackoff's Fables*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1991.
- Adams, J. L., *Conceptual Blockbusting*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading MA, 1986.
- Arnold, J. D., *The Complete Problem Solver*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1992.
- Brown, S. I. y Walter, M. I., *The Art of Problem Posing*, Lawrence Erlbaum Associates, Hillsdale, NJ, 1983.
- Chang, Y. L., *QS: Quantitative Systems*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1995. Edén, C, Jones, S. y Sims, D., *Messing About in Problems*, Pergamon Press, Oxford, UK, 1983. Emmons, H. Flowers, A. D., Khot, C. M. y Mathur, K., *STORM: Quantitative Modeling for Decision Support*, Holden-Day, Inc., Oakland CA, 1989. Evans, J. R., *Creative Thinking in the Decisión and Management Sciences*, South-Western Publishing Company, Cincinnati, OH, 1991.
- Flood R. L. y Jackson, M. C., *Creative Problem Solving*, John Wiley & Sons, Chichester, UK, 1991.
- Griver, J. S., *AppliedProblem AnalysisPlus*, Compsych Systems, Inc., Publications División, Marina del Rey, CA, 1988. Kimborough, S. O., Oliver, J. R. y Pritchett, C. W., "On Post-Evaluation Analysis: Candle-Lighting and Surrogate Models", *Interfaces*, 23, 17-28, 1993.
- Koen, B. V., *Definition of the EngineeringMethod*, American Society for Engineering Education, Washington, DC, Nueva York, 1985. Lumsdaine, E. y Lumsdaine, M., *Creative Problem Solving*, McGraw-Hill Publishing Company, Nueva York, 1995. Lyles, R. I., *Practical Management Problem Solving and Decisión Making*, Van Nostrand Reinhold Company, Nueva York, 1982.
- Morris, W. T., "On the Art of Modeling", *Management Science*, 13, B707-B717, 1967. Murthy, D. N. P., Page, N. W. y Rodin, E. Y., *Mathematical Modeling*, Pergamon Press, Elmsford, NY, 1990.
- Nadler, G. e Hibino, S., *Breakthrough Thinking*, Prima Publishing, Rocklin, CA, 1990. Ohno, T., *Toyota Production System: Beyond Large-Scale Production*, Productivity Press, Cambridge, MA, 1988. Pinker, E. J., Shumsky, R. A., Malone, K. M. y Sungsu, A., "ORTheory and Practice: A Student Perspective", *OR/MS Today*, 20, 3, 56-58, 1993.

- Plunkett, L. C. y Hale, G. A., *The Proactive Manager*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1982.
- Polya, G., *How to Solve It*, Doubleday & Company, Garden City, NJ, 1957.
- Rubinstein, M. F., *Tools for Thinking and Problem Solving*, Prentice-Hall, Incorporated, Englewood Cliffs, NJ, 1986.
- Savage, S. L., *Fundamental Analytic Spreadsheet Tools for Quantitative Management*, McGraw-Hill Publishing Company, Nueva York, 1993.
- Starfield, A. M., Smith, K. A. y Bleloch, A. L., *How to Model It: Problem Solving for the Computer Age*, McGraw-Hill Publishing Company, Nueva York, 1990.
- VanGundy, A. B., *Techniques of Structured Problem Solving*, Van Nostrand Reinhold Company, Nueva York, 1981.
- Wilson, B., *Systems: Concepts, Methodologies and Applications*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1984.
- Woolsey, R. E. D. y Swanson, H. S., *Operations Research for Intermediate Application: A Quick & Dirty Manual*, Harper & Row, Nueva York, 1975.

# Pronósticos

## 1 INTRODUCCIÓN

"¿Veinte mil llantas? Nunca se venderán tantas en junio. ¡Los de mercadotecnia están locos!", exclamó Carol. Es obvio que ella no estaba de acuerdo con la predicción de mercadotecnia sobre las ventas de junio. ¿Cómo podría determinarse una mejor estimación?

Existen varias maneras de obtener una respuesta a esta pregunta. Una es sencillamente adivinar. Se podría preguntar a Pete, el supervisor del área de moldeo. Ha estado ahí durante 25 años, y su experiencia debe darle una buena idea de cuántas llantas se venderán. Pete señala que se espera que las ventas de automóviles subirán en agosto, de manera que quizás el número no esté tan alejado después de todo. Un buen analista de problemas puede examinar la demanda de los meses anteriores e intentar estimar la demanda para junio.

Por supuesto, ninguno de estos métodos garantiza que los resultados sean buenos. La adivinanza puede resultar muy lejana a la realidad; incluso la experiencia de Pete puede no ser suficiente para llegar a una buena predicción. Las ventas de automóviles pueden afectar las de llantas —hasta los automóviles nuevos necesitan llantas— pero tal vez no en forma directa. Los modelos matemáticos complejos pueden no dar predicciones precisas; si usted piensa lo contrario, considere la predicción del clima.

Determinar qué pasará en el futuro con el fin de tomar decisiones adecuadas es un problema que se presenta con frecuencia. Este hecho es cierto no sólo en la vida personal, sino también en el mundo de los negocios. Se usa el término **pronosticar** para hacer referencia a un método específico, en lugar de la simple adivinanza, para predecir eventos futuros.

En los sistemas de producción controlados por el mercado de la actualidad, los pronósticos son más importantes que nunca. Tanto la recompensa por un buen pronóstico como la penalización por uno malo pueden ser bastante altas. Con la proliferación de los paquetes para computadoras personales, los pronósticos son más sencillos y menos costosos que antes. Sin embargo, los administradores deben tener cuidado de usar los paquetes sin entender los principios en que se fundamentan. Después de todo, el programa dará una respuesta, aun cuando sea mala. En este capítulo se presenta una variedad de técnicas de pronósticos, una idea de las situaciones en las que se aplican y sus principios fundamentales. También se ve cómo evaluar los pronósticos y la manera de ajustar tanto el pronóstico como las técnicas que se usan.

Se analizarán tres clases de métodos de pronósticos. La primera está constituida por métodos subjetivos o cualitativos. En su forma más simple, utilizan la opinión de un "experto" para obtener el pronóstico. Preguntar a Pete fue un ejemplo sencillo de este enfoque. La segunda clase, los métodos causales, intenta relacionar la variable que se quiere pronosticar con alguna otra variable. Un ejemplo es relacionar la producción de automóviles con la venta de llantas.

Los métodos de series de tiempo usan el pasado para tratar de determinar el futuro y están basados en principios estadísticos. El estudio de las ventas anteriores de llantas para obtener un pronóstico de las ventas futuras puede realizarse usando el enfoque de series de tiempo. Por último, se presenta un panorama general de los sistemas, el control, los métodos y la práctica para pronosticar. Primero se analizará el pronóstico desde la perspectiva de sistemas.

## **2 EL SISTEMA DE PRONÓSTICOS**

Como se observó en el capítulo 3, la solución de problemas incluye una serie de pasos. Cuando ocurre un problema "estándar", con frecuencia se puede simplificar el procedimiento. Los pronósticos incluyen muchos modelos estándar. En esta sección se estudiarán las etapas de la solución de problemas relacionadas con los pronósticos. En el resto del capítulo se profundizará sobre las metodologías particulares de pronósticos.

### **2.1 Identificación del problema**

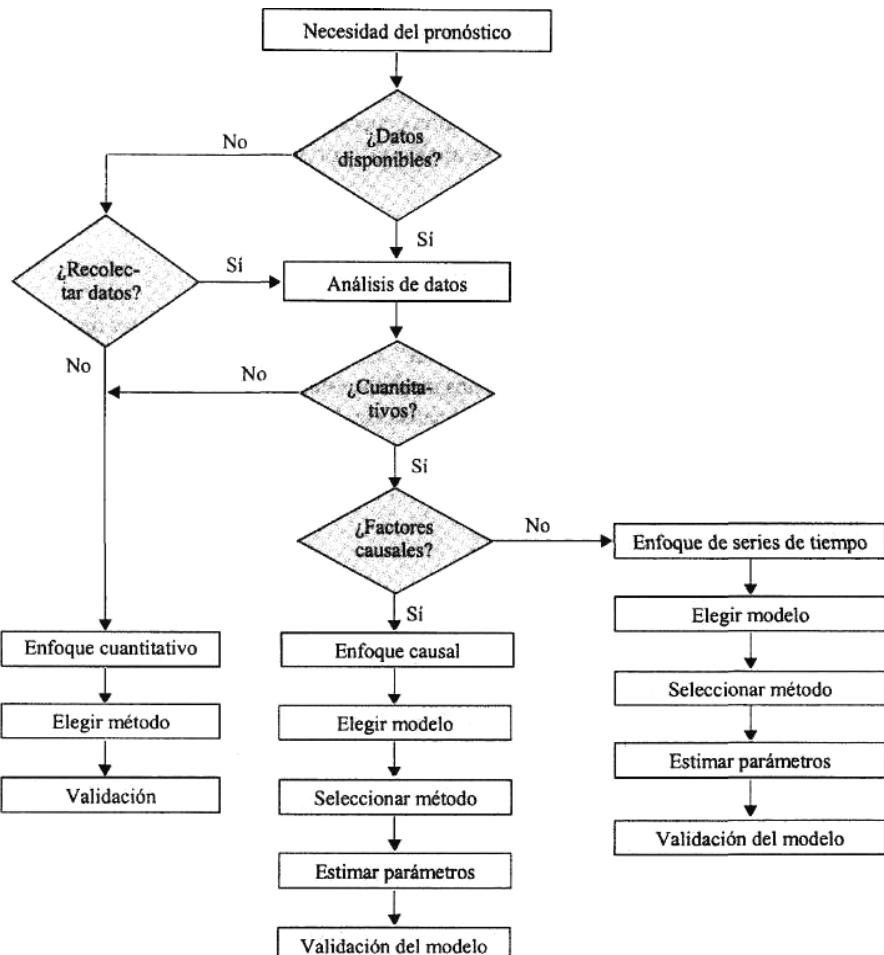
Los pronósticos proporcionan información para tomar mejores decisiones. El primer paso es identificar la decisión. Si la decisión no se afecta por el pronóstico, el pronóstico es innecesario. La importancia de la decisión sugerirá el esfuerzo que debe dedicarse a producir un pronóstico. Una decisión de una sola vez requiere un pronóstico, mientras que una decisión recurrente necesita un pronóstico cada vez que se toma la decisión. En cualquier caso, la decisión determina qué pronosticar, el nivel de detalle necesario y con qué frecuencia se hará el pronóstico. Los pronósticos de ventas, calidad de materiales, ingresos, gastos, uso de energía o los tiempos de llegada de los clientes son una necesidad común en las empresas.

Suponga que la decisión es cuántos televisores producir el siguiente año. Esta decisión es importante porque afecta directamente el empleo, los niveles de materia prima, la mercadotecnia (publicidad), la distribución y el almacenamiento. La demanda de un producto es en sí misma un pronóstico; en esta etapa, puede que las variaciones particulares del producto no sean importantes. Debido a que muchas plantas operan con planes mensuales o de cuatro semanas, debe pronosticarse la demanda mensual. Si se hace alguna planeación por trimestres, los pronósticos mensuales se pueden combinar. Por otro lado, un pronóstico a un plazo más corto puede requerir variaciones individuales del producto, por ejemplo de los televisores de 13", 19" y 25".

Quien toma decisiones es el dueño del problema. El analista es quien pronostica. La mayor parte de los pronósticos son preparados por equipos que incluyen la administración, la mercadotecnia, el analista y tal vez el procesamiento de datos. La identificación del problema determina la misión o el propósito, que se muestra como necesidad del pronóstico en la figura 4-1 e inicia el diseño del sistema de pronósticos.

### **2.2 Comprensión del problema**

La clave para entender los problemas de pronósticos es comprender el **proceso**; por ejemplo, el proceso que crea la demanda de un artículo. Nunca se puede comprender por completo el pro-



**FIGURA 4-1**  
Diseño de un sistema  
de pronósticos

ceso, por lo que sólo se puede esperar conocerlo cada vez mejor y hacer las suposiciones necesarias para crear los pronósticos. Para hacer esto, se examinan las características del problema y se analizan los datos, si existen. También se establece una meta para el pronóstico.

### **2.2.1 Características del problema**

Las principales características de un problema de pronósticos son el marco de tiempo, el nivel de detalle, la exactitud necesaria y el número de aspectos a pronosticar. Se dan ejemplos de éstas según el marco de tiempo.

En los sistemas de producción, casi siempre es de interés el pronóstico de la demanda para el producto o servicio con el fin de decidir cuánto producir. Las decisiones a largo plazo —como abrir nuevas plantas o aumentar la capacidad de las existentes—, con frecuencia dependen de un pronóstico de demanda. En este caso, los productos individuales no son los que despiere-

tan interés, sino el volumen global. Por lo tanto, se pueden usar dólares como una medida agregada de las ventas. Un marco de tiempo usual para este tipo de decisiones sería de 3 a 5 años. Las decisiones a largo plazo no requieren pronósticos exactos; la decisión de construir una nueva planta se basa en la tendencia de los pronósticos para varios años sucesivos y no en una sola estimación de la demanda. Así, los pronósticos muy precisos son innecesarios. Normalmente, los pronósticos a largo plazo se hacen para una sola vez. Es común que se usen métodos causales y cuantitativos para obtenerlos.

Una decisión a mediano plazo puede ser asignar cierta capacidad de planta a grupos de productos. De nuevo, puede no ser necesario conocer la demanda para cada artículo individual, sino para grupos de artículos que comparten instalaciones de producción. Un ejemplo sería un pronóstico mensual para las llantas fabricadas en una planta; los tamaños individuales no son importantes para determinar la capacidad global. Las medidas típicas pueden ser unidades, horas de producción, galones o libras de un producto agregado. El marco u horizonte de tiempo para estas decisiones es de tres meses a uno o dos años y se requiere mayor exactitud. Las decisiones a mediano plazo normalmente requieren pronósticos para uno o dos artículos. Con frecuencia se usan métodos cuantitativos, incluyendo los causales y las series de tiempo, para los pronósticos a mediano plazo.

La decisión más común a corto plazo es cuántos productos se deben fabricar. En este caso, se necesita el número real de unidades de producto. Esta decisión puede ser semanal, mensual o tal vez trimestral. Debido a que las decisiones a corto plazo están basadas en estos pronósticos, necesitan ser razonablemente exactos. Los métodos de series de tiempo son los que se usan con más frecuencia para los pronósticos a corto plazo, pero en algunas situaciones, también son útiles los métodos causales y los cuantitativos. Las decisiones a corto plazo requieren pronósticos de cientos de artículos.

### **2.2.2 Datos**

Examinar los datos, cuando se tienen, puede proporcionar una gran visión. Los datos pueden venir de los registros de la empresa o de fuentes comerciales o gubernamentales. Los registros de la compañía incluyen información sobre compras y ventas. Los servicios comerciales tienen acceso a bases de datos e investigaciones y pueden proporcionar datos originales o informes sobre temas específicos; un ejemplo es *A Graphic Guide to Consumer Markets*, publicada anualmente por el National Industrial Conference Board. El gobierno también proporciona muchos tipos de datos. Los datos de censos contienen información sobre población y demografía; el Department of Commerce publica *Survey of Business* cada mes. No obstante, se debe estar seguro de que los datos reflejan la situación real; por ejemplo, un registro de las ventas reales puede no incluir a los clientes que hubieran querido comprar el producto pero no pudieron porque no estaba disponible.

Si no existen datos, se deben recolectar o se puede usar un enfoque de pronósticos que no los requiera. Si no se dispone de datos o recolectarlos es demasiado costoso, se elige un enfoque cualitativo. Los métodos cualitativos, la rama izquierda en la figura 4-1, se presentan en la sección 3.

Hay factores ya sea internos o externos que afectan a los datos. Los factores externos están fuera de nuestro control pero se puede influir en los factores internos.

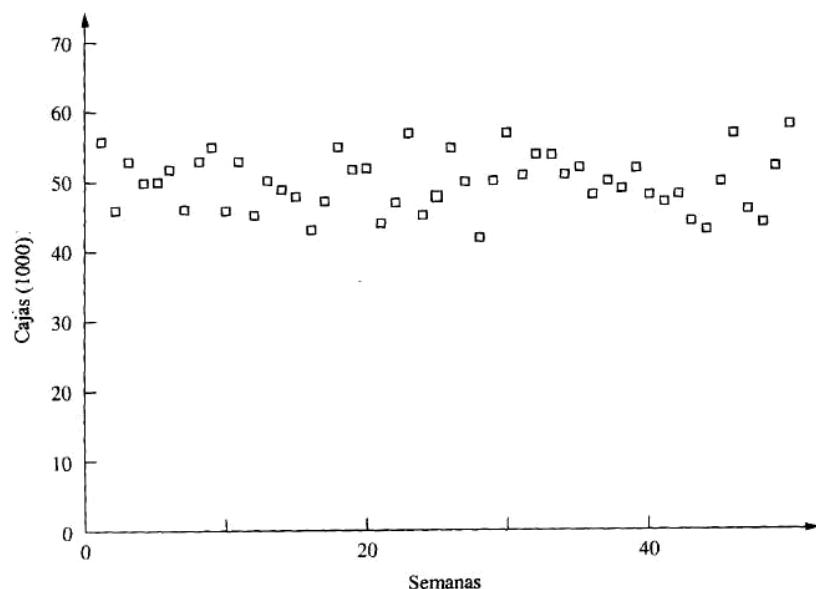
Un buen ejemplo de un factor externo es la economía. Si ésta experimenta una baja, por lo general la demanda de bienes y servicios también declina. Se ha definido gran cantidad de indi-

cadores económicos que pueden ayudar a entender el comportamiento de la demanda. Otros factores externos incluyen las acciones de la competencia, los productos complementarios y la elección del consumidor.

Entre los factores internos están la calidad y el precio del producto, el tiempo de entrega, la publicidad y los descuentos. Si se hace más publicidad, es probable que la demanda aumente. Los descuentos también se usan para incrementar la demanda. La baja calidad, la larga espera por los artículos o el precio alto usualmente reducen la demanda.

Los datos deben analizarse para detectar si existen factores causales. Un factor causal es algo que influye en los datos de una manera conocida y puede ayudar al pronóstico. Los datos de demanda de llantas constituyen un ejemplo de un factor causal. Si se venden más llantas a un fabricante de automóviles, el número de automóviles fabricados indicará la demanda de llantas, es decir, la producción de automóviles provoca una demanda de llantas. Una gráfica de las llantas vendidas contra los automóviles producidos indicará la validez de esta suposición. Por supuesto, las llantas también se venden a los clientes como refacciones para vehículos viejos. El pronóstico causal se muestra en la parte media de la figura 4-1; en la sección 4 se estudiará con detalle. La selección de un modelo para un enfoque causal es similar a la selección de un modelo para una serie de tiempo, por lo que se combinará el análisis. Los enfoques de series de tiempo se estudian en la sección 5.

Si se dispone de datos, se grafican para observar si existe un patrón. La figura 4-2 muestra la demanda semanal de dentífrico durante los dos últimos años. Estos datos se usan para explicar el análisis de datos de una serie de tiempo. El análisis de datos causales es similar, pero en lugar de graficar, digamos, la demanda contra el tiempo, se puede graficar la demanda contra la variable causal. Cuando se examina la gráfica parece estar nivelada, en términos burdos, con una pequeña variación, que es característica de un **proceso constante**. Como la población es relativamente estable, al menos en el corto plazo, parece razonable que las ventas de dentífrico también serán aproximadamente constantes. La variación semanal está causada por una componente **aleatoria** o **ruido** que no se puede controlar. Para un proceso en esencia constante, la componente de ruido debe tener una media de cero; si no, no es ruido, sino parte del proceso

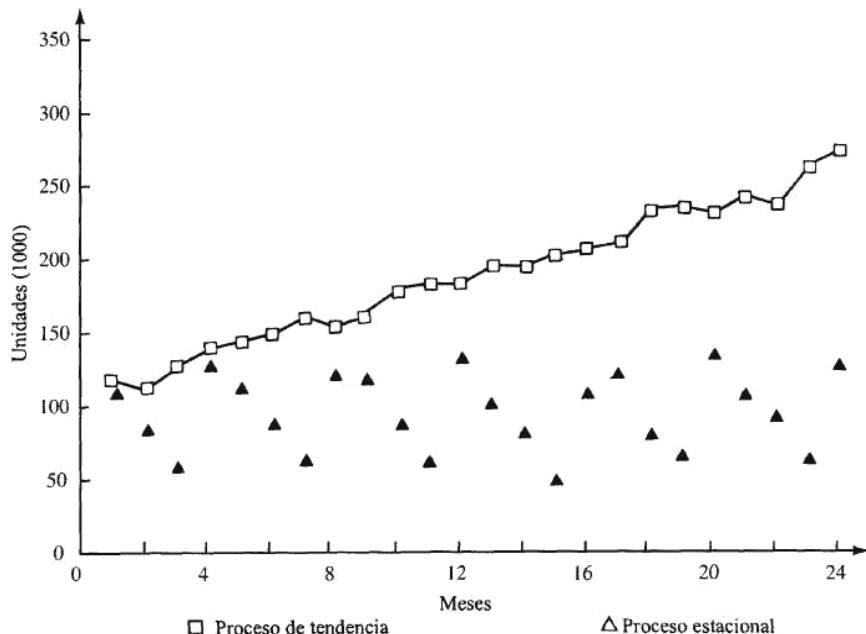


**FIGURA 4-2**  
Un proceso constante

fundamental. De manera similar, la posibilidad de observar un valor arriba de la componente constante debe ser la misma que la de un valor debajo de ella. Si la variancia cambia con el tiempo, entonces la suposición de que es un proceso constante no es válida, así que se supondrá que la variancia del ruido es constante. Entonces es razonable suponer que el ruido sigue una distribución de probabilidad simétrica con media cero y variancia  $cs^2_E$ . Por ahora se supondrá que la componente de ruido sigue una distribución normal. En la sección 7.2 se ve que esta suposición es robusta. Pueden darse argumentos parecidos respecto a la distribución del ruido para los procesos esenciales que no son constantes.

Debemos tener una razón para suponer que un proceso es constante. Parecería que la demanda de muchos artículos sigue un proceso constante, dentífrico, leche, pan y calcetines son artículos maduros que se usan con regularidad. Los procesos constantes pueden ser útiles aun para productos que *no siempre* se usan con regularidad. En un horizonte corto, muchas cosas son aproximadamente constantes. En la etapa madura del ciclo de vida del producto (vea el capítulo 1) muchos productos exhiben ventas estables. Además, los modelos para procesos constantes constituyen una buena introducción a modelos más complicados.

Por naturaleza, algunas cosas no son constantes. Durante el ciclo de vida de un producto hay una etapa de crecimiento en la que las ventas aumentan. En forma parecida, hay un decrecimiento o decadencia donde las ventas disminuyen. Suponer un proceso constante en cualquiera de los casos puede ser desastroso. Estos procesos son ejemplos de un **proceso de tendencia**. El crecimiento acelerado de las computadoras personales y el equipo relacionado es un buen ejemplo. La línea superior en la figura 4-3 es un ejemplo de un proceso de tendencia creciente. Las líneas que conectan los puntos no tienen significado, se agregaron para resaltar el patrón en los datos. Este crecimiento parece lineal. Al igual que en el proceso constante, la curva no es



**FIGURA 4-3**  
Patrones de demanda típicos

suave sino que tiene muchos saltos pequeños causados por la componente aleatoria. De nuevo, el solo hecho de que parezca ir hacia arriba no es razón suficiente para suponer un proceso de tendencia y debe haber alguna manera de explicarlo. La tendencia también puede ser no lineal, pero para simplificar la exposición el análisis se restringirá a tendencias lineales.

En la figura 4-3 se gráfico también un **proceso estacional**. El patrón parece repetirse cada cuatro meses, pero todavía se tienen fluctuaciones aleatorias. Un ejemplo de este tipo de proceso serían las millas-pasajero para una línea aérea. El término estacional se usa debido a que, con frecuencia, la causa es el clima; los helados y los refrescos son más populares en verano que en invierno. Algunas veces se definen procesos cíclicos; uno común es el número de llamadas telefónicas durante el día; las horas pico son a media mañana y a media tarde. Sin embargo, no se hará una distinción entre cíclico y estacional. Otra vez deberá haber una justificación para suponer un proceso estacional.

Cuando se grafican los datos, la elección de la escala es muy importante. Si se selecciona una escala equivocada, los datos de un proceso constante pueden parecer estacionales por las fluctuaciones aleatorias. Cuando la tendencia y la estacionalidad están presentes, los datos deben descomponerse para ver los efectos de cada una. Los datos disparados deben eliminarse antes de analizarlos. Un ejemplo sería las ventas que fueron altas o bajas en extremo debido a un evento fuera de lo común como una huelga o un terremoto. Los distribuidores con frecuencia eliminan las temporadas especiales, como Navidad, de la serie de tiempo y los manejan como excepciones.

El resultado del análisis de datos es entender el proceso que causa la demanda. Siempre habrá alguna parte inexplicable —la componente aleatoria—. Sin embargo, el modelo que se va a usar será un resultado directo del proceso que se supuso.

### **2.2.3 Meta de pronóstico**

La meta de cualquier sistema de pronósticos es proporcionar esos pronósticos con la exactitud necesaria, a tiempo y a un costo razonable. Un pronóstico oportuno está determinado por su utilización. El trueque básico en los pronósticos se hace entre la respuesta al cambio y la estabilidad, es decir, si se experimenta una demanda anormalmente alta una semana, debe decidirse si se requiere más producto la siguiente semana. Si la demanda alta refleja un cambio en el patrón de demanda, debe aumentarse la producción, pero si fue sólo una fluctuación aleatoria, no se aumenta. Un buen sistema de pronósticos reaccionará ante los cambios reales e ignorará las variaciones al azar.

## **2.3 Desarrollo de un modelo**

Una vez identificados los procesos, éstos determinan la forma del modelo. Los pronósticos cualitativos no usan modelos sencillos de establecer. Los modelos causales dependen de la situación particular pero en general tienen la forma

donde  $d_t$  representa la variable dependiente, como la demanda,  $x$ , la variable independiente (o factor causal) y  $e$ , la componente de ruido en el tiempo  $t$ . La variable dependiente en el tiempo  $t$  es idealmente una función de la variable independiente en el tiempo  $t - k$ ,  $k > 1$ . El lapso o

periodo  $k$  permite conocer el valor de la variable independiente antes de hacer el pronóstico de la variable dependiente; si no hay este lapso, deberá pronosticarse la variable independiente antes de obtener un pronóstico para la variable dependiente. La relación funcional entre  $d$  y  $x$  se representa por / y puede ser lineal, cuadrática o alguna otra relación matemática. Puede haber más de un factor causal.

Para los enfoques de series de tiempo, los modelos comunes que se estudian son constantes, de tendencia lineal y estacional, o combinaciones de éstos. Matemáticamente son

$$\begin{aligned} d_t &= a + e, && \text{(constante)} \\ d_t &= a + bt + s_t && \text{(tendencia lineal)} \\ d_t &= ac_t + E, && \text{(estacional)} \end{aligned}$$

donde  $a$  representa la parte constante,  $b$  la tendencia,  $c$ , el factor estacional para el periodo  $t$  y  $e$ , la componente aleatoria o de ruido. Éstos son los modelos más comunes, aunque existen otros. Recuerde del capítulo 3 que los modelos deben ser tan sencillos como sea posible. Al pronosticar, intente usar el menor número de componentes en un modelo. Una función complicada puede "ajustarse" a los datos pero también tiende a ocultar las relaciones importantes. Si hay muchas componentes, el efecto de cada una disminuye y puede ser indistinguible del ruido. Como ejemplo, considere la demanda de reproductoras de CD. La mayor parte del año las ventas son relativamente constantes, pero con los regalos de diciembre las ventas se disparan. En lugar de usar un modelo complicado para captar el pico de las ventas de diciembre, se usa uno sencillo para todo el año menos diciembre y otro sólo para ese mes. En estadística, un modelo sencillo que capta la esencia del problema se llama modelo **parsimonioso**.

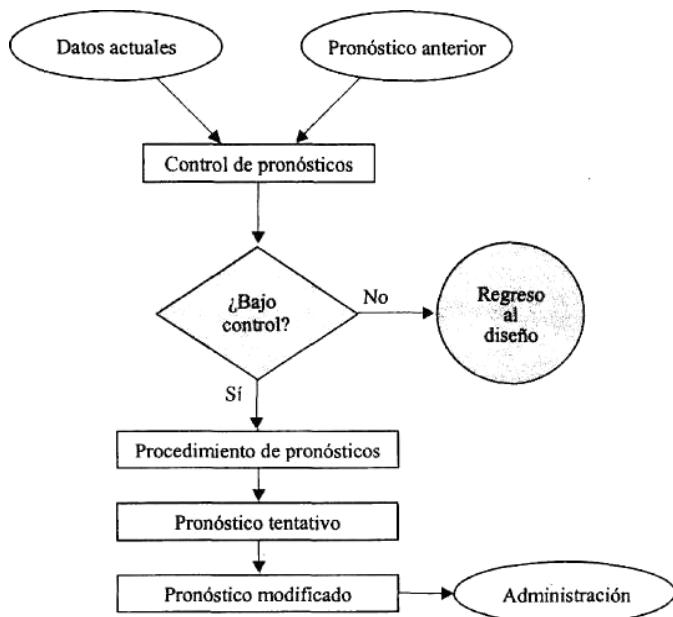
## 2.4 Solución del modelo

El primer paso al resolver el modelo es elegir un método. Si se tiene un modelo causal, el método será regresión. Para modelos de series de tiempo, existen varios métodos disponibles, incluso para el mismo proceso. Por ejemplo, existen muchos métodos para pronosticar una serie de tiempo constante.

Dado el modelo, si se conocieran los coeficientes, simplemente se podrían introducir los números correctos y obtener el pronóstico. Como los parámetros reales de la ecuación del modelo no se conocen, deben estimarse. El método que se usa determina cómo se estiman; por lo general, se estiman de manera que se minimice la diferencia entre el pronóstico y el valor real para un conjunto de datos históricos. Una vez estimados los parámetros, la aplicación del modelo a los números adecuados proporciona un pronóstico.

## 2.5 Interpretación e implantación de la solución

La interpretación de la solución es la tarea más importante al operar un sistema de pronósticos. La figura 4-4 muestra los pasos a seguir. Conforme se obtienen los nuevos datos, se actualiza el pronóstico. Además, se compara el pronóstico anterior con lo que realmente ocurrió para obtener retroalimentación sobre la calidad del procedimiento de pronósticos. Si la calidad es acep-



**FIGURA 4-4**  
Operación de un sistema de pronósticos

table, se dice que el procedimiento está bajo control. Los aspectos de control se analizarán en la sección 7. Si el procedimiento está fuera de control, es necesario regresar a la etapa de diseño; se requiere volver a estimar los parámetros del modelo actual, o bien, cambiar el modelo. Si el sistema de pronósticos está bajo control, se hace un pronóstico para un periodo futuro. Un administrador (dueño) examina este pronóstico y juzga si debe aceptarse, modificarse o rechazarse.

Es importante incorporar el juicio al sistema, en especial cuando se usan métodos estadísticos. Estos métodos en esencia suponen que se está manejando un medio estable, lo cual no siempre es el caso. Por ejemplo, si está por estallar una huelga laboral, el pronóstico debe modificarse para reflejar este hecho. Es importante que cualquier modificación la lleve a cabo la persona que toma la decisión y que se haga dentro del sistema. Si no se toman provisiones para hacer modificaciones, el pronóstico no se usará o en algún momento llevará a decisiones equivocadas.

Si un pronóstico de demanda es bajo, la demanda es de más unidades que las esperadas y ocurren faltantes o inventarios agotados. Por otro lado, un pronóstico más alto que la demanda real, cuyo resultado son demasiadas unidades, crea un inventario que se tiene que vender más barato. Fisher *et al.* (1994) señala que los costos del agotamiento y de la venta a menor precio, en los que se incurre para un artículo específico, con frecuencia exceden los costos de manufactura del producto. Si el costo del exceso de unidades (inventario) no es igual al costo de una unidad faltante, entonces es probable que el tomador de decisiones ajuste el pronóstico adecuadamente, aumentándolo si el costo de faltantes es más alto o diminuyéndolo si el costo de inventario es más alto.

## **2.6 Observaciones**

Existen dos hechos muy importantes que recordar: los pronósticos casi nunca dan una respuesta exacta y entre más lejos al futuro se vea, menos preciso será el pronóstico. Es muy poco probable que el pronóstico de las ventas semanales de donas sea igual a las ventas reales. Por fortuna, en general no se requieren pronósticos exactos, sólo se necesita tener una idea. Un enfoque más razonable puede ser, pronosticar un intervalo de valores o la probabilidad de un grupo de valores. Podría pronosticarse la venta de 250 docenas de donas la próxima semana pero en realidad significa que las ventas deberán estar entre 230 y 270 docenas. El servicio meteorológico no informa que lloverá hoy, sino que existe una oportunidad del 60% de que llueva. Es sencillo observar, a partir del pronóstico del clima, que la exactitud de un pronóstico depende de qué tan lejano en el futuro se vea; el pronóstico para mañana normalmente es más exacto que el pronóstico para dentro de una semana.

## **SECCIÓN 2 EJERCICIOS**

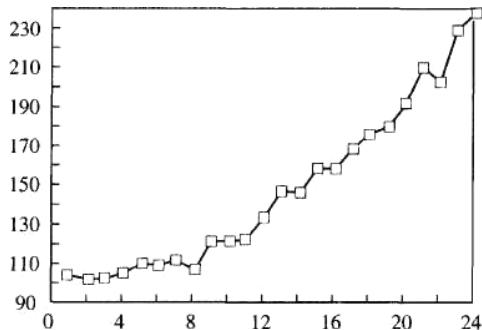
- 4.1. ¿Por qué es importante un pronóstico? ¿Qué papel juega en la planeación y control de la producción?
- 4.2. ¿Cuáles son las características de un sistema de pronósticos?
- 4.3. ¿Cuáles son las diferencias en el diseño y la operación de un sistema de pronósticos?
- 4.4. Identifique las características de los siguientes escenarios de pronósticos:
  - a) Usted opera una tienda de periódicos en un área metropolitana, y debe decir a sus proveedores cuántas revistas le manden.
  - b) Usted trabaja para una compañía manufacturera que produce monitores para computadora. El departamento de planeación necesita información como ayuda para determinar si la compañía debe contratar nuevos empleados de producción.
  - c) Usted es dueño de un taller de trabajo sobre pedido y debe proporcionar a un cliente potencial una estimación para su pedido.
  - d) Su empresa desea introducir una grabadora de CD-ROM.
  - e) La demanda de los productos de su compañía está creciendo y la alta administración está considerando construir una planta adicional.
- 4.5. Dé un ejemplo de un proceso constante, un proceso con tendencia y un proceso estacional. Justifi que su razonamiento.
- 4.6. Mencione algunos factores causales que pueden influir en lo siguiente:
  - a) La venta de automóviles de lujo
  - b) Los viajes internacionales por avión
  - c) El consumo de gas natural
  - d) La utilización de varilla de soldadura en un astillero
  - e) La venta de paquetes de computadora
- 4.7. Use una hoja de cálculo para generar 20 números para cada uno de los siguientes patrones. Grafiquelos y observe las diferencias.
  - a)  $d_t = 100 + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 5^2)$
  - b)  $d_t = 100 + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 30^2)$
  - c)  $d_t = 100 + 2t + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 10^2)$
  - d)  $d_t = 100 + 4t + e_t$ , donde  $e_t \sim JV(0, 10^2)$
  - e)  $d_t = 100 + t^2 + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 10^2)$

J)  $d_t = 100 + 20 \operatorname{sen}(2\pi t/4) + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 10^2)$  g)  $d_t = 100 + 20 \operatorname{sen}(2\pi t/12) + e_t$ , donde  $e_t \sim N(0, 10^2)$

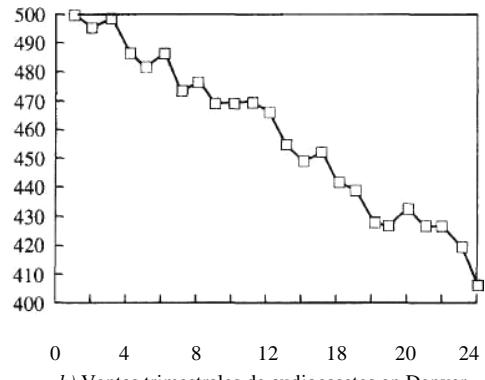
*h)*  $d_t = 100 + 40 \operatorname{sen}(2\pi t/12) + e$ , donde  $e \sim N(0, 10^2)$

$d_t = 100 + 20 \operatorname{sen}(2\pi t/13) + e$ , donde  $e \sim iV(0, 10^2)$

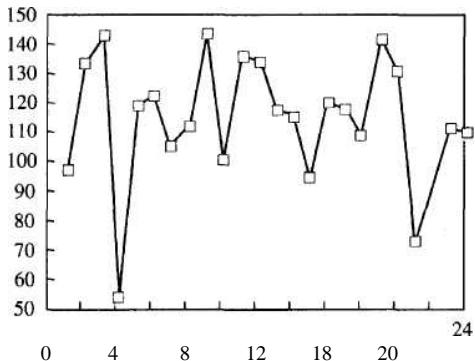
- 4.8. Explique qué modelo usaría para pronosticar cada una de las siguientes series de tiempo. Diga además por qué usaría ese modelo.



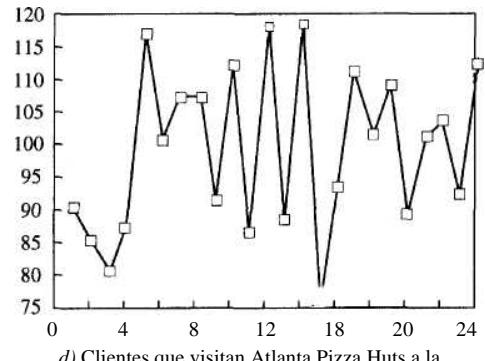
a) Ventas mensuales de Sparc2 Workstations vendidas en Denver.



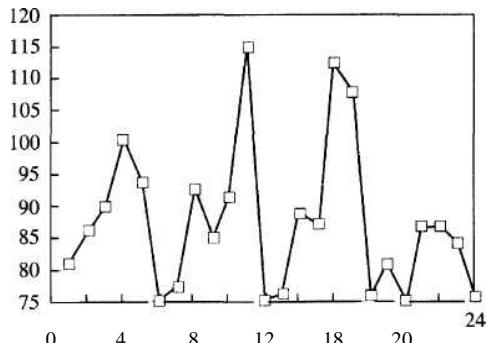
b) Ventas trimestrales de audiocasetes en Denver.



c) Ventas mensuales de puertas interiores en Washington, D.C.



d) Clientes que visitan Atlanta Pizza Huts a la semana.



e) Renta trimestral de sombrillas de playa en Miami.

- 4.9. Explique el papel del administrador o del tomador de decisiones en un sistema de pronósticos.

### **3 PRONÓSTICOS CUALITATIVOS**

DeVellia es responsable de la introducción de una nueva cámara de enfoque automático. Como la calidad de las fotos que se toman con esta cámara ha aumentado significativamente en los últimos años, muchos propietarios de cámaras de lente de reflejo único (SLR) están comprando la nueva. La demanda histórica no refleja este incremento. En esta situación, ella debe usar métodos de pronóstico cualitativos, los cuales pueden incluir mandar encuestas a cierto número de clientes potenciales y analizar estadísticamente los resultados, preguntar la opinión de un experto y preguntar a muchos expertos.

#### **3.1 Investigación de mercado**

Una investigación de mercado consiste en varios pasos. Primero, es necesario desarrollar un cuestionario que debe contener preguntas cuyas respuestas proporcionen la información necesaria para determinar un pronóstico. La información sobre el cliente puede incluir su edad y sus ingresos, así como una indicación de si el cliente compraría o no el producto. Si el cliente es un distribuidor, la información puede comprender el tamaño de la tienda y la proyección del número de unidades que compraría. En la tabla 4-1 se muestra una encuesta para analizar la demanda de las nuevas cámaras de 35 mm. Junto con el diseño de la encuesta debe determinarse un método para analizar los resultados.

El siguiente paso es llevar a cabo la encuesta, la cual puede hacerse por correo, fax, correo electrónico, teléfono, una postal para recortar en una revista o en persona. La manera en que se lleve a cabo la investigación puede afectar tanto el número como la calidad de las respuestas. El número, localización y los clientes individuales que responderán deben planearse con cuidado junto con el propósito del estudio.

Una vez que se realiza la investigación, deben tabularse y analizarse los resultados. Se debe tener cuidado al interpretar estos resultados. Las tasas de respuesta pueden ser bajas, las respuestas pueden ser incorrectas, o los factores no considerados en el cuestionario pueden afectar el resultado real de los eventos. El análisis estadístico también puede ser tardado. Los resultados de la investigación sobre la cámara puede indicar que 75% de los encuestados poseen una cámara de 35 mm; 35% poseen el modelo SLR y 50% poseen la de enfoque automático. Los porcentajes no suman 100% porque algunas personas poseen ambas. Del 35% que tienen una SLR, 75% indican que comprarán la automática dentro de los próximos dos años. Extrapolando a la población las intenciones de los dueños de la SLR y de la cámara automática encuesta-

**TABLA 4-1**

Un ejemplo de cuestionario para estudio de mercado

---

Por favor, marque los cuadros apropiados:

- D No poseo una cámara de 35 mm.
  - D Poseo una cámara SLR de 35 mm.
  - D Poseo una cámara de enfoque automático de 35 mm.
  - D Planeo comprar una nueva cámara SLR de 35 mm en los próximos dos años.
  - D Planeo comprar una nueva cámara de enfoque automático de 35 mm en los próximos dos años.
  - D No planeo comprar una nueva cámara de 35 mm en los próximos dos años.
-

dos, se puede obtener un pronóstico del número de cámaras con enfoque automático demandadas para los próximos dos años. Por supuesto otros factores, como la economía, pueden jugar un papel importante en las compras reales. Consulte en Kress y Snyder (1994) más detalles sobre investigaciones de mercado.

Mastio (1994) analiza una investigación basada en 24 necesidades y criterios importantes para determinar los factores que se usan en el moldeo por inyección para seleccionar un proveedor de maquinaria. Los resultados indican que la confiabilidad de la máquina y la disponibilidad de refacciones son las necesidades más importantes. Un buen servicio técnico y maquinaria fácil de operar representan otros criterios clave al seleccionar una máquina. Aunque es importante, el precio no es el factor crítico. Alrededor de 65% de los moldeadores dicen que planean comprar equipo nuevo el siguiente año. Un fabricante de maquinaria para moldeo por inyección puede hacer planes agresivos de expansión proporcionando a estos clientes lo que necesitan. Otros ejemplos de estudios de mercado para obtener pronósticos incluyen la demanda de redes de cómputo en la industria (Smith, 1994) y la demanda de productos para transmisiones de potencia, como bandas en "V", engranes y cajas de transmisión (Avery, 1993).

Recientemente se han propuesto ampliaciones y modificaciones a las técnicas de investigación de mercados. Una es usar la información en la base de datos de clientes existentes para aumentar la investigación (Ezop, 1994). Weerahandi *et al.* (1994) modifican el procedimiento para tomar en cuenta el efecto cruzado sobre la demanda de productos similares cuando se lanza un nuevo producto. Cook (1995) propone usar los estudios de mercado para tener una mejor visión con el fin de que la administración modifique los pronósticos cuantitativos.

### **3.2 Opinión de expertos y el método Delphi**

Un método distinto sería preguntar a un experto su opinión sobre las ventas proyectadas. Tal opinión se basa en la experiencia y en el conocimiento de la situación particular. El personal de ventas y mercadotecnia son los principales ejemplos de "expertos" para el pronóstico de un nuevo producto. Una variación puede consistir en preguntar a varios expertos y usar una combinación de los resultados, digamos la mediana o el promedio, como pronóstico. Es sencillo llevar a cabo este método pero puede ser poco preciso.

Una variación más formal de la opinión de expertos es el método Delphi, llamado así en honor del Oráculo de Delfos (del griego Delphi) de la mitología griega, quien predijo eventos futuros. Un comité de "expertos" corresponde al Oráculo en esta técnica, y el facilitador determina los participantes, escribe los cuestionarios y analiza los resultados. Los miembros del comité pueden ser expertos de diferentes campos. Por ejemplo, uno puede tener orientación de ventas y otro ser un economista. Ellos ofrecen diversos puntos de vista y consideran muchos factores en el proceso. La persona de ventas tiene una buena idea de la historia de la compañía en la venta de otros artículos, mientras que el economista posee información sobre la situación económica global. Ambos factores afectan la venta de un nuevo producto.

Se pide a los miembros del comité que entreguen pronósticos anónimos de eventos específicos y, lo que es más importante, sus razones para hacer ese pronóstico. En la tabla 4.2 se da un ejemplo sencillo de un cuestionario inicial. Las preguntas deben ser ambiguas y simples. En lugar de preguntar si las ventas serán altas, debe preguntarse si estarán arriba de un valor dado. Las preguntas deben tener una sola respuesta; si se necesitan respuestas múltiples, debe hacerse una pregunta para cada una.

**TABLA 4-2**

Ejemplo de un cuestionario Delphi inicial

la) Al menos 25% de las secundarias en el medio oeste tendrá uno o más cursos de ritmo individual, basados en multimedia para el año\_\_\_\_\_

*Ib)* Mis razones para dar esta respuesta son:

2a) Al menos \_\_\_\_\_ % de las secundarias en el medio oeste tendrá uno o más cursos de ritmo individual, basados en multimedia para el año 2000.

2b) Mis razones para dar esta respuesta son:

3o) Al menos 80% de las secundarias en el medio oeste podrán pagar \$\_\_\_\_\_ por el equipo de apoyo para los cursos basados en multimedia para el año 2000.

3b) Mis razones para dar esta respuesta son:

---

Las respuestas se resumen, se modifica el cuestionario y se regresa a los miembros del comité, a quienes se pide que repitan el proceso. El cuestionario de cada ronda debe reflejar los resultados de la anterior; con el cuestionario actualizado se mandan las estadísticas resumidas, es decir, la media, la mediana y el rango. En la tabla 4.3 se muestra un cuestionario para las rondas intermedias. El procedimiento continúa hasta que los miembros del comité llegan a un acuerdo razonable —por lo general, tres o cuatro rondas son suficientes para alcanzar un consenso— y el resumen de resultados se informa a los participantes y se usa para tomar la decisión. Martino (1983) y Linstone y Turoff (1975) analizan la realización de estudios Delphi.

El método Delphi se puede usar para pronosticar la demanda de productos. Vickers (1992) los utiliza para examinar el mercado europeo de automóviles, y Stocks (1990) pronostica la demanda de CD-ROM en las bibliotecas de Australia. También puede pronosticarse la demanda de servicios con el método Delphi. El número de familias que necesitan apoyo económico (Boehm *et al.*, 1992) y los turistas que visitan una región (Kaynak y Leibold, 1994; Yong *et al.*, 1989) son dos ejemplos. Scala y McGrath (1993) usaron Delphi para identificar las ventajas y desventajas del intercambio electrónico de datos (IED) en las compañías manufactureras, y la Japan's Science and Technology Agency, líder en la aplicación del Delphi, ha encuestado cerca de 3000 científicos, ingenieros y otros expertos sobre 1200 temas distintos (Maital, 1993).

El método Delphi tiene varias ventajas, entre ellas está el hecho de que se incluye la participación de personas muy diferentes, incluso de distintas localidades, y elimina el dominio de personalidades fuertes, dando a todos la misma oportunidad de participar; las respuestas anónimas permiten una expresión más libre de las ideas. También mantiene la atención dedicada a la tarea; las respuestas escritas con frecuencia se razonan más que las verbales. Tal vez la mayor ventaja estriba en la generación y evaluación de un número más grande de ideas para el pronóstico, muchas de las cuales pueden pasarse por alto en juntas cara a cara.

La mayor desventaja es el tiempo necesario para llevar a cabo un estudio Delphi, muchas veces más de un mes; no obstante, los métodos electrónicos (fax y correo electrónico) pueden acelerar el proceso. También quita tiempo a los participantes y quizás sea difícil mantenerlos completamente involucrados. Las ideas escritas pueden tener que aclararse o se corre el riesgo

**TABLA 4-3**

Cuestionario Delphi  
para una ronda  
intermedia

- 1) Las respuestas de la ronda anterior indican que al menos 25% de las secundarias del medio oeste tendrán uno o más cursos de ritmo individual basado en multimedia para el año 2001 (*mediana*), casi todas las respuestas están entre 1997 y 2006. Su respuesta anterior fue 2002.
- la) Dada esta información, al menos 25% de las secundarias del medio oeste tendrá uno o más cursos de ritmo individual, basados en multimedia para el año \_\_\_\_\_.
- 16) Mi respuesta varía de la mediana porque:
- 2) Las respuestas de la ronda anterior indican que al menos 23% (*mediana*) de las secundarias del medio oeste tendrá uno o más cursos de ritmo individual, basados en multimedia para el año 2000, casi todas las respuestas están entre 20% y 35%.
- 2a) Dada esta información, al menos \_\_\_\_\_ % de las secundarias en el oeste medio tendrá uno o más cursos de ritmo individual, basados en multimedia para el año 2000.
- 2b) Mi respuesta varía de la mediana porque:
- 3) En la ronda anterior, al menos 80% de las secundarias en el oeste medio podrán pagar \$10 500 (*mediana*) por equipo de apoyo para los cursos basados en multimedia en el año 2000, casi todas las respuestas están entre \$8200 y \$13 600.
- 3a) Dada esta información, al menos 80% de las secundarias en el medio oeste podrán pagar \$ \_\_\_\_\_ por equipo de apoyo para los cursos basados en multimedia para el año 2000.
- 36) Mi respuesta varía de la mediana porque:
- 

de malinterpretarlas; un estudio Delphi clásico no tiene medios de aclaración. Como Delphi es un tipo de procedimiento basado en el consenso, algunas veces no se alcanzan los acuerdos.

### **3.3 Comentarios sobre los métodos de pronóstico cualitativos**

Los métodos cualitativos se usan con frecuencia en la industria. Algunas veces, la opinión de los expertos se utiliza porque es "bastante cercana", rápida y fácil de obtener y es particularmente sensible a las tendencias del mercado. Por otro lado, los estudios de mercado y el método Delphi son tanto tardados como costosos; sin embargo, para la introducción de nuevos productos y para pronosticar avances tecnológicos, pueden ser la única opción. Si se siguen todos los pasos del método, los resultados casi siempre son bastante exactos. Un beneficio importante del pronóstico subjetivo tal vez sea que obliga un compromiso por parte de los responsables, esto es, si el jefe de ventas da una cifra, él o ella pueden trabajar mucho más para conseguir que las ventas no sean menores que el pronóstico. Las investigaciones de mercado dan buenos resultados, pero el tiempo requerido para realizarlas las hace menos adecuadas para pronósticos a corto plazo. Con el crecimiento de las redes y del acceso de los clientes a la computación interactiva, las investigaciones de mercado pueden volverse más oportunas y precisas; sin embargo, el costo debe compararse contra el beneficio que proporciona la investigación.

## **SECCIÓN 3 EJERCICIOS**

- 4.10. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de las investigaciones de mercado?
- 4.11. El administrador de la ciudad lo ha contratado para investigar un programa de reciclado restringido. Defina este problema desde la perspectiva de pronósticos y determine el tipo de datos que adquiriría y cómo.
- 4.12. Diseñe una encuesta para el problema de pronósticos del programa de reciclado.
- 4.13. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas del método Delphi?
- 4.14. Dé tres ejemplos de situaciones en las que el método Delphi sería una manera adecuada de pronosticar.
- 4.15. Diseñe un procedimiento Delphi para determinar el mercado potencial de micromáquinas como una máquina que se introduce en la corriente sanguínea para limpiar las arterias. El procedimiento debe incluir un cuestionario inicial, tipos de expertos y formas de comunicar los resultados.
- 4.16. ¿Qué métodos usaría para pronosticar lo siguiente?
  - a) Ventas del próximo año de televisores de alta definición
  - b) Tiempo hasta que el 95% de las casas en Estados Unidos tengan conexión a Internet
  - c) Número de suscriptores a una nueva revista de modas
  - d) Ventas en el próximo año de un refresco basado en una baya del Brasil

## **4 PRONÓSTICOS CAUSALES CON REGRESIÓN**

Mary Cártter es gerente del departamento de plomería de la tienda Home Sales de Columbia, un distribuidor líder en productos para la construcción. Cada mes, debe colocar una orden de accesorios de plomería para baños. Si ordena más de lo que vende, los excedentes representan dinero para la empresa que no puede usar en otra parte. Si ordena muy pocos, las ventas se pierden en favor de los competidores.

Mary ha estado pensando cómo podría anticipar la demanda de accesorios. Sabe que la mayoría de los que vende son para casas nuevas; los accesorios de reposición significan menos del 6% de las ventas totales. Los accesorios de plomería se instalan una vez que se han puesto el techo y las paredes, casi siempre alrededor de un mes después de que se emite el permiso de construcción. Como todas las construcciones necesitan el permiso, el número de permisos emitidos el mes pasado puede ayudarla a determinar el número de accesorios que debe ordenar en este mes.

Este escenario es típico de muchos problemas de pronósticos. Se desea pronosticar una variable dependiente —venta de accesorios de plomería en el ejemplo— y el valor de la variable dependiente está relacionado a un valor observable de una o más variables independientes —inicio de la construcción de casas en el ejemplo—. Esto se llama proceso de pronóstico causal, porque el valor de la variable dependiente está causada, al menos tiene una correlación alta con el valor de la(s) variable(s) independientes.

Sin embargo, la relación entre las variables dependiente e independiente no es siempre clara. Por ejemplo, las ventas totales de una compañía pueden variar con un patrón similar al de algunos indicadores económicos. En este caso, las ventas agregadas podrían ser la variable dependiente y los distintos indicadores económicos, como la tasa de interés primaria, sería la variable independiente. Para estimar la relación, con frecuencia son útiles las técnicas de regresión. Se examinará el problema de Mary con más detalle para ver cómo se lleva a cabo este proceso.

## 4.1 Regresión lineal simple

Lo primero que Mary debe hacer es una gráfica dispersa de sus datos. La tabla 4-4 muestra el número de permisos de construcción de casas emitidos en el área de Columbia y el número de accesorios de plomería vendidos en su tienda, por mes, para los últimos dos años. Observe que los permisos para un mes dado están alineados con las ventas del siguiente mes ya que hay un lapso de un mes entre el permiso y la venta; esto es, las ventas de febrero dependen de los permisos de enero. En la figura 4-5 se presenta la gráfica dispersa. Esta gráfica tiene en el eje JC, los permisos de construcción ordenados en orden ascendente, y en el eje y las ventas de accesorios correspondientes. El modelo es

$$d_t = a + bh_t + e, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

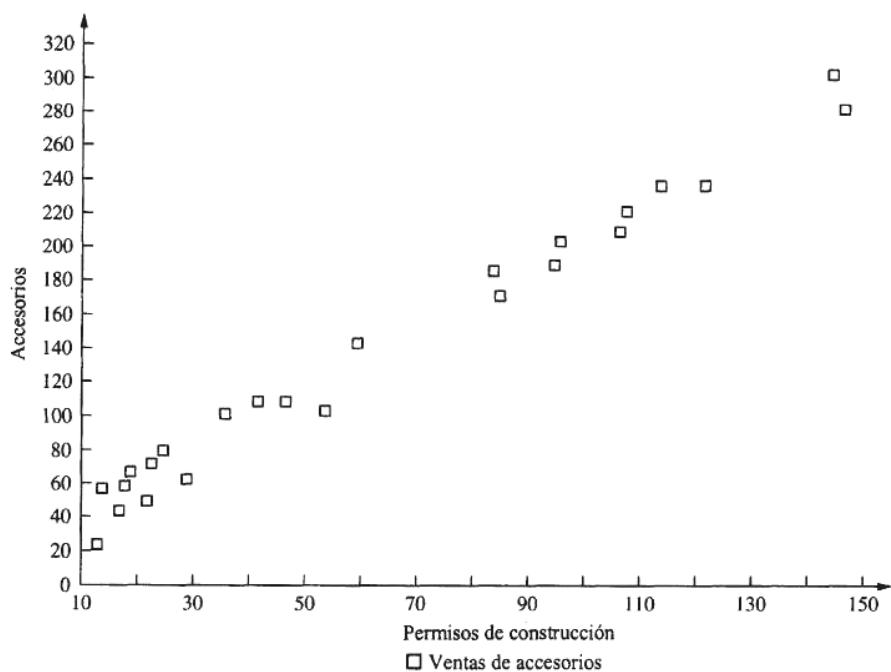
donde  $d_t$  = número de accesorios vendidos en el mes  $t$   
 $h_t$  = número de permisos de construcción emitidos en el mes  $t - 1$   
 $e$  = error aleatorio en el modelo  
 $a$  = ordenada de la recta que relaciona  $d_t$  y  $h_t$   
 $b$  = pendiente de la recta  
 $n$  = el número total de meses de datos disponibles

**TABLA 4-4**  
Permisos de construcción y venta de accesorios de plomería

Dato núm.	Mes del permiso	Núm. de permisos	Mes de venta de accesorios	Núm. de accesorios
	Ene. 94	22	Feb. 94	72
1	Feb. 94	16	Mzo. 94	44
2	Mzo. 94	24	Abr. 94	80
3	Abr. 94	95	May. 94	191
4	May. 94	84	Jun. 94	187
5	Jun. 94	13	Jul. 94	57
6	Jul. 94	114	Ago. 94	238
7	Ago. 94	147	Sep. 94	283
8	Sep. 94	96	Oct. 94	204
9	Oct. 94	59	Nov. 94	144
10	Nov. 94	35	Dic. 94	102
11	Dic. 94	41	Ene. 95	109
12	Ene. 95	28	Feb. 95	63
13	Feb. 95	21	Mzo. 95	50
14	Mzo. 95	18	Abr. 95	67
15	Abr. 95	46	May. 95	109
16	May. 95	145	Jun. 95	304
17	Jun. 95	122	Jul. 95	239
18	Jul. 95	108	Ago. 95	223
19	Ago. 95	85	Sep. 95	173
20	Sep. 95	107	Oct. 95	211
21	Oct. 95	53	Nov. 95	104
22	Nov. 95	17	Dic. 95	59
23	Dic. 95	12	Ene. 96	24

**FIGURA 4-5**

Gráfica dispersa de permisos contra ventas



Se quiere elegir las estimaciones de  $a$  y  $b$ , digamos  $a$  y  $b$ , de manera que una línea recta se ajuste a los datos lo mejor posible. Para hacer esto, se minimiza la suma de los cuadrados de las diferencias entre las ventas reales y las ventas indicadas por el modelo. Esta diferencia es el "error" del pronóstico. Al elevar al cuadrado las diferencias se asegura que el valor sea no negativo, penalizando tanto las sobreestimaciones como las subestimaciones. También se da más peso a las diferencias más grandes que a las pequeñas. Así, se minimiza el error de la predicción, de forma que los errores más grandes tienen un mayor castigo.

En cualquier texto de estadística básica se encuentra que

$$\hat{b} = \frac{n \sum_{t=1}^n h_t d_t - \sum_{t=1}^n h_t \sum_{t=1}^n d_t}{n \sum_{t=1}^n h_t^2 - \left( \sum_{t=1}^n h_t \right)^2}$$

y

$$\hat{a} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n d_t - \frac{\hat{b}}{n} \sum_{t=1}^n h_t$$

Para calcular  $b$  se necesita  $\Sigma A_i$ ,  $\Sigma d_i$ ,  $\Sigma h_i$ ,  $\Sigma h_i^2$ , y  $\Sigma h_i d_i$ . Estos valores se calcularon usando una hoja de cálculo (y  $Z df$ , que se usa después) para el problema de Mary; se dan en la tabla 4-5. De ahí se calcula

$$\hat{b} = \frac{(24 \times 294\,095) - (1508 \times 3337)}{(24 \times 140\,928) - (1508)^2} = 1.83$$

$$y \quad \hat{a} = \left( \frac{3337}{24} \right) - \left( \frac{183}{24} \right) 1508 = 24.17$$

Esto da como resultado la ecuación de regresión

$$d = 24.17 + 1.83/i$$

donde  $d$  es la estimación para el número de accesorios de plomería vendidos en un mes, tal que se emitieron  $h$  permisos de construcción el mes anterior. Si hay 23 inicios de construcción en enero de 1995, se esperaría vender alrededor de  $24.17 + 1.83 \times 23 = 66$  accesorios en febrero.

En general,  $b$  puede ser positivo o negativo. Un valor positivo implica que la variable dependiente aumenta conforme la variable independiente aumenta o que tienen una correlación positiva. Una  $b$  negativa implica lo opuesto. La magnitud de  $b$  debe reflejar la cantidad del cambio en la variable dependiente para una unidad de cambio en la variable independiente. Si el signo o la magnitud de  $b$  parecen no apropiados para la situación, piense con cuidado en el modelo.

El valor de  $a$  representa el valor de la variable dependiente cuando la variable independiente es cero, lo que no necesariamente tiene un significado; si cero no es un valor posible de la variable independiente,  $a$  puede ser todavía positivo. En este caso,  $a$  calibra los otros valores.

TABLA 4-5

Cálculos de  
para los datos de

<i>t</i>	<i>h<sub>t</sub></i>	<i>d<sub>t</sub></i>	<i>h<sub>t</sub><sup>2</sup></i>	<i>d<sub>t</sub><sup>2</sup></i>	<i>h<sub>t</sub> × d<sub>t</sub></i>
1	22	72	484	5 184	1 584
2	16	44	256	1936	704
3	24	80	576	6 400	1920
4	95	191	9 025	36 481	18 145
5	84	187	7 056	34 969	15 708
6	13	57	169	3 249	741
7	114	238	12 996	56 644	27 132
8	147	283	21609	80 089	41 601
9	96	204	9 216	41 616	19 584
10	59	144	3 481	20 736	8 496
11	35	102	1225	10 404	3 570
12	41	109	1681	11 881	4 469
13	28	63	784	3 969	1764
14	21	50	441	2 500	1050
15	18	67	324	4 489	1206
16	46	109	2 116	11881	5 041
17	145	304	21025	92 416	44 080
18	122	239	14 884	57 121	29 158
19	108	223	11664	49 729	24 084
20	85	173	7 225	29 929	14 705
21	107	211	11449	44 521	22 577
22	53	104	2 809	10 816	5 512
23	17	59	289	3 481	1003
24	12	24	144	576	288
Total	1508	3337	140 927	621 017	294 095

El coeficiente de correlación está definido como

$$r^2 = \frac{\sum_{t=1}^n (\hat{d}_t - \bar{d})^2}{\sum_{t=1}^n (d_t - \bar{d})^2}$$

$$t = i$$

Para los datos de Mary, se tiene

$$r^2 = 0.98$$

Una  $r^2$  de 0.98 indica un excelente ajuste porque la ecuación de regresión explica el 98% de la variancia; esto no debe sorprender ya que estos datos no son reales, se generaron mediante un modelo lineal con una variación aleatoria. En la práctica, un coeficiente de correlación de 0.85 se considera bastante bueno.

## 4.2 Otros modelos de regresión

En las aplicaciones puede haber varias variables independientes que afecten la variable dependiente. Si se tienen  $n$  observaciones de la variable dependiente y  $m$  variables independientes, un modelo lineal con ruido sería

$$d_t = b_0 + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + \dots + b_m x_{mt} + e_t, \quad t = 1, 2, \dots, n$$

Se pueden estimar los valores de los parámetros  $b_0, b_1, b_2, \dots, b_m$  usando un enfoque de mínimos cuadrados. Incluso si la relación funcional entre una variable dependiente y las variables independientes no es lineal, el modelo lineal para estimar los coeficientes es adecuado puesto, que se usan los valores de las variables independientes y no su forma.

Para el pronóstico de la demanda, las variables independientes pueden incluir población de clientes potenciales, precio y calidad. Se puede proponer un modelo como el que sigue:

$$d_t = b_0 + b_1 x_{1t} + b_2 x_{2t} + b_3 x_{3t} + e_t,$$

donde  $d_t$  — la demanda en el periodo  $t$

$x_{1t}$  = el número de clientes potenciales en el periodo  $t$

$x_{2t}$  = el precio del artículo en el periodo  $t$

$x_{3t}$  = el número de productos defectuosos regresados en el periodo  $t$

$e_t$  = el término de ruido

En este modelo,  $b_0$  representa la porción constante del proceso, y  $b_1$  puede verse como el porcentaje de los clientes potenciales que compran el producto. Dependiendo del precio, más o menos clientes comprarán el producto. La magnitud esperada de  $b_2$  dependerá de las unidades de precio. El modelo tiene un efecto cuadrático para la calidad; el doble del número de devoluciones tendrá un efecto del cuádruple sobre la demanda. Debido a que las ventas disminuyen cuando el número de devoluciones crece,  $b_3$  debe ser menor que cero. Este modelo es no lineal, pero si se hace  $x_{1t} = y_{1t}$ ,  $x_{2t} = y_{2t}$  y  $x_{3t} = y_{3t}$  se puede usar el modelo lineal.

Usando la notación de matrices el modelo general se puede establecer como

Suponga que se tienen  $n$  observaciones de las variables dependiente e independiente:

$$\begin{array}{cccccc} d_1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{m1} \\ d_2 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ d_n & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{mn} \end{array}$$

Sean

$$\mathbf{d} = \begin{vmatrix} d_1 \\ d_2 \\ \cdots \\ d_n \end{vmatrix} \quad \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{vmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \cdots \\ \varepsilon_n \end{vmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{vmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ \cdots \\ b_m \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} 1 & x_{11} & x_{21} & \cdots & x_{m1} \\ 1 & x_{12} & x_{22} & \cdots & x_{m2} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 1 & x_{1n} & x_{2n} & \cdots & x_{mn} \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{d} = \mathbf{X}\mathbf{b} + \boldsymbol{\varepsilon}$$

donde  $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$  y  $\text{cov}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \mathbf{I}$  con  $\mathbf{I}$  la matriz identidad. Para determinar los estimadores de  $\mathbf{b}$  se minimiza la diferencia al cuadrado entre un valor pronosticado de demanda y su valor real. La solución general para los estimadores de mínimos cuadrados es

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{d}$$

la covariancia es

$$\text{cov}(\hat{\mathbf{b}}) = \sigma^2(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}$$

y se puede demostrar que una estimación de la variancia del error es

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\boldsymbol{\varepsilon}'\boldsymbol{\varepsilon}}{n - m}$$

y también puede demostrarse que no es sesgada. Si se supone que los errores se distribuyen normalmente, es decir,  $\boldsymbol{\varepsilon} \sim N(0, \sigma^2 \mathbf{I})$ , entonces  $\mathbf{d} \sim N(\mathbf{X}\mathbf{b}, \sigma^2 \mathbf{I})$ . Dado el punto

$$\mathbf{x}_t = (1, x_{1t}, x_{2t}, \dots, x_{mt})$$

un pronóstico podría ser:

$$F_t = \hat{d}_t = \mathbf{x}_t \hat{\mathbf{b}}$$

El intervalo de predicción de  $100(1 - \alpha)\%$  sobre el pronóstico es:

$$\hat{d}_t \pm t_{\alpha/2, n-m-1} \sqrt{\hat{\sigma}^2 [1 + \mathbf{x}_t'(\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{x}_t]}$$

donde  $t_{\alpha/2, n-m-1}$  es el límite superior de  $\alpha/2$  puntos porcentuales de una distribución  $t$  con  $n-m-1$  grados de libertad. Los paquetes estadísticos para regresión múltiple ofrecen pruebas similares para la regresión simple.

**Ejemplo 4-1. Deportes Meller.** Deportes Meller fabrica una gran variedad de ropa deportiva: camisetas, sudaderas, pants y uniformes de nylon. Stephon está desarrollando un plan de capacidad para el año próximo y necesita saber cuántos uniformes de fútbol tendrá que hacer Meller en cada trimestre.

**Solución.** Primero Stephon recolecta los datos de los tres años anteriores. Estos datos, dados en la tabla 4-6, indican las ventas totales por trimestre, en donde el trimestre 12 es el último dato disponible. Las cifras de ventas están agregadas, por lo que los uniformes de nylon no están separados por equipo. Una gráfica de estos datos se muestra en la figura 4-6. Como es de esperarse, parece que las ventas siguen un patrón estacional que se repite cada año (cuatro trimestres).

TABLA 4-6  
Ventas de uniformes de nylon

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$d.$	182	154	201	217	146	140	191	248	142	138	202	20

Stephon sabe que los patrones estacionales se pueden representar por pares de seno y coseno. Una onda de seno tiene un periodo  $2\pi$ , de manera que para ajustaría a periodo de cuatro trimestres de las ventas de uniformes se usa  $\sin(2\pi t/4)$ . El modelo que usa Stephon tiene la forma

$$d_t = b_0 + b_1 t + b_2 \sin(2\pi t/4) + b_3 \cos(2\pi t/4)$$

donde  $d_t$  = demanda en el trimestre  $t$

$b_0$  = término constante

$b_1$  = coeficiente de tendencia

$b_2$  = coeficiente para el término en seno

$b_3$  = coeficiente para el término en coseno

Stephon estimará los coeficientes para el modelo usando regresión múltiple.

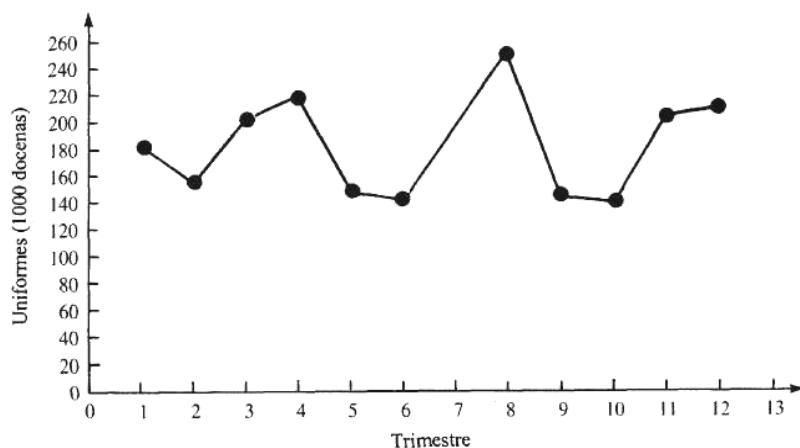


FIGURA 4-6  
Ventas de uniformes de fútbol

Primero se forman la matriz  $\mathbf{X}$  y el vector  $\mathbf{b}$ :

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \sin(\pi/2) & \cos(\pi/2) \\ 1 & 2 & \sin(\pi) & \cos(\pi) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 12 & \sin(6\pi) & \cos(6\pi) \end{vmatrix} \quad \mathbf{b} = \begin{vmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{vmatrix}$$

Introduciendo números para los términos de seno/coseno y usando las cifras de demanda se tiene

$$\mathbf{X} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & -1 \\ 1 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 4 & 0 & 1 \\ 1 & 5 & 1 & 0 \\ 1 & 6 & 0 & -1 \\ 1 & 7 & -1 & 0 \\ 1 & 8 & 0 & 1 \\ 1 & 9 & 1 & 0 \\ 1 & 10 & 0 & -1 \\ 1 & 11 & -1 & 0 \\ 1 & 12 & 0 & 1 \end{vmatrix} \quad \mathbf{d} = \begin{vmatrix} 182 \\ 154 \\ 201 \\ 217 \\ 146 \\ 140 \\ 191 \\ 248 \\ 142 \\ 138 \\ 202 \\ 209 \end{vmatrix}$$

Usando una hoja de cálculo se calcula

$$\hat{\mathbf{b}} = (\mathbf{X}'\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{b}$$

y el resultado es  $b_0 = 192.30$ ,  $b_1 = -1.76$ ,  $b_2 = -22.43$  y  $b_3 = 42.10$ . El modelo es

$$d_t = 192.30 - 1.76t - 22.43 \sin(2\pi t/4) + 42.10 \cos(2\pi t/4)$$

Realizando la regresión en Excel, el coeficiente de correlación es  $r^2 = 0.88$ , lo que indica que el modelo funciona bien al explicar la variación. Las pruebas  $t$  para todos los coeficientes excepto  $b_2$ , el coeficiente de tendencia, son significativas en el nivel 0.01, de manera que se puede rechazar la hipótesis de que son cero. No se puede rechazar la hipótesis de que el coeficiente de tendencia es cero. El incluir o ignorar la tendencia en el pronóstico debe, seguramente, basarse en el juicio subjetivo. Con la tendencia incluida, el pronóstico para el año próximo (cuatro trimestres) sería 147 para el trimestre 13,126 para el 14,188 para el 15 y 206 para el trimestre 16. Si no se incluye la tendencia, los pronósticos serían 170,150,215 y 234, respectivamente.

### 4.3 Comentarios sobre regresión

Los modelos de regresión son muy útiles para pronósticos cuando existe una fuerte relación y un lapso entre la variable dependiente y la(s) variable(s) independiente(s). Si no existe un lapso entre estas variables, es decir, si ocurren en el mismo periodo, no se pueden pronosticar valores futuros de la variable dependiente a menos que se use un pronóstico de la variable independiente, y esto puede introducir un error adicional en el pronóstico de la variable dependiente. Considere el problema de Mary: si los permisos y la venta de accesorios ocurrieran al mismo tiempo,

no se puede determinar el número de accesorios demandados para el mes próximo sin conocer el número de permisos emitidos el mes próximo.

La extrapolación de los resultados de una ecuación de regresión puede ser peligrosa. Si se emitieran 200 permisos en un mes en particular, este número es más grande que cualquiera de los datos usados para ajustar la ecuación de regresión. El pronóstico resultante de la ecuación es sospechoso, porque estadísticamente sólo deben usarse valores dentro del rango de los datos usados para ajustar la ecuación.

Debe tenerse mucho cuidado al usar modelos causales. Con frecuencia, la relación causa y efecto no es clara, pero de todas maneras se usa un modelo causal. Barron y Targett (1985) analizan un caso en Inglaterra, en el que una aerolínea importante pronosticó el número de millas-pasajero usando un modelo causal con la producción manufacturera del país como valor independiente. Estadísticamente, el modelo se "ajustaba" bien, pero después de varios meses de buenos pronósticos, los resultados no se podían usar. No existía una relación causal; la producción manufacturera no causaba millas de vuelo. El modelo se ajustaba porque ambas variables aumentaban en tiempos de economía próspera. El modelo falló cuando la economía se vino abajo y la manufactura se cayó, lo que indicaba una disminución en las millas-pasajero voladas. Al mismo tiempo, el valor del dólar disminuyó en relación con la libra y muchos británicos volaron a Estados Unidos en sus vacaciones, esto aumentó el número de millas-pasajero voladas.

Si las relaciones causales no existen, la regresión no es el mejor método de pronósticos. Se examinarán otros enfoques de pronósticos en las siguientes secciones.

## **SECCIÓN 4 EJERCICIOS**

- 4.17. Se ha desarrollado una ecuación de regresión para un rendimiento de cobre 99.99% puro por acre cúbico de tierra en función de la acidez del suelo. La relación es

$$y = 164 + 32.3*$$

donde  $y$  es el número de tons/acre<sup>3</sup> de cobre y  $x$  es la acidez del suelo.

- a) Calcule el pronóstico para una parcela de tierra si su acidez es 2.2.
  - b) Calcule el pronóstico para otra parcela de tierra con acidez de 6.2.
- 4.18. Reno Shipyards repara buques transatlánticos. Muchas placas de acero grandes se sueldan juntas y a los cascos de los barcos. Cuando se acepta una licitación para un trabajo, se hace una estimación de las toneladas de acero necesarias para la reparación. Las órdenes para el siguiente mes se agoran y se ordena el acero a la fundidora. También se ordenan varillas de soldadura. Parece razonable que la cantidad de varillas de soldadura usadas esté relacionada con la cantidad de acero necesario. La siguiente tabla muestra los datos para los últimos dos años de la utilización de acero (tons) y de las varillas de soldadura usadas (quintales = 46 kg).

- a) Presente una gráfica de dispersión de los datos.
- b) Usando regresión lineal simple, escriba una ecuación para cuántos quintales de varilla deben ordenarse para una utilización de acero proyectada.
- c) ¿Piensa usted que ésta es una ecuación acertada? ¿Por qué sí o por qué no?
- d) Determine la cantidad de varilla a ordenar si Reno planea usar 175 tons de acero el mes próximo.
- e) Proporcione intervalos de confianza y de predicción para este pronóstico.

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Acero	116	104	119	96	79	78	104	103	114	92	97	110
Varilla	229	234	272	196	161	189	226	209	262	179	204	234
Mes	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24
Acero	114	107	99	105	94	111	108	97	90	92	88	117
Varilla	237	224	209	246	189	233	242	230	199	170	165	263

- 4.19. Trame Incorporated produce sistemas de aire acondicionado a la medida. Están orgullosos de que surten las órdenes de los clientes con rapidez; sin embargo, para ellos es más importante ser honestos con los clientes sobre la fecha de entrega de su orden. El tiempo de entrega es el tiempo que tomará desde aceptar la orden hasta completarla, y las órdenes en proceso actuales afectan este tiempo. Para ayudar a la fuerza de ventas a establecer fechas de entrega realistas y mejorar la programación (vea el capítulo 8), el departamento de producción quiere desarrollar un modelo para predecir el tiempo de entrega. La siguiente tabla contiene 32 observaciones del tiempo (en horas) para completar un trabajo, dado el número de trabajos en proceso actuales. ¿Qué modelo sugeriría? Justifique su respuesta. Si son cinco los trabajos en proceso, ¿cuál es la estimación?

Obs.	Pedido	Tiempo	Obs.	Pedido	Tiempo
1	6	11.40	17	17	87.70
2	9	15.74	18	10	44.53
3	17	96.38	19	12	50.98
4	6	25.53	20	14	91.46
5	7	31.20	21	6	40.63
6	18	114.27	22	18	117.87
7	8	27.18	23	7	10.56
8	8	35.49	24	6	31.02
9	15	91.95	25	8	21.65
10	9	32.03	26	13	69.48
11	6	25.97	27	15	87.06
12	12	57.74	28	14	68.83
13	5	23.78	29	19	115.78
14	7	17.70	30	15	94.45
15	18	111.33	31	18	94.70
16	11	49.57	32	18	103.40

- 4.20. Ron es dueño del videoclub Popcorn and Movies en un área universitaria. Los fines de semana, tiene muchos pedidos de películas populares. Sólo tiene una oportunidad de ordenar los videos, por lo que es importante que obtenga el número correcto. Demasiados atorran el dinero, pero si ordena muy pocos, los clientes irán a otro local de renta de videos. Sue, una de sus empleadas, tiene estudios en administración y piensa que existe una relación entre el número de pedidos de una película en particular y el número de boletos vendidos cuando la película se exhibió en los cines. Asegura que mientras más boletos vendidos, más alta será la demanda de renta de videos, ya que debió haber sido una buena película. Ron piensa que las personas que vieron la película en los cines no la rentarán. Para llegar a un acuerdo, Sue registra el número de pedidos de 20 películas el viernes en la noche, que es la noche de mayor demanda. También busca las ventas de boletos, en millones de dólares, para las películas. Use esta información para ayudar a Ron a decidir cuántos videos de una película en particular debe ordenar.

Número de película	Boletos vendidos	Pedidos para renta	Número de película	Boletos vendidos	Pedidos para renta
1	13.06	14	11	13.67	14
2	12.15	11	12	14.08	14
3	10.67	6	13	10.58	8
4	10.47	5	14	15.45	16
5	11.37	10	15	14.26	13
6	17.76	15	16	18.30	14
7	15.00	17	17	13.61	14
8	18.57	11	18	17.79	16
9	17.51	13	19	19.86	12
10	18.88	10	20	12.76	11

- 4.21. Armando posee naranjales en Culican. Él ha recolectado datos sobre el total de lluvias (pulgadas), la temperatura alta promedio (grados Farenheit) y la cosecha (libras/acre) para las últimas 20 temporadas. Los datos son los siguientes:

Lluvia	11	22	20	22	13	23	23	10	24	21
Temp.	91	80	88	85	94	83	82	87	84	89
Cosecha	1713	4439	5012	4741	2613	4436	4257	1520	4092	5040
Lluvia	21	19	19	25	14	24	24	22	12	18
Temp.	92	82	93	86	84	90	94	81	93	88
Cosecha	5207	5075	4971	3794	4152	4585	4854	4497	2086	4918

El pronóstico del servicio meteorológico es de 17 in de lluvia y 88°F de temperatura. Ellos confían en que la cantidad de lluvia estará entre 15 in y 20 in y la temperatura entre 85°F y 90°F. Las naranjas se procesan en un periodo de una semana al final de la temporada. Un trabajador puede procesar 800 lb por día. Armando tiene 100 acres de naranjales y cuenta en este momento con 100 trabajadores para la semana siguiente a la temporada. ¿Qué consejo le daría sobre el nivel de su fuerza de trabajo?

- 4.22. Las técnicas de regresión lineal simple minimizan la suma de los cuadrados de las desviaciones de los datos respecto a la recta estimada, es decir,

$$\min \sum_{i=1}^n [y_i - (a + bx_i)]^2$$

Si hay uno o dos datos disparados, éstos afectarán la recta resultante porque se usa el cuadrado de la diferencia. Si se está pronosticando un proceso con tendencia que tiene mucho ruido, se puede querer disminuir el "peso" de la diferencia. Una manera de hacer esto es minimizar la suma de los valores absolutos de las diferencias, en lugar de los cuadrados. Esto es,  $\min X = |y_i - (a + bx_i)|$ . Desafortunadamente, no existe una solución con una fórmula corta, pero  $a$  y  $b$  se pueden obtener resolviendo un modelo de programación lineal. Desarrolle un modelo de PL para estimar la ordenada y la pendiente de un recta ajustada, dadas  $n$  observaciones tanto de la variable dependiente  $y_i$  como de la variable independiente  $x_i$ .

- 4.23. Una suposición tácita de mínimos cuadrados es que una sobreestimación es igual a una subestimación, lo cual no siempre es el caso.
- Desarrolle un método que dé estimaciones adecuadas para un modelo de tendencia para un sistema de inventarios, si un faltante cuesta el doble que un sobrante.
  - Suponga que un producto tiene una vida esperada de un año. Los faltantes en un principio se pueden satisfacer más tarde, y los sobrantes se pueden usar para satisfacer la demanda futura.

Los pronósticos malos hacia el final de la vida del producto pueden ser más costosos debido a que puede haber productos que compiten y puede ser que los sobrantes sean desperdicio. Modifique su solución en el inciso *a*) de manera que se pueda manejar este problema.

## **5 MÉTODOS DE SERIES DE TIEMPO**

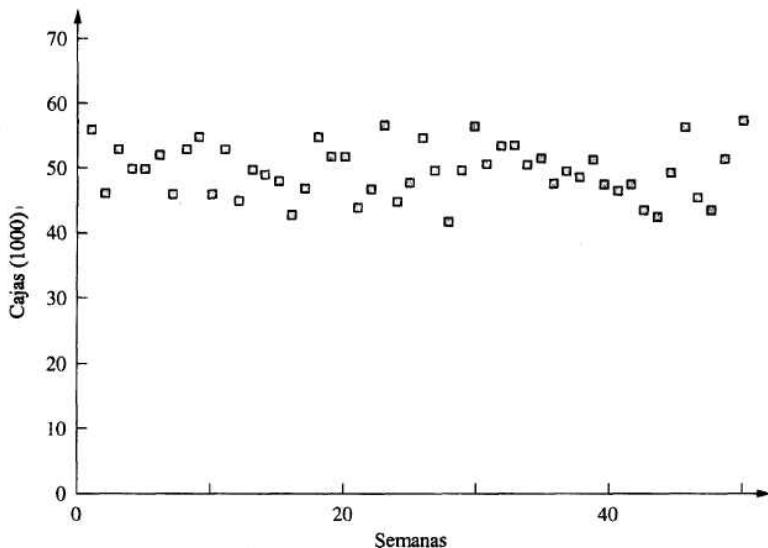
Para pronósticos a corto plazo, se usan mucho los métodos de series de tiempo. Una serie de tiempo es simplemente una lista cronológica de datos históricos, para la que la suposición esencial es que la historia predice el futuro de manera razonable. Existen varios modelos y métodos de series de tiempo entre los cuales elegir, y que incluyen el modelo constante, de tendencia y estacional, dependiendo de los datos históricos y de la comprensión del proceso fundamental. Para cada modelo, se cuenta con varios métodos de pronóstico, que incluyen promedios, promedios móviles, suavizamiento exponencial, regresión y tal vez combinaciones de todos éstos. Debido a que debe reconocerse qué modelo es adecuado para una serie de tiempo dada, se analizará cada modelo por separado.

### **5.1 Proceso constante**

La compañía Calgore es una de las más grandes productoras de dentífrico en Estados Unidos. Casi 50% de este producto se fabrica en su planta de New Jersey, el resto de la producción está dispersa en las otras cinco plantas en el país. El gerente de producción del dentífrico, Ned Murphy, está preocupado por cuánta pasta debe producir la semana próxima. Las cifras de ventas reales (en cajas) para las últimas 50 semanas, obtenidas del departamento de comercialización, están dadas en la tabla 4-7. Lo primero que Ned hace es graficar los datos (figura 4.7).

TABLA 4-7  
Venta semanal  
dentífrico (en  
de cajas)

Semana	Demanda	Semana	Demanda	Semana	Demanda
1	56	18	55	35	52
2	46	19	52	36	48
3	53	20	52	37	50
4	50	21	44	38	49
5	50	22	47	39	52
6	52	23	57	40	48
7	46	24	45	41	47
8	53	25	48	42	48
9	55	26	55	43	44
10	46	27	50	44	43
11	53	28	42	45	50
12	45	29	50	46	57
13	50	30	57	47	46
14	49	31	51	48	44
15	48	32	54	49	52
16	43	33	54	50	58
17	47	34	51		



**FIGURA 4-7**  
Gráfica de las ventas  
semanales de dentífrico

De la gráfica, parece que las ventas son básicamente constantes con algunas desviaciones aleatorias. Por lo tanto, se especula que el proceso es constante. Matemáticamente, la demanda en el periodo  $t$  se representa por

$$d_t = a + e_t$$

donde  $a$  representa la constante fundamental del proceso y  $e$ , el ruido aleatorio, que se supone que sigue una distribución normal con media cero y variancia  $\sigma_e^2$ .

Se pueden usar muchos métodos para un proceso constante. Se analizará el uso del último dato, un promedio de todos los datos, un promedio de los datos más recientes y los promedios que toman en cuenta todos los datos, pero dan más peso a los datos más recientes.

### 5.1.1 Métodos simples

Uno de los métodos de pronóstico más sencillos es usar el último dato como pronóstico para el siguiente periodo. Sea  $T$  el periodo actual, / un periodo arbitrario,  $d_T$  la demanda histórica en el periodo  $T$  y  $F_{T+k}$  el pronóstico hecho en el tiempo  $T$  para  $k$  periodos futuros.

Al usar el último dato, el pronóstico para el siguiente periodo será la demanda de este periodo. En notación matemática esto es

$$F_{T+1} = d_T$$

Para Ned, el pronóstico de la demanda de la semana que viene sería 58, la demanda de la semana pasada. El pronóstico para  $k$  semanas al futuro sería también

$$F_{T+k} = d_T$$

ya que los procesos constantes deben tener una media constante y las estimaciones de la demanda futura deben ser independientes del punto en el futuro que se busque.

El problema con el último dato es la variación aleatoria inherente. Si la demanda de la última semana está en el lado alto, el pronóstico también lo está. Si la demanda de la siguiente semana es alta, el pronóstico será bueno. Sin embargo, para un modelo constante, se supuso una componente aleatoria con distribución normal y es igualmente probable que la próxima semana sea baja. En este caso, el último dato será un pronóstico malo.

Para vencer este problema, se puede usar un promedio de los datos pasados, esto haría que el pronóstico fuera menos sensible a las variaciones aleatorias. Dados  $T$  períodos de datos, el tiempo promedio en el tiempo  $T$  es

$$\bar{D}_T = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t$$

El pronóstico hecho en el periodo  $T$  para el siguiente periodo es

$$F_{T+1} = \bar{D}_T$$

Para los datos de la tabla 4-7 se observa

$$\bar{D}_{50} = \frac{1}{50} \sum_{t=1}^T d_t = 49.88$$

Así, el pronóstico para la siguiente semana (51) será

$$F_{51} = \bar{D}_{50} = 49.88$$

Como las unidades están en miles de cajas, el pronóstico es de 49 880 cajas.

Para hacer un pronóstico para más de un periodo futuro, se usa este número porque se está trabajando con un modelo constante. Entonces, el pronóstico para  $k$  períodos futuros calculados en el tiempo  $T$  es

$$F_{T+k} = \bar{D}_T$$

Los métodos de pronósticos del último dato y del promedio se pueden considerar métodos extremos. El último dato ignora todo menos el último punto, mientras que el promedio trata a los datos muy antiguos igual que a los más recientes. Si el proceso es verdaderamente constante, es preferible un promedio porque capta la esencia de la serie de tiempo y tiende a moderar las fluctuaciones aleatorias. Si cambia el proceso fundamental el método del último dato reaccionará al cambio, pero también reaccionará a fluctuaciones aleatorias. Por otro lado, el promedio es lento para ajustarse al cambio; pero no responde al ruido aleatorio. En seguida se examinarán algunos métodos que se quedan en el justo medio.

### **5.1.2 Promedios móviles**

En lugar de tomar el promedio de todos los datos, se puede elegir promediar sólo algunos de los datos más recientes. Este método, llamado de promedio móvil, es un compromiso entre los métodos del último dato y del promedio. Promedia los datos más recientes para reducir el efecto de la fluctuaciones aleatorias. Como sólo usa datos recientes para el pronóstico, un promedio móvil responde al cambio en el proceso de una manera más rápida. Sea  $N$  el número de períodos que se quieren considerar en el promedio móvil y  $M_T$  el valor del promedio móvil. Si el proceso se encuentra en el periodo  $T$ , el promedio móvil está dado por la suma de los últimos  $N$  datos, o matemáticamente,

$$M_T = \frac{1}{N} (d_{T-N+1} + d_{T-N+2} + \dots + d_T) = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T d_t$$

El tiempo en el que ocuren los datos en un promedio móvil se puede ilustrar con la siguiente recta de tiempo.



En el tiempo  $T$ , los puntos  $T - N + 1, T - N + 2, \dots, T$  están incluidos en un promedio móvil de  $N$  períodos. En el tiempo  $T + 1$ , se agrega el punto  $T + 1$  y el punto  $T - N + 1$  se elimina del cálculo, de manera que el promedio incluye  $T - N + 2, T - N + 3, \dots, T, T + 1$ .

En la semana 50, el promedio móvil de cinco semanas de ventas de Calgore sería

$$M_{50} = \frac{d_{46} + d_{47} + d_{48} + d_{49} + d_{50}}{5} = \frac{57 + 46 + 44 + 52 + 58}{5} = 51.4$$

Así, Ned debe planear la fabricación de 51 400 cajas de dentífrico en la semana 51, en lugar de las 49 880 cajas pronosticadas por el promedio. De nuevo, como se está usando un modelo constante, el pronóstico calculado en la semana 50 para cualquier periodo futuro sería el mismo. Formalmente, se tiene

$$F_{T+k} = M_T$$

para todos los valores de  $k$ .

El promedio móvil es una “mejor” estimación para un proceso constante, porque minimiza la suma de los cuadrados de los errores para los datos  $T - N + 1, T - N + 2, \dots, t$ . Sea  $\hat{a}$  el estimador de la mínima suma de cuadrados para el proceso. Entonces se quiere minimizar

$$SS = \sum_{t=T-N+1}^T (d_t - \hat{a})^2$$

Tomando la derivada, haciéndola igual a cero y resolviendo se tiene

$$\frac{dSS}{d\hat{a}} = \sum_{t=T-N+1}^T 2(d_t - \hat{a})(-1) = 0 \Rightarrow \hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{t=T-N+1}^T d_t$$

Cuando se obtiene un nuevo conjunto de datos, se calcula un nuevo promedio móvil. Suponga que se vendieron 45 000 cajas en la semana 51. El nuevo promedio móvil de cinco semanas sería el promedio de las ventas de las semanas 47, 48, 49, 50 y 51, es decir,

$$M_{51} = \frac{d_{47} + d_{48} + d_{49} + d_{50} + d_{51}}{5} = \frac{46 + 44 + 52 + 58 + 45}{5} = 49.0$$

Recuerde que la fórmula general para el promedio móvil de  $N$  semanas en el tiempo  $T+1$  es

$$M_{T+1} = \frac{d_{T-N+2} + d_{T-N+3} + \dots + d_T + d_{T+1}}{N}$$

Suponga que se suma  $(d_{T-N+1} - d_{T-N+1})/N$  (que es cero) al lado derecho de la ecuación para  $M_{T+1}$ . Entonces se tiene

$$M_{T+1} = \frac{d_{T-N+2} + d_{T-N+3} + \dots + d_T + d_{T+1}}{N} + \frac{d_{T-N+1} - d_{T-N+1}}{N}$$

### Rearreglando términos

$$\begin{aligned} M_{T+1} &= \frac{d_{T-N+1} + d_{T-N+2} + d_{T-N+3} + \cdots + d_T}{N} + \frac{d_{T+1} - d_{T-N+1}}{N} \\ &= M_T + \frac{d_{T+1} - d_{T-N+1}}{N} \end{aligned}$$

que es una manera conveniente de actualizar el promedio móvil. Los cálculos para los promedios móviles para las semanas 41 a 50 se muestran en la tabla 4-8. Usando la fórmula de actualización, el promedio móvil de cinco semanas calculado en la semana 51 sería

$$M_{51} = M_{50} + \frac{(d_{51} - d_{46})}{5} = 51.4 + \frac{(45 - 57)}{5} = 49.0$$

El número de períodos,  $N$ , usados en un promedio móvil afecta la rapidez de respuesta del pronóstico a un cambio en el proceso. Para un proceso constante con media 50 y sin ruido, el promedio móvil será 50 para cualquier valor de  $N$ . Si la media del proceso cambia repentinamente a 65, el promedio móvil será 65 sólo hasta después de  $N$  períodos. Por supuesto que el ruido, presente en la mayor parte de los procesos, causa que el promedio móvil sólo se approxime a la media después de este lapso. Para ilustrar este punto, se sumó 15 a todas las observaciones de los datos de la tabla 4-7 después de la semana 10, como un cambio en el proceso. En la figura 4-8 se graficaron los promedios móviles de tres y seis semanas para las 25 secciones de datos. El promedio móvil de tres semanas se recupera para la semana 14, pero el de seis semanas no lo hace hasta la semana 18. Lapsos similares ocurren si el proceso cambia de un patrón constante a un crecimiento o a un decremento.

Aun cuando la media permanezca constante, el promedio móvil cambiará debido al ruido. El ruido afecta relativamente poco a una  $N$  grande, pero el pronóstico puede cambiar de forma más drástica si la  $N$  es pequeña; esto se observa en la figura 4-8; durante las semanas 18 a 24, el promedio móvil de tres semanas cambia debido al ruido aleatorio más que el promedio móvil de seis semanas.

La elección de  $N$  es un trueque entre la respuesta rápida a un proceso de cambio y el ignorar la fluctuación aleatoria. Si el proceso es relativamente estable, se elige una  $N$  grande aunque una más pequeña es mejor para un proceso que puede estar cambiando. Para el pronóstico a

**TABLA 4-8**

Cálculos para el promedio móvil de cinco semanas

$t$	$d_t$	$M_t$	$d_{t+1}$	$d_{t-N}$	$M_{t+1}$
41	47	49.20	48	50	48.80
42	48	48.80	44	49	47.80
43	44	47.80	43	52	46.00
44	43	46.00	50	48	46.40
45	50	46.40	57	47	48.40
46	57	48.40	46	48	48.00
47	46	48.00	44	44	48.00
48	44	48.00	52	43	49.80
49	52	49.80	58	50	51.40
50	58	51.40		57	

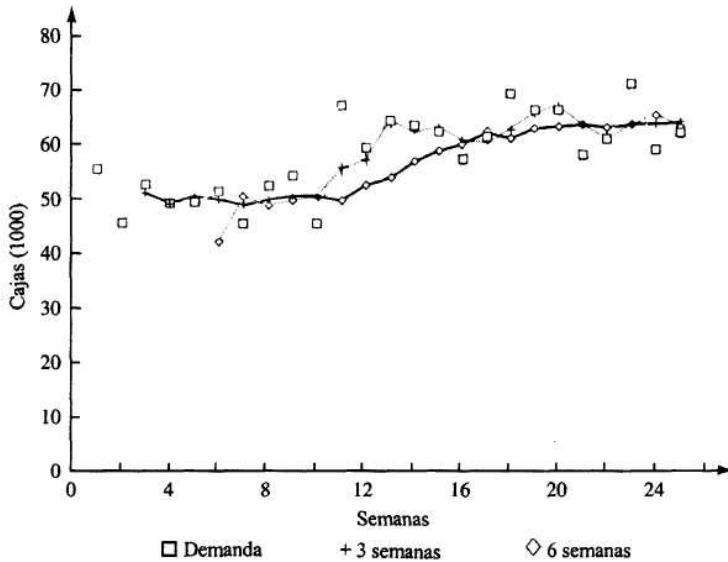


FIGURA 4-8  
Comparación de promedios móviles de tres y seis semanas

corto plazo, los valores usuales de  $N$  están de 5 a 7. Por supuesto, si se sabe que el proceso esencial no es constante, debe usarse un modelo distinto.

### 5.1.3 Suavizamiento exponencial simple

Suponga que se quiere calcular un promedio móvil de periodo  $N$  pero no se conoce  $d_{T-N+b}$  que se necesita en la fórmula de actualización. La única opción es estimarla; parece razonable usar el promedio móvil  $M_{T-X}$  como estimación  $\hat{d}_{T-N+b}$ . Al sustituir  $M_{T-X}$  por  $\hat{d}_{T-N+b}$  la ecuación de actualización se convierte en

$$M_T = M_{T-1} + \frac{(d_T - M_{T-1})}{N}$$

Después de reunir términos semejantes se tiene

$$M_T = \frac{1}{N} d_T + \left(1 - \frac{1}{N}\right) M_{T-1}$$

La ventaja de este enfoque es que no es necesario guardar los datos individuales; se calcula el pronóstico a partir de un pronóstico anterior y el nuevo dato.

Este promedio, hablando estrictamente, ya no es un promedio móvil. Se puede ver como un promedio ponderado de los datos actuales y la estimación anterior de la media del proceso. Los pesos no tienen que ser  $1/N$  y  $(1 - 1/N)$ ; para establecer el modelo general se usará  $a$ ,  $0 < a < 1$ , y  $(1 - a)$  como los pesos o ponderaciones y el estimador se denotará por  $S_T$ . Este procedimiento se llama **suavizamiento exponencial**. La ecuación es

$$S_T = ad_T + (1 - a)S_{T-x} \text{ Igual que en otros}$$

modelos constantes, el pronóstico para el periodo  $T + k$  es

$$F_{T+k} = S_T$$

De la ecuación se ve que a es el peso dado a la observación más reciente, de manera que un peso grande hará que el pronóstico sea más sensible al dato más reciente. Un valor más pequeño dará más peso a un valor "promedio". Para efectuar un suavizamiento exponencial en el tiempo  $T$ , se necesita un valor para  $S_{T-v}$ . Aunque existen muchas maneras de estimar  $S_{T-v}$ , la más sencilla es promediar varios datos pasados. Por fortuna, el procedimiento no es muy sensible a esta estimación.

Ejemplo 4-2. Suavizamiento exponencial simple. Considere los datos de la tabla 4-7. Al promediar la demanda en las semanas 45 a 49 se obtiene  $S_{49} = 49.8$ . Si se usa  $d_{50}$  y  $\alpha = 0.2$ , se puede calcular  $S_{50}$  como

$$S_{50} = 0.2d_{50} + (1 - 0.2)S_{49} = 0.2 \times 58 + 0.8 \times 49.8 = 51.4$$

El pronóstico para la semana próxima sería 51 400 cajas de dentífrico. Si la siguiente demanda semanal es 48, el nuevo valor de  $S$  sería

$$S_{51} = 0.2d_{51} + (1 - 0.2)S_{50} = 0.2 \times 48 + 0.8 \times 51.4 = 50.72$$

Para profundizar más en el suavizamiento exponencial, se expande  $S_T$  sustituyéndolo por  $S_{T-v}$ . Esto da

$$\begin{aligned} S_T &= \alpha d_T + (1 - \alpha)(\alpha d_{T-1} + (1 - \alpha)S_{T-2}) \\ &= \alpha d_T + \alpha(1 - \alpha)d_{T-1} + (1 - \alpha)^2 S_{T-2} \end{aligned}$$

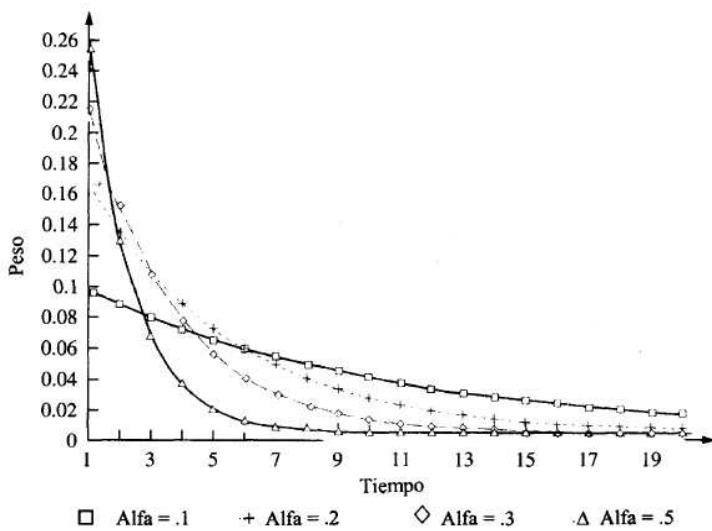
Ahora, sustituyéndolo por  $S_{T-2}$ ,  $S_{T-3}$ , etcétera, se tiene

$$\begin{aligned} S_T &= \alpha d_T + \alpha(1 - \alpha)d_{T-1} + \alpha(1 - \alpha)^2 d_{T-2} + \cdots + \alpha(1 - \alpha)^{T-1} d_1 + (1 - \alpha)^T S_0 \\ &= \alpha \sum_{t=0}^{T-1} (1 - \alpha)^t d_{T-t} + (1 - \alpha)^T S_0 \end{aligned}$$

Esta ecuación se puede ver como el promedio "ponderado" de todos los datos, pero debido a que  $\alpha < 1$ , los puntos más recientes cuentan más en el promedio. De hecho, el peso decrece exponencialmente con la antigüedad de los datos, de ahí el nombre de suavizamiento exponencial.

La figura 4-9 presenta una gráfica de los pesos dados a los datos contra su antigüedad para cuatro valores diferentes de  $\alpha$ . Los valores grandes de  $\alpha$  dan un mayor peso a los datos nuevos y el dato más antiguo desaparece rápidamente. De esta figura se ve que si  $\alpha = 0.5$ , entonces el peso para un dato del periodo anterior, es alrededor de 0.26, el cual es casi tres veces más grande que el peso para el mismo dato si  $\alpha = 0.1$ . Si en verdad se tiene un proceso constante, lo mejor será un valor pequeño de  $\alpha$  para que las fluctuaciones aleatorias se eliminen. Sin embargo, si no hay seguridad sobre el proceso, se puede usar un valor más grande. Usualmente se usan valores de  $\alpha$  entre 0.1 y 0.3; si se requiere un valor más grande, la suposición de un proceso constante es cuestionable y deben considerarse modelos más complejos.

La elección de  $\alpha$  es un trueque entre estabilidad y respuesta. Se podría concebir determinar valores "óptimos" para  $\alpha$  si se pudieran establecer "costos" para la estabilidad y la respuesta. Un costo alto para la respuesta al ruido aleatorio indica que debe usarse un  $\alpha$  más pequeño, mientras que un alto costo por no responder a cambios verdaderos en el proceso llevaría a



**FIGURA 4-9**  
Pesos exponenciales

una grande. Algunos programas de pronósticos pueden asignar el parámetro de suavizado por sí solo. Los datos se dividen en dos grupos; el primero se usa para iniciar el procedimiento de pronóstico, después se obtienen los pronósticos para el segundo grupo de datos usando un valor particular de  $\alpha$ . Los resultados se tabulan y se repiten los experimentos para valores distintos de  $\alpha$ . Se elige el valor de  $\alpha$  que dio los resultados más exactos para el sistema de pronósticos. Para justificar  $S_T$  como el pronóstico de un modelo constante, considere la esperanza:

$$\begin{aligned} E[S_T] &= E\left[\alpha \sum_{t=0}^{\infty} (1-\alpha)^t d_{T-t} + (1-\alpha)^T S_0\right] \\ &= E\left[\alpha \sum_{t=0}^{\infty} (1-\alpha)^t d_{T-t}\right] + E[(1-\alpha)^T S_0] \end{aligned}$$

La esperanza de una constante es justo la constante, lo que da

$$E[S_T] = \alpha \sum_{t=0}^{\infty} (1-\alpha)^t E[d_{T-t}] + (1-\alpha)^T S_0$$

Cuando  $T$  crece,  $(1-\alpha)^T$  se acerca a cero, de manera que el término en  $S_0$  se acerca a cero y puede ignorarse, con lo que queda

$$E[S_T] = \alpha \sum_{t=0}^{\infty} (1-\alpha)^t E[d_{T-t}]$$

Recuerde que, en nuestro modelo,  $d_t = a + \varepsilon_t$ , donde  $a$  es una constante y  $E[\varepsilon_t] = 0$ , de manera que se tiene

$$E[d_{T-t}] = E[a + \varepsilon_{T-t}] = a + E[\varepsilon_{T-t}] = a$$

Debido a que

$$\alpha \sum_{t=0}^{\infty} (1-\alpha)^t = \frac{\alpha}{1-(1-\alpha)} = 1$$

se tiene

$$E[S_T] = \alpha$$

Así,  $S_T$  es una estimación del término constante de un modelo constante.

Se define la edad ponderada de una observación como el peso dado a la observación en el pronóstico multiplicado por el número de períodos que dista del presente. En un promedio móvil, cada una de las  $N$  observaciones más recientes tiene un peso igual ( $1/N$ ) y las observaciones anteriores no reciben ningún peso. Suponga que la observación más reciente tiene: 0 períodos de edad, la observación anterior 1 periodo de edad, y así sucesivamente; la observación más antigua que se toma en cuenta en un promedio móvil de  $N$  períodos tiene  $N-1$  períodos de edad. Entonces, la edad promedio ponderada de los datos en promedio móvil de  $N$  períodos es

$$\bar{t} = \frac{0}{N} + \frac{1}{N} + \cdots + \frac{N-1}{N} = \frac{N-1}{2}$$

Para el suavizado exponencial, se define la edad de la misma manera, pero todos los datos se toman en cuenta en la estimación, aunque tengan diferente peso. El peso de la observación actual es  $\alpha$ , el de una observación de un período de edad es  $\alpha(1-\alpha)$ , etcétera. Para el suavizado exponencial, la edad del promedio ponderado de una observación es

$$\begin{aligned}\bar{t} &= 0\alpha + 1\alpha(1-\alpha) + 2\alpha(1-\alpha)^2 + \cdots \\ &= \sum_{t=0}^{\infty} t(1-\alpha)^t \\ &= \frac{(1-\alpha)}{\alpha}\end{aligned}$$

Una manera de igualar los métodos de promedios móviles con los de suavizado exponencial sería tener la misma edad del promedio ponderado. Si se igualan las dos edades del promedio ponderado y se despeja  $\alpha$  en términos de  $N$ , se tiene

$$\frac{1-\alpha}{\alpha} = \frac{N-1}{2}$$

lo que implica

$$\alpha = \frac{2}{N+1}$$

La tabla 4-9 contiene valores "equivalentes" de  $\alpha$  para  $N$ . Usar  $N = a = 1$  es lo mismo que usar el método de pronósticos del último dato. Cuando  $N$  crece,  $\alpha$  decrece.

**TABLA 4-9**

Valores equivalentes de  $N$  y  $\alpha$

<b><math>N</math></b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b><math>\alpha</math></b>	0.67	0.50	0.40	0.33	0.29	0.25	0.22
<b><math>N</math></b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>20</b>	<b>30</b>	<b>52</b>	<b>104</b>	<b>208</b>
<b><math>\alpha</math></b>	0.20	0.18	0.10	0.06	0.04	0.02	0.01

**TABLA 4-10**

Ventas de papel  
de computadora  
(en cajas)

Mes	Ventas	Mes	Ventas	Mes	Ventas
1	116	9	163	17	210
2	133	10	163	18	207
3	139	11	164	19	225
4	157	12	191	20	223
5	154	13	201	21	257
6	159	14	219	22	232
7	162	15	207	23	240
8	172	16	205	24	241

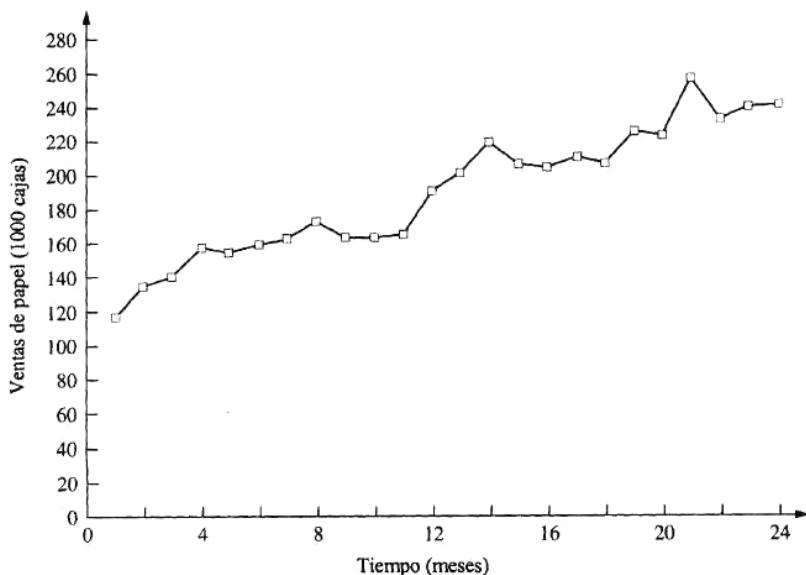
Si es necesario elegir un valor grande de  $a$  o un valor pequeño de  $N$ , la suposición de un modelo constante puede ser cuestionable. Otro proceso común, el de tendencia, se puede modelar como una ecuación lineal. En la siguiente sección se estudiará este proceso, su modelo y los métodos de solución asociados.

## 5.2 Proceso con tendencia

La tabla 4-10 proporciona los datos de demanda de papel de computadora, y la figura 4-10 es un gráfico de estos datos. Un examen de los datos indica claramente que el proceso no es constante sino que aumenta en forma estable, lo que no es sorprendente debido al creciente uso de computadoras personales. Para pronosticar con exactitud esta serie de tiempo, se necesita un modelo que incorpore esa tendencia. El modelo para un proceso con tendencia lineal está dado por

$$d_t = a + bt + \varepsilon_t,$$

en donde  $b$  es la pendiente de la tendencia y el resto de la notación se definió antes. Si  $b$  es positivo, el proceso crece a través del tiempo, y una  $b$  negativa implica un proceso que decrece. Se

**FIGURA 4-10**

Ventas de papel de computadora

analizará la tendencia creciente, pero la metodología también se aplica a la tendencia decreciente.

Para hacer un pronóstico cuando existe una tendencia, es necesario estimar la constante y la pendiente; hay muchas formas de hacerlo, incluyendo regresión y variaciones a promedios móviles y suavizamiento exponencial. Se verá aquí una modificación de suavizamiento exponencial para tendencia.

### **5.2.1 Suavizamiento exponencial doble**

Si se tuviera que pronosticar un modelo con tendencia usando suavizamiento exponencial simple, el pronóstico tendría una reacción retrasada al crecimiento. Entonces, el pronóstico tendería a subestimar la demanda real. Para corregir esto se puede estimar la pendiente y multiplicar la estimación por el número de períodos futuros que se quieren pronosticar. Una simple estimación de la pendiente daría la diferencia entre las demandas en dos períodos sucesivos! sin embargo, la variación aleatoria inherente hace que esta estimación sea mala. Para reducir el efecto de aleatoriedad se puede usar la diferencia entre los promedios calculados en dos períodos sucesivos. Usando suavizamiento exponencial, la estimación del promedio en  $TQSS_T$ , de manera que la estimación de la pendiente en el tiempo  $T$  (vea la figura 4-11) sería

$$B_T = (S_T - S_{T-1})$$

Con esta idea una vez más, se puede usar suavizamiento exponencial para actualizar la estimación de la tendencia, lo que lleva al suavizamiento exponencial doble, representado por el siguiente conjunto de ecuaciones:

$$S_T = \alpha d_T + (1 - \alpha)(S_{T-1} + B_{T-1})$$

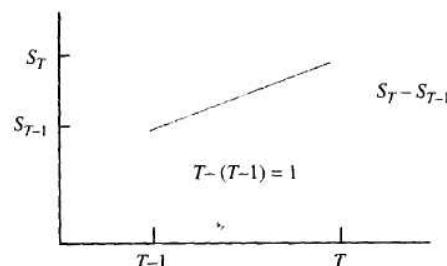
$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)B_{T-1}$$

$$F_{T+k} = S_T + kB_T$$

Observe que el pronóstico para  $k$  períodos futuros consiste en la estimación de la pendiente más una corrección por tendencia.

Debe elegirse uno de los dos parámetros,  $\alpha$  y  $\beta$ , para el suavizamiento exponencial doble. Los comentarios sobre la elección de  $\alpha$  en el suavizamiento exponencial simple son válidos para ambos parámetros en este caso.

Para obtener un suavizamiento doble en el tiempo  $T$ , se necesitan los valores de  $S_{T-1}$ , y  $S_T$ . Existen muchas formas de obtenerlos; se estudiará una sencilla. Primero se dividen los datos en dos grupos iguales y se calcula el promedio de cada uno. Este promedio se centra en el



**FIGURA 4-11**  
Estimación de la pendiente

punto medio del intervalo; si hubiera 12 datos en el grupo, el promedio estaría en 6.5. La diferencia entre los dos promedios es el cambio en la demanda respecto a la media de cada conjunto de datos. Para convertir esta diferencia en una estimación de la pendiente, se divide entre el número de períodos que separan los dos promedios. Después, para obtener una estimación de la ordenada, se usa el promedio global y la estimación de la pendiente por período multiplicados por el número de períodos a partir del punto medio del período actual. Es más fácil entender este proceso usando un ejemplo.

**Ejemplo 4-3. Suavizamiento exponencial doble.** Desarrolle un pronóstico para las ventas de papel de computadora para los meses 25 y 30. Si la demanda del mes 25 es 259, actualice los parámetros y proporcione los pronósticos para los meses 26 y 30.

**Solución.** Considere los datos de la tabla 4-10. Primero, se calculan los promedios de los meses 1 a 12 y 13 a 24. Éstos son 156.08 y 222.25, respectivamente. El incremento en las ventas promedio para el período de 12 meses es 66.17 (= 222.25 - 156.08). Al dividir este número entre doce se obtiene 5.51, el incremento promedio por mes. Así, la estimación de la pendiente en el tiempo 24 será  $B_{24} = 5.51$ . Para obtener una estimación de la ordenada, se calcula el promedio global de los 24 datos, que es 189.16. Este promedio está centrado en el mes 12.5. Para moverlo al tiempo actual se suma el ajuste por tendencia de 5.51 cajas por mes multiplicado por (24 - 12.5) meses. La estimación de la ordenada es

$$S_{24} = 189.16 + 5.51(24 - 12.5) = 258.09$$

Una vez que se tienen los valores iniciales, se pueden pronosticar períodos futuros. El pronóstico para el período 25 es

$$F_{25} = S_{24} + 1 \times B_{24} = 258.09 + 1 \times 5.51 = 263.60$$

De manera similar, el pronóstico para el mes 30 es

$$F_{30} = 258.09 + 6 \times 5.51 = 291.17$$

Cuando se conoce la demanda real para el mes 25, se actualizan las estimaciones. Si la demanda real para el mes 25 es 259 y  $\alpha = \beta = 0.1$ , la nueva estimación de la ordenada será

$$S_T = \alpha d_T + (1 - \alpha)S_{T-1} = \alpha d_{25} + (1 - \alpha)(S_{24} + B_{24})$$

$$\text{o } S_{25} = 0.1 \times 259 + (1 - 0.1) \times (258.09 + 5.51) = 263.14$$

La nueva estimación de la pendiente será

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)B_{T-1} = \beta(S_{25} - S_{24}) + (1 - \beta)B_{24}$$

$$\text{o } B_{25} = 0.1 \times (263.14 - 258.09) + (1 - 0.1) \times 5.51 = 5.46$$

El pronóstico para el período 26 estará dado por

$$F_{26} = 263.14 + 1 \times 5.46 = 268.60$$

y el pronóstico para el mes 30 es ahora

$$F_{30} = 263.14 + 5 \times 5.46 = 290.46$$

Con frecuencia, las aplicaciones (vea la sección 9) requieren pronósticos para cientos o miles de artículos. Generar pronósticos para muchas series de tiempo distintas puede requerir un tiempo de computadora significativo. El suavizamiento exponencial doble es muy sencillo de calcular y requiere poco tiempo y espacio. La exactitud es aceptable para la mayor parte de los problemas de pronóstico a corto plazo.

### **5.2.2 Otros métodos**

Existen otros métodos para pronosticar un proceso con tendencia. En general, difieren en la forma de determinar las estimaciones de la constante y la pendiente. Por ejemplo, el método de promedio móvil doble es similar al suavizamiento exponencial doble; estima la constante con un promedio móvil estándar y la pendiente con un promedio móvil de las estimaciones anteriores de la pendiente, corregidas por la constante.

También se puede usar regresión con el tiempo como variable independiente. Sea  $d_t$  la demanda en el periodo  $t$ ,  $t = 1, 2, \dots, T$ . Como la variable independiente es un índice de tiempo, la ecuación de regresión se simplifica y se convierte en

$$\hat{b} = \frac{\left( T \sum_{t=1}^T t d_t - \frac{1}{2}(T(T+1)) \sum_{t=1}^T d_t \right)}{\frac{1}{6}(T^2(T+1)(2T+1)) - \frac{1}{4}(T^2(T+1)^2)}$$

$$\text{y} \quad \hat{a} = \left( \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t \right) - \left[ \frac{\hat{b}}{2}(T+1) \right]$$

Como  $\hat{a}$  se calcula para el tiempo cero, debe sumarse  $\hat{b}T$  para moverlo al tiempo  $T$ . Entonces el pronóstico hecho en el tiempo  $t$  para  $k$  períodos futuros sería

$$F_{t+k} = \hat{a} + \hat{b}k$$

Debe tenerse cuidado al usar regresión para pronosticar procesos con tendencia con el tiempo como variable independiente. Puede no haber un apoyo de causa y efecto, o no existir correlación, entre el tiempo y la variable dependiente. Las ventas pueden aumentar con el tiempo, pero éste puede no ser la causa del incremento; las buenas condiciones económicas pueden causar el aumento en las ventas. Si la economía baja, lo más probable es que las ventas bajen, y un modelo de regresión con el tiempo como variable independiente continuará pronosticando un aumento por algún tiempo. Para pronosticar con una regresión basada en el tiempo, debe extrapolarse fuera de la región de observación, lo cual es peligroso. Aun así, se usa la regresión basada en el tiempo.

## **5.3 Proceso estacional**

Outdoor Furniture fabrica columpios. Usualmente los clientes compran más columpios en los meses calientes que en los fríos, de manera que las ventas cambian con las estaciones. Suponga que los columpios de Outdoor Furniture son muy buenos y la publicidad verbal hace que aumente el número de personas que los compran. Sus datos, que reflejan estacionalidad y tendencia están dados en la tabla 4-11 y graneados en la figura 4-12.

En este caso, un año se puede dividir en cuatro estaciones, cada una de tres meses. Por naturaleza, muchos procesos tienen algún número de estaciones durante un año. Si los períodos son semanas, el año tendría 52 estaciones. Los períodos de meses y de trimestres tienen 12 y 4 estaciones en un año, respectivamente. Otros procesos pueden tener una estación que no esté basada en años, pero debe haber alguna explicación de la estacionalidad. Los métodos presentados aquí pueden usarse para cualquier longitud de estación.

**TABLA 4-11**

de los columpios de  
Outdoor Furniture

Trimestre	Año		
	1	2	3
1	60	69	84
2	234	266	310
3	163	188	212
4	50	59	64
Promedio anual	126.75	145.50	167.50
Promedio global			146.58

Para resaltar la estacionalidad y la tendencia, en la figura 4-13 se muestra la gráfica por estación. La demanda para cada trimestre del primer año es menor que la demanda del mismo trimestre del segundo año, y el valor del segundo año es menor que el del tercer año; parece que la demanda está creciendo. Un buen modelo debe considerar la porción constante de la demanda, la tendencia y la estacionalidad.

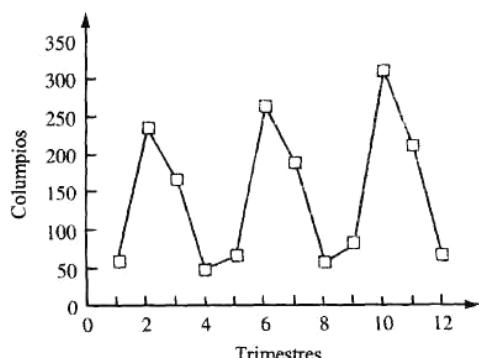
Varios métodos consideran los tres factores; se estudiará un modelo multiplicativo popular propuesto por Winters (1960). Formalmente, el modelo es

$$d_t = (a + bt)c_t + e,$$

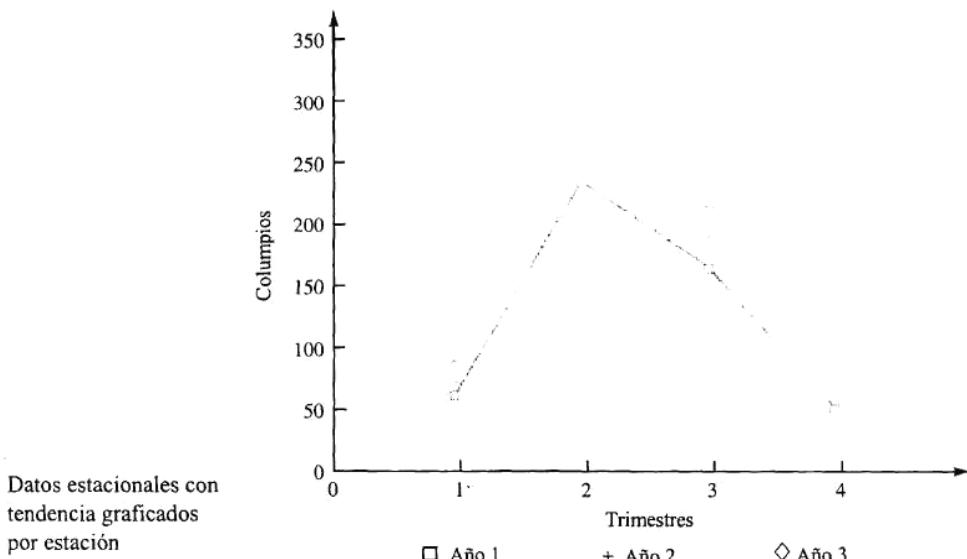
donde  $a$  = porción constante

$b$  = pendiente de la componente de tendencia  $c_t$   
 $=$  factor estacional para el periodo  $t$   $e$ ,  $=$   
aleatoriedad no controlable

El método de pronósticos consiste en estimar los parámetros del modelo y usarlos para generar el pronóstico. La componente constante se estima en forma independiente de la tendencia y los factores estacionales, por lo que se llama constante no estacional. De la misma manera, el factor de tendencia debe ser independiente de los factores estacionales. Los factores estacionales se pueden ver como un porcentaje de las componentes constante y de tendencia para el periodo  $t$ ; si la demanda en un periodo dado de una estación es menor que la componente de tendencia/constante, el factor estacional será menor que uno, y si la demanda es mayor, será mayor que uno. El número de factores estacionales debe ser igual al número de estaciones al



**FIGURA 4-12**  
Datos estacionales con  
tendencia



año. Para pronosticar, se obtienen las estimaciones iniciales de las componentes del modelo y se actualizan usando suavizamiento exponencial.

Sea  $d_t$  = demanda en el periodo  $t$

$L$  = número de estaciones en el año (o en otro marco de tiempo)

$T$  = número de períodos de datos disponibles;  $T = mL$  donde  $m$  es el número de años completos de datos disponibles

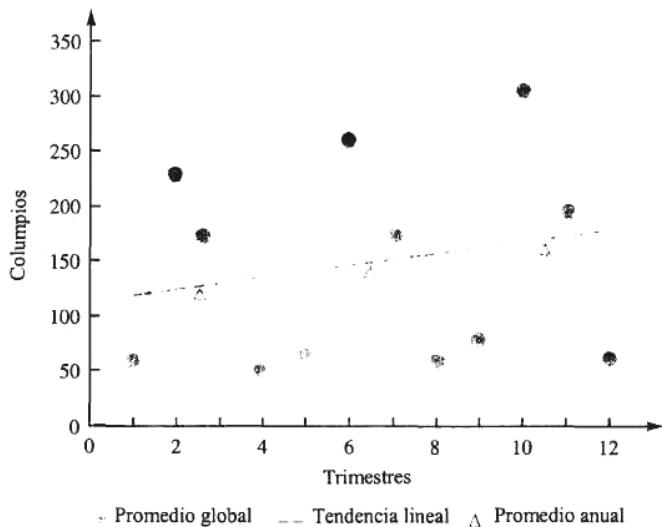
$S_T$  = estimación para el término constante  $a$  calculado en el periodo  $t$

$B_T$  = estimación del término de tendencia  $b$  calculada en el tiempo  $t$

$C_t$  = estimación de la componente estacional para el periodo  $t$

Para comenzar el procedimiento, se necesita un valor inicial de  $S_T$ . Una estimación natural es un promedio de los datos de una o más estaciones completas. No debe usarse una parte de una estación; si se usan sólo los primeros 9 datos puede obtenerse una mala estimación, porque una demanda mayor o menor en el primer trimestre no refleja la demanda "promedio". Cuando hay tendencia, el promedio de uno o más años históricos completos no proporciona una estimación inicial de  $a$ . Este promedio incluye la demanda "más baja" del principio, lo mismo que la demanda "más alta" del final de los datos históricos. El signo "+" en la figura 4-14 es; el promedio global y está localizado en 6.5, el punto medio de los datos históricos. Para determinar la porción constante del proceso en el tiempo  $T$  debe corregirse por tendencia. Por lo tanto, para calcular  $S_T$ , la estimación de  $a$ , se necesita  $B_T$ , la estimación de  $b$ .

Se requieren al menos dos años completos de datos para calcular  $B_T$ ; con menos datos no se verá la diferencia entre la tendencia y la componente estacional. Se calcula la pendiente promedio para cada uno de los dos últimos años y se resta el promedio del más antiguo del promedio del más reciente. El resultado es el "crecimiento" en los dos años, que debe convertirse en un crecimiento estacional dividiendo entre  $L$ , el número de estaciones por año. Si se cuenta con más de dos años de datos, pueden usarse cualesquiera de ellos para estimar la pendiente. Si se usan el primero y último, con  $m$  años de datos disponibles, se divide entre  $(m-1)L$  en lugar de  $L$  para obtener el crecimiento por periodo.



**Ejemplo 4-4.**  $B_T$  y  $S_T$  iniciales para Outdoor Furniture. Determine los parámetros iniciales para el método estacional de Winters usando los datos en la tabla 4-11.

*Solución.* El promedio del tercer año (últimos cuatro datos) es

$$\bar{d}_3 = \frac{d_9 + d_{10} + d_{11} + d_{12}}{L} = \frac{84 + 310 + 212 + 64}{4} = 167.5$$

El promedio para el segundo año es  $d_2 = 145.5$ . Restando el promedio para el año 2 del promedio para el año 3 se obtiene el crecimiento de un año. Estos promedios se "centran" en el punto medio de cada año, los períodos 6.5 y 10.5, respectivamente; de manera que hay un año entre ellos. Se divide entre 4 para obtener el crecimiento por período. Se tiene

$$B_T = \frac{\bar{d}_3 - \bar{d}_2}{L} = \frac{167.5 - 145.5}{4} = 5.5$$

Dada una estimación de la tendencia, se puede calcular una estimación de la componente constante. El promedio de todos los datos se centra en  $(T - 1)/2$ , el punto medio de las observaciones (6.5 en la figura 4-14), o  $(7'' - 1)/2$  períodos de  $T$ , el tiempo presente. Se puede estimar la porción constante del modelo en el tiempo  $T$  multiplicando la tendencia por período,  $B_T$ , por  $(T - 1)/2$ , el número de períodos que hay entre el centro y  $T$ . Vea la figura 4-14.

Para el ejemplo, el promedio global es

$$\bar{D} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t = \frac{1}{12} \sum_{t=1}^{12} d_t = 146.58$$

Como hay doce períodos de datos,  $D$  está centrado en el período 6.5, de manera que la estimación inicial del término constante,  $S_T$ , en el período 12 sería

$$S_T = \bar{D} + \left( \frac{T-1}{2} \right) B_T = 146.58 + \left( \frac{11}{2} \right) 5.5 = 176.83$$

Una vez que se tienen  $S_T$  y  $B_T$ , una estimación natural del factor estacional parecería ser la demanda en el periodo dividida entre el término constante. Sin embargo, debe corregirse por la parte de tendencia de la constante.

La estimación para la porción constante,  $S_T$ , se calculó de manera que reflejara el proceso en el tiempo  $T$ . Intuitivamente, la porción constante del proceso en  $T - 1$  debe ser más pequeño en  $B_T$ , y más pequeño en  $2B_T$  en  $T - 2$ . En general, una estimación de la porción constante del proceso para el periodo  $t$  ( $t < T$ ) es la estimación de la constante en el tiempo  $T$  menos la estimación de la tendencia multiplicada por el número de periodos, esto es,  $S_T - B_T \times (T - t)$ . Una vez hecho el ajuste por tendencia, se puede dividir la demanda real entre este valor ajustado, para obtener una estimación del factor estacional. Se calculan los factores estacionales usando la fórmula

$$C_t = \frac{d_t}{S_T - B_T(T - t)}$$

donde  $C_t$  es la estimación de  $c_t$ . Se promedian los factores estacionales para la misma estación de cada año para eliminar el ruido.

Estos factores estacionales, sin embargo, no necesariamente suman  $L$ . Para normalizarlos primero se determina  $R$ , el cociente de la duración de la estación entre la suma de los factores estacionales:

$$R = L \sqrt{\sum_{t=T-L+1}^T C_t}$$

$$C'_t = R \times C_t \quad t = T - L + 1, T - L + 2, \dots, T$$

El número de nuevos factores siempre es el mismo que los períodos en la estación.

**Ejemplo 4-5. Factores estacionales iniciales.** Calcule los factores estacionales iniciales para los datos de la tabla 4-11.

*Solución.* Para calcular una estimación del factor estacional para el periodo 1 en el ejemplo, se divide  $d_1$  entre el término constante para el periodo 1. El término constante ajustado será

$$S_T - B_T \times (12 - 1) = 176.83 - 5.5 \times 11 = 116.33$$

Se divide  $d_1 = 60$  entre 116.33 y da  $C_1 = 0.52$ . Las ventas del primer trimestre son de alrededor de 52% del valor promedio. Despues se calculan los factores estacionales para el primer trimestre de los años 2 y 3 y se hace  $C_9$  igual al promedio de los tres. La tabla 4-12 muestra cálculos similares, efectuados en una hoja de cálculo, para el resto de los datos. La última columna normaliza los factores estacionales.

**TABLA 4-12**

Calculo de factores estacionales iniciales

Trimestre	Año			Promedio	Normalización
	1	2	3		
1 2	0.52	0.50	0.52	0.51	0.51
3 4	1.92	1.85	1.88	1.88	1.87
	1.28	1.26	1.26	1.25	1.25
	0.38	0.38	0.36	0.37	0.37
Suma				4.02	4.00

Conforme se dispone de nuevos datos, se pueden actualizar las estimaciones con suavizado exponencial. Las constantes para el término constante, la tendencia y los factores estacionales se denotan por  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$ , respectivamente. Dados  $S_{T-1}$ ,  $B_{T-1}$  y  $C_{T-L+1}, C_{T-L+2}, \dots, C_{T-1}$ , cuando se conoce  $d_T$  se pueden determinar  $S_T$ ,  $B_T$  y  $C_T$ . La estimación del término constante  $S_T$  será

$$S_T = \alpha \left( \frac{d_T}{C_{T-L}} \right) + (1 - \alpha)(S_{T-1} + B_{T-1})$$

Para actualizar la estimación de la componente de tendencia, se usa la ecuación

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)B_{T-1}$$

Por último, los factores estacionales actualizados se estimarán con

$$C_T = \gamma \left( \frac{d_T}{S_T} \right) + (1 - \gamma)C_{T-L}$$

El pronóstico para dentro de  $k$  periodos ( $k \leq L$ ) está dado por

$$F_{T+k} = (S_T + kB_T)C_{T+k-L}$$

Si se quiere pronosticar más de una temporada futura, es decir,  $k > L$ , entonces  $T + k - L$  es mayor que  $T$  y la estimación específica del factor estacional no se conoce. En su lugar, se usa el valor más reciente calculado para el periodo correspondiente. Sea  $g$  el entero más pequeño mayor o igual que  $k/L$ ; se calculó esa estimación estacional  $g$  estaciones antes. Entonces el factor estacional adecuado para usar en la ecuación del pronóstico es el calculado en el tiempo  $T + k - gL$ . Esta ecuación se convierte en

$$F_{T+k} = (S_T + kB_T)C_{T+k-gL}$$

**Ejemplo 4-6. Pronósticos con el método de Winters.** Si  $d_{13}$  es 97 y  $\alpha = 0.15$ ,  $\beta = 0.1$  y  $\gamma = 0.2$ , actualice los parámetros y pronostique los períodos 14 y 17.

**Solución.** Sea  $S_{12} = 176.83$ ,  $B_{12} = 5.5$ ,  $C_9 = 0.51$ ,  $C_{10} = 1.87$ ,  $C_{11} = 1.25$  y  $C_{12} = 0.37$ . La nueva estimación para la constante es

$$S_{13} = \alpha \left( \frac{d_{13}}{C_9} \right) + (1 - \alpha)S_{12} = 0.15 \left( \frac{97}{0.51} \right) + 0.85 \times 176.83 = 178.83$$

Ahora se puede actualizar la componente de tendencia:

$$B_{13} = \beta(S_{13} - S_{12}) + (1 - \beta)B_{12} = 0.1(178.83 - 176.83) + 0.9 \times 5.5 = 5.15$$

Por último, se puede calcular una nueva estimación estacional para el periodo 13, que es el primer periodo del año. Resulta

$$C_{13} = \gamma \left( \frac{d_{13}}{S_{13}} \right) + (1 - \gamma)C_9 = 0.2 \left( \frac{97}{178.83} \right) + 0.8 \times 0.51 = 0.516$$

Como al redondear  $C_{13}$  a 0.52 se obtiene un valor diferente, es necesario normalizar los factores estacionales. Los nuevos factores son 0.52, 1.86, 1.25 y 0.37.

Para hacer un pronóstico para el periodo 14 se tendría

$$F_{14} = (S_{13} + 1 \times B_{13})C_{10} = (178.83 + 5.15)1.86 \approx 342.21$$

De manera similar, el pronóstico para el periodo 17 sería

$$F_{17} = (S_{13} + 4 \times B_{13})C_{13} = (178.83 + 4 \times 5.15)0.52 \approx 103.71$$

En ambos casos se usó el factor estacional para el periodo correspondiente de la estación anterior. Si se quiere pronosticar el periodo 20 ( $k = 7$ ), el entero más pequeño mayor que  $7/4$  es 2, de manera que se usaría el factor estacional para el periodo  $13 + 7 - 2 \times 4 = 12$ .

Ahora se hará un resumen de este procedimiento de pronósticos. Sea  $L$  la duración de la estación con  $m$  estaciones completas de datos disponibles. Se tienen  $T = mL$  datos,  $d_1, d_2, \dots, d_T$ .

**Paso 1.** Se calcula el promedio para cada una de los dos últimas estaciones de datos  $\bar{d}_m$  y  $\bar{d}_{m-1}$ , a partir de la fórmula

$$\bar{d}_i = \frac{\sum_{t=(i-1)L+1}^{iL} d_t}{L} \quad i = m-1, m$$

Ahora se calcula  $B_T$

$$B_T = \frac{\bar{d}_m - \bar{d}_{m-1}}{L}$$

**Paso 2.** Se calcula el promedio global

$$\bar{D} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T d_t$$

y se usa junto con  $B_T$  para calcular  $S_T$ , la estimación de la constante como

$$S_T = \bar{D} + \frac{T-1}{2} B_T$$

**Paso 3.** Se calculan los factores estacionales usando la ecuación

$$C_t = \frac{1}{m} \sum_{i=0}^{m-1} \frac{d_{t+iL}}{S_T - (T - [t - iL])B_T} \quad t = T - L + 1, T - L + 2, \dots, T$$

**Paso 4.** Para pronosticar  $k$  periodos futuros se usa

$$F_{T+k} = (S_T + kB_T)C_{T+k-L}$$

donde  $g$  es el entero más pequeño mayor o igual que  $k/L$ .

**Paso 5.** Cuando se obtiene un nuevo dato, se hace  $T = T + 1$  y se actualizan los parámetros del pronóstico.

$$S_T = \alpha \left( \frac{d_T}{C_{T-L}} \right) + (1 - \alpha)(S_{T-1} + B_{T-1})$$

$$B_T = \beta(S_T - S_{T-1}) + (1 - \beta)B_{T-1}$$

$$C_T = \gamma \left( \frac{d_T}{S_T} \right) + (1 - \gamma)C_{T-1}$$

Se pueden usar otros modelos. Si no hay tendencia, se eliminan  $b$  y  $B_T$  de todos los cálculos. Una desventaja del modelo multiplicativo con tendencia es que la tendencia aumenta la amplitud del patrón estacional. Los modelos aditivos,

$$d_t = a + bt + c_s + e,$$

no tienen esta limitación. La estimación de los parámetros y el pronóstico son muy similares a los modelos multiplicativos (vea, por ejemplo, Montgomery *et al.*, 1990).

## **SECCIÓN 5 EJERCICIOS**

### **4.24. Considere**

Periodo	1	2	3	4	5	6
Demanda	107	93	106	98	100	96

Utilice los cinco primeros períodos para pronosticar el periodo 6 usando lo siguiente:

- a) El último dato
- b) El promedio
- c) Un promedio móvil de tres períodos
- d) Suavizamiento exponencial con  $a = 0.2$
- e) Con base en esta predicción, ¿qué método es mejor y por qué? j)
- f) ¿Cuál es el pronóstico para el periodo 10 usando cada método?

### **4.25. La demanda de un artículo se da en la tabla. Utilice suavizamiento exponencial con $a = 0.15$ y el hecho de que el pronóstico para el periodo 13 es 255.**

$t$	$d_t$	$t$	$d_t$	$t$	$d_t$	$t$	$d_t$
1	239	4	345	7	227	10	352
2	325	5	254	8	221	11	241
3	268	6	216	9	208	12	420

- a) Proporcione un pronóstico para los períodos 14 y 20.
  - b) ¿Cuál sería un promedio móvil "equivalente"?
  - c) ¿Parecería adecuado un promedio móvil simple para estos datos?
- 4.26.** Se está usando el método de Holt (suavizamiento exponencial doble) para pronosticar la demanda mensual de un zapato deportivo, con  $a = 0.1$  y  $P = 0.2$ . Las últimas estimaciones de la ordenada y la pendiente fueron 1067.2 y 21.6, respectivamente. La demanda de este mes es 1100.
- a) Proporcione su pronóstico para el mes próximo.
  - b) Haga lo mismo para dentro de tres meses.
- 4.27.** Heather Foods, Inc. hace botanas que se venden a supermercados. La siguiente tabla muestra las observaciones mensuales de las ventas de botanas de maíz durante 1992 y 1993 en miles de bolsas. Heather Foods ha vendido botanas de maíz durante 10 años, y el departamento de planeación maneja la demanda como un proceso constante. Determine el pronóstico para enero de 1994 usando los siguientes métodos:
- a) El último dato
  - b) Promedio de todos los datos

- c) Promedio móvil con  $N = 6$   
d) Suponga que la demanda real en enero de 1994 es 55.2 miles de bolsas. Calcule el pronóstico para febrero usando la ecuación de actualización para el promedio móvil con  $N = 6$

Obs.	Mes	Demanda	Obs.	Mes	Demanda
1	Enero	48.5	13	Enero	48.9
2	Febrero	46.0	14	Febrero	49.5
3	Marzo	54.4	15	Marzo	59.0
4	Abril	49.8	16	Abril	56.0
5	Mayo	48.1	17	Mayo	49.3
6	Junio	55.0	18	Junio	58.5
7	Julio	47.7	19	Julio	53.0
8	Agosto	45.2	20	Agosto	48.6
9	Septiembre	51.0	21	Septiembre	50.8
10	Octubre	47.5	22	Octubre	53.4
11	Noviembre	49.1	23	Noviembre	49.8
12	Diciembre	50.8	24	Diciembre	56.3

- 4.28.** Suponga que Heather Foods quiere comenzar un pronóstico usando suavizamiento exponencial simple con una edad del promedio ponderado de los datos igual a la de sus pronósticos con promedios móviles. Calcule el pronóstico para enero de 1994 usando el promedio global para  $S_{23,7}$ . Calcule el pronóstico para febrero de 1994 si la demanda de enero es 55.2 miles de bolsas.
- 4.29.** La demanda de bicicletas para todos los terrenos ha aumentado en forma constante desde 1989. En la siguiente tabla se muestran las ventas por trimestre de las bicicletas de montaña producidas por Canyon and Cactus Cycles desde el segundo trimestre de 1989.
- a) Grafique los datos y verifique que el modelo de tendencia lineal es aceptable. Trace una recta a través de los datos y obtenga una estimación visual de  $a$  y  $b$ .
  - b) Estime los parámetros del modelo en preparación para suavizamiento exponencial doble.
  - c) Pronostique las ventas para el tercer trimestre de 1996 usando estas estimaciones iniciales.
  - d) Pronostique las ventas para el cuarto trimestre de 1996 usando alfa = 0.3 y beta = 0.2J5, si las ventas en el tercer trimestre de 1996 fueron de 234.
  - e) Utilice regresión lineal para estimar los parámetros y pronosticar el tercer trimestre de 1996.

Obs.	Año	Trimestre	Demanda	Obs.	Año	Trimestre	Demanda
1	1989	2	16	16	1993	1	147
2		3	73	17		2	142
3		4	61	18		3	134
4	1990	1	57	19		4	159
5		2	43	20	1994	1	181
6		3	44	21		2	168
7		4	68	22		3	168
8	1991	1	68	23		4	188
9		2	73	24	1995	1	186
10		3	84	25		2	189
11		4	93	26		3	184
12	1992	1	128	27		4	224
13		2	100	28	1996	1	207
14		3	130	29		2	223
15		4	148				

- 4.30. La corporación Compu Valu es un fabricante importante de computadoras y periféricos. Sus ventas (en millones de dólares) desde 1980 se dan en la tabla. Cuando las ventas excedan \$60 millones debe construirse una nueva planta de producción. ¿Cuándo debe terminarse la nueva planta?

Año	1980	1981	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988
Demanda	14.0	15.4	15.8	19.3	21.5	25.1	27.0	27.1	31.1
Año	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	
Demanda	33.9	34.9	36.2	39.3	44.8	45.3	46.8	48.3	

- 4.31. Los siguientes son datos del Bureau of Labor Statistics en miles de trabajadores que sufren trastornos repetitivos. Proporcione un modelo para pronosticar 1996.

Año	1982	1983	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993
Número	22.6	26.7	34.7	37.0	45.5	72.9	115.3	146.9	185.4	223.6	281.8	302.0

- 4.32. Desarrolle las ecuaciones para estimar la ordenada y la pendiente de un modelo de tendencia mediante promedios móviles dobles. Aplíquelas a los datos del problema 4.29.
- 4.33. La corporación Killian fabrica mezcla para chocolate caliente. Las ventas, en miles de libras, siguen un patrón estacional. Los pronósticos trimestrales se obtienen usando suavizamiento exponencial para un modelo estacional sin tendencia. Actualmente  $S_4 = 186.5$ ,  $q = 1.4$ ,  $c = 0.6$ ,  $c_3 = 0.3$  y  $e = 1.7$ .
- Dé los pronósticos para los siguientes cuatro trimestres.
  - La demanda del primer trimestre del nuevo año es 285. Actualice los parámetros y dé los pronósticos para los siguientes cuatro trimestres si  $a = 0.25$  y  $Y = 0.15$ .
- 4.34. SafSeal moldea por inyección tapas de plástico herméticas para productos al consumidor. El moldeo funciona mejor a  $68^\circ$ . La planta está equipada con un horno de gas para clima frío y acondicionadores de aire para clima caliente. Por esta razón, el consumo de energía eléctrica es estacional con pico en los meses de verano y baja en los meses de invierno.
- Utilice un modelo multiplicativo para estimar los parámetros.
  - Pronostique el consumo de energía eléctrica para cada trimestre de 1996.

Obs.	Año	Estación	Demanda	Obs.	Año	Estación	Demanda
1	1992	Invierno	1752	9	1994	Invierno	1783
2		Primavera	3341	10		Primavera	2324
3		Verano	4910	11		Verano	4377
4		Otoño	3704	12		Otoño	4042
5	1993	Invierno	1738	13	1995	Invierno	1741
6		Primavera	2037	14		Primavera	2712
7		Verano	4444	15		Verano	4972
8		Otoño	3308	16		Otoño	3839

- 4.35. Sue es una nueva empleada del centro de distribución del sureste de Rash, Inc. Ella piensa que se necesita un mejor programa de seguridad y ha recolectado datos de los accidentes por trimestre. Proporcione a Sue un pronóstico por trimestre para el próximo año, y justifique su modelo y los números para que Sue pueda presentar de manera efectiva su propuesta a la administración.

Accidentes				
Trimestre	1	2	3	4
Año 1	42	58	74	44
Año 2	48	70	95	50

- 4.36. Lily Pads, Inc. fabrica accesorios para natación y deportes acuáticos para niños. En 1992 introdujeron sus gogles EZ-Glide y las ventas durante los meses de verano han aumentado de matérica estable desde el verano de 1992.

Obs.	Año	Estación	Demanda
1	1992	Primavera	23
2		Verano	51
3		Otoño	12
4	1993	Invierno	7
5		Primavera	30
6		Verano	67
7		Otoño	18
8	1994	Invierno	14
9		Primavera	37
10		Verano	81
11		Otoño	21
12	1995	Invierno	12

- a) Grafique los datos y observe la estacionalidad. Grafique los datos de cada año por separado y observe la tendencia de crecimiento.
  - b) Estime  $S_T$ ,  $B_T$  y los factores estacionales.
  - c) Pronostique las ventas para la primavera y el verano de 1995.
- 4.37. Si los datos de ventas de Lily Pad para 1995/1996 son los que se muestran, pronostique la ventas para el verano de 1996 y el invierno de 1997.

Trimestre	Demanda	Trimestre	Demanda
Primavera 1995	46	Otoño 1995	24
Verano 1995	99	Invierno 1996	13

- 4.38. SnugFit es una compañía que fabrica botas de esquiar con materiales compuestos. La\$ botas tuvieron ventas lentas al introducirlas al mercado, pero los esquiadores han reconocido qye son excelentes y el precio es sólo alrededor del 15% más alto que otras marcas. El departamento de pegado hace las uniones en las botas y el año pasado tenía 25 empleados. La eficiencia ppr trabajador fue 83% el otoño pasado. Tres de estos trabajadores renunciaron. Dados los datos d^ demanda de los últimos cuatro años, ¿cuántos trabajadores recomendaría contratar para el próximo invierno? ¿Recomendaría un número distinto para la primavera, verano y otoño del próximo año?

Trimestre	Demanda (cajas)			
	Año 1	Año 2	Año 3	Año 4
Invierno	156	167	179	188
Primavera	23	29	46	56
Verano	49	38	69	91
Otoño	220	247	238	248

4.39. Bradley & Hiller producen bates de madera que se usan principalmente en el béisbol profesional. El departamento de compras quiere firmar un contrato a largo plazo con el proveedor de barniz. Este contrato especificaría la cantidad (en miles de galones) de barniz que B&H compraría cada trimestre de los próximos dos años. Las entregas reales se harían semanalmente, pero el total del trimestre debe ser muy cercano a las cifras contratadas. La tabla muestra el uso de barniz (en miles de galones) para los tres años anteriores. Aconseje a compras respecto a la cantidad de barniz que debe contratar cada trimestre de los próximos dos años.

Año	Trimestre	Galones	Año	Trimestre	Galones	Año	Trimestre	Galones
1	1	432	2	1	409	3	1	425
	2	323		2	406		2	343
	3	135		3	168		3	182
	4	2		4	38		4	8

## 6. OTROS MÉTODOS DE PRONÓSTICOS

Muchos otros métodos de pronóstico han probado ser útiles y, aunque el alcance de este libro no permite estudiarlos todos, se introducen algunos de ellos. Los detalles se pueden encontrar en las referencias.

### 6.1 Método del pronóstico central

El pronóstico central, según lo define Smith (1978), está basado en dos ideas fundamentales. Una es que las personas prefieren métodos sencillos que puedan entender, la otra es que es muy probable que lo que últimamente ha funcionado bien siga haciéndolo ahora. Una manera de combinar estas dos ideas es usar varios métodos sencillos para generar un pronóstico y usar el que dé los mejores resultados para el periodo anterior.

Con frecuencia, los métodos de pronóstico que se usan son muy intuitivos. Algunos ejemplos de generación de pronósticos serían, la demanda del último periodo, la demanda del mismo periodo del año anterior, 90% de la demanda del último periodo, la demanda promedio de los últimos tres periodos, suavizamiento exponencial simple o nada más la estimación del gerente. No es difícil diseñar muchos otros métodos de este tipo.

El pronóstico que se usa al final es el pronóstico del método que dio el mejor resultado el periodo anterior. Existen varias maneras de definir "el mejor". Una forma sencilla es calcular el valor absoluto de la diferencia entre el pronóstico y la demanda real del último periodo. El procedimiento de pronóstico con la menor diferencia gana, y su pronóstico se usa para el siguiente periodo. Por supuesto, el siguiente periodo puede tener un nuevo ganador, según el desempeño de los métodos de pronóstico en este nuevo periodo.

Ejemplo 4-7. Pronóstico central. Utilice el pronóstico central para determinar el mejor pronóstico para el dentífrico en el periodo 51 usando los datos de la tabla 4-7.

*Solución.* Suponga que se usan cinco métodos de pronóstico: la demanda del último periodo, 90% de la demanda del último periodo, 110% de la demanda del último periodo, un promedio móvil de tres periodos y suavizamiento exponencial simple. Estos pronósticos para el periodo 50 aparecen en la tabla 4-13, junto con la demanda real de ese periodo y el valor absoluto de la diferencia del pronosticado.

**TABLA 4-13**

Ejemplo de pronóstico central

Método	$F_{50}$	$d_{50}$	$ F_{50} - d_{50} $
Último dato	52.0	58	6.0
90% del último dato	46.8	58	11.2
110% del último dato	57.2	58	0.8
Prom. móvil $N = 3$	47.3	58	10.7
S. Exp.	49.8	58	8.2

tico y la demanda para cada método. Como 110% de la última demanda habría dado el pronóstico con el menor error, se usa para pronosticar el periodo 51. Esto es

$$F_{51} = 1.1 \times 58 = 63.8 \approx 64$$

Otra forma de implantar este tipo de enfoque es promediar todos los pronósticos para obtener uno solo. Usando este enfoque con el ejemplo anterior se obtiene un pronóstico de 50.6 para el periodo 51, lo cual sería mejor para este periodo que el pronóstico central.

El concepto básico del pronóstico central es usar varios métodos simples. Newbold y Granger (1974) refuerzan el concepto demostrando que con frecuencia se logran mejores pronósticos usando varias técnicas. Armstrong (1984) proporciona una mayor justificador! citando la literatura que indica que las técnicas sencillas de pronósticos, en la práctica, muchas veces dan mejores pronósticos que los métodos complicados.

## 6.2 Métodos cualitativos

Existen varios métodos cualitativos que no se analizaron, incluyendo la descripción del escenario y el análisis de impacto cruzado. A continuación se da un breve comentario de cada uno.

La **descripción del escenario** se usa para hacer un retrato de cómo evolucionará el presente con el tiempo, en lugar de obtener un número; con frecuencia se usa junto con el método Delphi. La descripción del escenario comienza tratando de identificar un conjunto de eventos futuros posibles. Se escribe un conjunto de escenarios, cada uno basado en un evento futuro posible. Cada escenario se examina con cuidado para determinar su probabilidad de ocurrencia, y se desarrollan planes de contingencia para los más probables. La descripción de escenarios es más adecuada para el largo plazo, para las macrosituaciones tipificadas por la incertidumbre, para la falta de datos y para los factores no cuantificables. Es útil en especial para estimar la demanda futura, la innovación tecnológica o la posición de mercado bajo una variedad de condiciones económicas y políticas. Barron y Targett (1985), Huss (1988) y Schnaars (1987) proporcionan más detalles sobre la descripción de escenarios.

Georgia Power usó escenarios para determinar un plan de expansión de su capacidad de generación de energía (Goldfarb y Huss, 1988). El estudio identificó 14 factores importantes que influyen en el consumo de energía: crecimiento del PNB; aumento de la productividad; tasas de los bonos T; población; cociente de manufactura entre empleos de servicios; uso industrial de electricidad; precio promedio de electricidad; políticas federales de energía; reglamento sobre lluvia acida; opciones de energía nuclear; precios del petróleo; precios de gasolina, gas y carbón, y el rendimiento neto de inversiones comunes. Se desarrollaron tres escenarios, crecimiento económico alto, moderado y bajo. Se determinaron valores probables para cada fac-

tor bajo condiciones económicas supuestas y se desarrolló un plan de expansión para cada escenario. Los escenarios facilitaron una mayor participación de la administración, integraron las funciones de planeación separadas dentro de la compañía y proporcionaron un foro de discusión sobre las opciones críticas de planeación a la luz de la opinión de los expertos.

Una compañía americana utilizó escenarios para pronosticar la demanda de tecnología de la información en Europa (Millet, 1992) y los expertos en el área identificaron 20 factores críticos. La evaluación de estos factores condujo a cuatro escenarios y, después de revisarlos, la administración de la compañía llevó a cabo varias acciones, entre ellas establecer un compromiso para mantener y expandir su oficina de Bruselas.

Un **análisis de impactos cruzado\*** con frecuencia se usa para examinar los resultados de un estudio Delphi. El análisis de impactos cruzados indica los escenarios que deben describirse. Este procedimiento es de panorama amplio, igual que la descripción de escenarios, y evalúa la probabilidad de ocurrencia de ciertos eventos futuros que pueden interactuar y afectar las decisiones futuras.

El primer paso es determinar los eventos críticos relacionados con el tema de interés, que se resumen a un número manejable. Se forma una matriz en la que cada renglón representa algún evento; las columnas representan los mismos eventos que el renglón correspondiente. Al principio, se escribe en la matriz la naturaleza de la interacción entre cada evento o factor. Una flecha hacia arriba indica una influencia positiva y una flecha hacia abajo indica una influencia negativa. Se estiman la probabilidad de cada evento y las probabilidades de que ocurran dos eventos simultáneos, y se convierten en los elementos de la matriz.

**Ejemplo 4-8. Análisis de impactos cruzados.** Una compañía que produce celdas solares para convertir la energía solar en electricidad puede comprar un nuevo proceso de producción, que sólo será económico si la demanda aumenta por lo menos 30% en los próximos tres años. ¿Cómo deben tomar esta decisión?

*Solución.* Los pronósticos de series de tiempo pueden no dar una buena indicación del incremento, ya que los avances tecnológicos, la reglamentación gubernamental y los factores económicos pueden cambiar el panorama por completo; por otro lado, el análisis de impactos cruzados es un método adecuado. Para simplificar, sólo se considerarán tres eventos: un motor eléctrico más eficiente (MME), crédito de impuestos del gobierno en energía solar por su preocupación por el medio ambiente (CIG) y mayores costos de los combustibles alternativos (MCC).

	MME	CIG	MCC
MME	—	↓	↓
CIG	↑	—	↑
MCC	↑	—	—

Si se construye un mejor motor, la demanda del combustible alternativo será menor, lo que bajará su costo. La reducción en el uso de combustible fósil ayudará al ambiente, disminuyendo la posibilidad de que el gobierno ofrezca créditos sobre impuestos para la energía solar. Se determinan otros tipos de influencia para completar esa parte de la matriz de impacto cruzado.

La probabilidad de que se desarrolle un motor más eficiente se estima en 0.2. Si el gobierno instituye créditos de impuestos solares, más investigadores trabajarán en este tipo de motor y la probabilidad aumentará a 0.3. Un aumento en el costo de combustibles alternativos estimulará esta investigación y dará una probabilidad de 0.4 de que se desarrolle un motor más eficiente. El resto de las probabilidades en la matriz se determinan de manera similar.

	Prob.	MME	CIG	MCC
MME	.2	—	.2	.6
CIG	.3	.3	—	.7
MCC	.8	.4	—	—

La matriz puede simularse para explorar los distintos resultados. Si se usan otras probabilidades se puede determinar la sensibilidad del resultado respecto a la evaluación de las probabilidades. Los factores no sensibles se pueden eliminar y se pone mayor atención a la estimación de la probabilidad de los factores sensibles. Se pueden describir los escenarios para los resultados más probables y formularse planes de contingencia.

El análisis de impactos cruzados se ha usado en la industria automotriz europea (Vickers, 1992), en el mercado de tecnología de la información europeo (Miller, 1992), en la demanda de energía eléctrica (Goldfarb y Huss, 1988) y en reglamentación de protección ambiental (Beasley, 1984). Schuler *et al.* (1991) presentan un estudio típico de impacto cruzado. La industria maderera canadiense se enfrentó a un decremento en la calidad de la madera y se temía que las ventas bajaran. Varias innovaciones en el proceso y en el producto podrían ayudar a aliviar el problema, por lo que se desarrolló una matriz de impactos cruzados que incluía factores de innovación, reglamentación del gobierno y posibles acciones de los competidores. Se llevaron a cabo las estrategias de inversión tecnológica y las comparaciones para los seis escenarios resultantes. Una estrategia mixta de inversión en tecnología para el proceso y el producto se identificó como la mejor para mantener e incrementar la demanda.

### **6.3 Métodos causales**

Los modelos de regresión se usan ampliamente en el pronóstico causal. Otros métodos son específicos para ciertos problemas e incluyen sistemas de ecuaciones simultáneas y de sistemas de simulación.

Los **sistemas simultáneos** son parecidos a los métodos de regresión, pero en lugar de una sola ecuación se componen de varias ecuaciones simultáneas. Los modelos econométricos, usados para pronosticar y explicar fenómenos económicos complicados, son sistemas simultáneos. Los modelos de regresión tienen una variable dependiente, que es una función de una o más variables independientes. Las variables independientes son exógenas al modelo; sus valores se conocen a partir de otra información. Los sistemas simultáneos normalmente tienen varias ecuaciones y una variable dependiente en una ecuación puede ser una variable independiente en otra. Así, las variables son interdependientes.

Como ejemplo, suponga que se quieren pronosticar ventas. Muchos factores determinan las ventas, incluyendo el estado de la economía, el precio, la disponibilidad y la calidad del artículo y la publicidad. Se puede proponer una relación usando la demanda como variable dependiente y los otros factores como variables independientes. Sin embargo, las variables independientes pueden afectarse entre ellas. Por ejemplo, el precio está relacionado con el costo y éste puede estar relacionado con las cantidades producidas. Una demanda alta puede reducir el costo a través de economías de escala, reduciendo el precio y creando una demanda aún más alta. El modelo puede consistir en varias ecuaciones que relacionan variables y las ecuaciones pueden o no ser lineales.

Para construir un sistema de pronósticos a partir de las ecuaciones simultáneas, se debe decidir qué variables son importantes y determinar la forma del modelo. La estimación de parámetros ya no es un problema de regresión. Si las ecuaciones se pueden manipular de manera que una variable sea una función de las variables exógenas independientes, se puede aplicar regresión a esa ecuación. Una vez expresada la variable independiente en términos de las variables exógenas, se puede sustituir en otra ecuación y repetir el procedimiento. Si tales sustituciones no son posibles, todos los parámetros se tienen que estimar al mismo tiempo. Algunas veces, se eligen las estimaciones iniciales, y se hacen varias iteraciones de mínimos cuadrados hasta que las estimaciones no cambien.

Existen muchas aplicaciones de sistemas simultáneos usados para pronósticos; por ejemplo, Goss (1990) desarrolló un modelo de ecuaciones simultáneas del mercado de lana australiano. El modelo contiene relaciones funcionales para los inventarios, el consumo y las actividades de los especuladores con acciones y precios de la lana. Los coeficientes se estiman usando mínimos cuadrados en tres etapas con corrección por correlación serial de primer orden. El modelo proporciona buenos pronósticos internos y *a posteriori* de la mayor parte de las variables. Un modelo dinámico de ecuaciones simultáneas para predecir balances da un mejor pronóstico que los modelos ARIMA (Lin, 1992). Otro ejemplo incluye un macromodelo de la economía de Italia, que usa un sistema no lineal de ecuaciones simultáneas (Calzolari y Panattoni, 1990) y un modelo de ecuaciones simultáneas para predecir los precios del mercado de valores de Japón, Estados Unidos y Gran Bretaña, que incorpora la interacción de los rendimientos entre mercados (Koch y Koch, 1994).

La mayor ventaja de los sistemas de ecuaciones simultáneas es que el nivel de detalle está controlado. Si se necesita incluir muchos factores, puede hacerse. Si existen interdependencias, este enfoque es necesario. Igual que con muchos esfuerzos de modelado, el desarrollo de modelos produce una visión completa del fenómeno. Desafortunadamente, estos modelos son un reto en el sentido técnico, tanto en la construcción como en la solución. Pueden ser computacionalmente caros, y los costos de recolección de datos pueden también ser altos. Puede encontrar más detalles de este procedimiento en Fildes (1985), Levenbach y Cleary (1984) o en Makridakis y Wheelwright (1978).

Los **métodos de simulación** imitan el comportamiento de un sistema. Estos modelos se basan en una gran variedad de relaciones y por lo general consideran elementos estocásticos del problema. Lo mismo que las ecuaciones en los sistemas simultáneos, las interrelaciones en un modelo de simulación son altamente dependientes del sistema bajo estudio. Casi siempre, estos enfoques requieren mucho detalle y, por ende, son costosos. Estos métodos se pueden usar cuando es posible determinar las "causas" y se puede construir un modelo adecuado. Toedter (1992) usa simulación para estimar los coeficientes de un gran sistema no lineal interdependiente y obtener pronósticos para el Bundesbank. Considera la incertidumbre debida a residuales, a estimaciones de coeficientes y a pronósticos de variables exógenas. Los resultados empíricos sugieren que la simulación es superior a los pronósticos obtenidos a partir de sistemas simultáneos determinísticos.

## **6.4 Métodos de series de tiempo**

Existen tres métodos de series de tiempo adicionales que merecen mencionarse: promedios móviles integrados autorregresivos (ARIMA), los métodos bayesianos y las redes neuronales. Se dará una breve descripción.

Los **métodos de promedios móviles integrados autorregresivos (ARIMA)** relajan la suposición de independencia de las observaciones sucesivas en la serie de tiempo, (pon frecuencia, esta suposición no se puede garantizar debido a que las observaciones sucesivas pueden ser altamente dependientes. Aunque el suavizamiento exponencial y los promedios móviles pueden ser adecuados cuando las observaciones son dependientes, los métodos que explotan este hecho deben proporcionar un mejor pronóstico. El método ARIMA más conocido es el de Box-Jenkins, que recibe este nombre en honor de quienes lo propusieron y desarrollaron.

Los métodos ARIMA se pueden ver como una combinación de promedios móviles o suavizamiento y regresión. El pronóstico se basa en una función de datos históricos ponderados, que permite un rango más amplio de patrones para pronosticar. Un modelo de Box-Jenkins es el modelo autorregresivo del Pésimo término. Matemáticamente es

$$x_t = a_0 + a_1 x_{t-1} + a_2 x_{t-2} + \cdots + a_k x_{t-k} + \varepsilon_t$$

Cada observación depende de un término constante  $a_0$ ,  $k$  observaciones anteriores y la componente de ruido. Las estimaciones de los parámetros  $a_0, a_1, \dots, a_k$  se pueden obtener mediante mínimos cuadrados u otras técnicas. La elección de  $k$  depende de la serie de tiempo que se quiere pronosticar. Existen muchos otros modelos para series de tiempo autorregresivas.

Para obtener buenos resultados, debe disponerse de un gran número de observaciones (más de 50). Para determinar un modelo adecuado se requiere juicio, prueba y error y análisis estadístico, lo cual hace poco atractivos estos métodos si se tiene que trabajar con muchas series de tiempo. Sin embargo, si existe autocorrelación entre las observaciones, este enfoque puede ser el mejor.

Madsen (1991) quiso explicar cómo afecta el riesgo las expectativas de producción en la industria de la manufactura y, por ende, el comportamiento del abastecimiento. Modeló el proceso usando los indicadores líder de producción en un modelo de promedio móvil integrado autorregresivo (ARIMA) para pronosticar la producción. Usó en el modelo datos de industrias manufactureras de nueve países. Se han aplicado otros modelos ARIMA para predecir ganancias (Jarrett, 1990), servicios telefónicos especiales (Grambsch y Stahel, 1990), incremento en los afiliados al sindicato de trabajadores canadienses (Lin *et al.*, 1992), consumo semanal de electricidad (Ringwood *et al.*, 1993) y el precio de tierras para el cultivo (Tegene y Kuchler, 1994).

Los métodos ARIMA detallados se pueden encontrar en el libro de Box y Jenkins (1976). También cubren este material muchos textos sobre pronósticos, como Montgomery *et al.* (1990), Levenbach y Cleary (1984) y Makridakis y Wheelwright (1978).

Los **métodos bayesianos** son útiles en especial cuando se dispone de pocos datos. Inicialmente, se hace una estimación subjetiva de los parámetros y conforme se dispone de más datos se usa el teorema de Bayes para actualizar esas estimaciones. Bradford y Sugrue (1990) presentan un modelo para pronosticar la demanda de bienes de moda para una empresa que almacena cientos de artículos distintos —pinturas sin enmarcar que carecen de demanda histórica y con patrones de demanda que puedan cambiar con rapidez—. Después de los pronósticos iniciales, el modelo revisa los pronósticos con el procedimiento de Bayes en un esquema agregado por artículo. Las predicciones revisadas de las demandas, las ganancias estacionales y los niveles de servicio estuvieron, en promedio, entre 1 y 5% de los valores comparables obtenidos usando datos empíricos del caso de estudio. Otras aplicaciones de los métodos bayesianos incluyen pronósticos del tráfico en redes de computadoras (Greas y Gilstein, 1991), reclamación de cu-

pones (Lenk, 1992) e ingresos a partir de impuestos para las escuelas de distrito (Duncan *et al.*, 1993). Montgomery, Johnson y Gardiner (1990) presentan con detalle algunos métodos de pronósticos bayesianos.

Recientemente las **redes neuronales** han tenido impacto en los pronósticos (Belt, 1993; Papalexopoulos *et al.*, 1994; Sharda, 1994). Se puede encontrar información básica sobre redes neuronales en Chester (1993) o Fausett (1994). Una red neuronal imita la estructura y la función del cerebro. Representa implícitamente el conocimiento dentro de su estructura y aplica el razonamiento inductivo para procesar el conocimiento. Una red neuronal artificial es un conjunto de pequeñas unidades de procesamiento (neuronas) ligadas por conexiones dirigidas ponderadas (una red). Cada neurona recibe señales de entrada ya sea de una fuente de entrada o de otras neuronas. La señal se pondera según la conexión por la que pasa. Si el peso total de todas las señales de entrada es suficientemente fuerte, la neurona responde mandando una señal por cada una de sus conexiones de salida a otras neuronas.

Una red neuronal debe ser "capacitada". Al introducir a la red distintos conjuntos de datos de entrada junto con las salidas correspondientes, la red puede asociar una salida con ciertas características de la entrada. La forma exacta de las asociaciones es desconocida. Cuando se da una nueva entrada, la red pronostica una salida basada en las asociaciones que ha "aprendido". Se proporcionan salidas a la red una vez conocidos los hechos para que pueda seguir aprendiendo. El aprendizaje permite a las redes neuronales adaptarse e inferir soluciones a partir de los datos presentados, con frecuencia capturan relaciones sutiles. Además, pueden generalizar procesando correctamente datos que apenas se parecen a los datos sobre los que fueron capacitadas en un principio. Pueden también manejar datos incompletos o imperfectos, proporcionando una medida de tolerancia de la falla.

Como una red neuronal aprende directamente de los datos, puede realizar clasificaciones, pronósticos, compresión de datos y otras tareas similares. Se han publicado numerosas aplicaciones a pronósticos, que incluyen ventas, precios de acciones, resultados de procesos de molienda, bajas en la banca y requerimientos de energía eléctrica. Una red neuronal puede también seleccionar el método de pronósticos adecuado. Chu y Widjaja (1994) desarrollaron una red neuronal que elegía el modelo correcto para los datos de series de tiempo el 90% de las veces y el método de suavizamiento correcto el 70% del tiempo.

Sin embargo, las redes neuronales tienen limitaciones; las matemáticas no son sencillas y puede desconfiarse de ellas. Como "hay un solo tamaño" no son muy cuidadosas y pueden recibir influencia de información irrelevante. Una validación importante del modelo era determinar una razón fundamental para el modelo, por ejemplo, las ventas de refrescos son estacionales porque éstos refrescan cuando hace calor. Como las redes neuronales no establecen explícitamente la forma del modelo, se carece de esta validación. Por último, las técnicas estadísticas pueden proporcionar medidas de exactitud como intervalos de confianza que no están disponibles en las redes neuronales. Aun así, parecen viables y están disponibles, incluso como agregados a una hoja de cálculo.

## **7 CONTROL DEL PRONÓSTICO**

El sistema de pronósticos necesita retroalimentación para asegurar los mejores resultados. El control del pronóstico es parte del proceso de retroalimentación (vea la figura 4-3). Intenta determinar si el pronóstico se desvía de los resultados reales debido a la aleatoriedad o a un cambio esencial en el proceso. Las variaciones aleatorias deben ignorarse, pero las no aleatorias

exigen cambios en los parámetros del modelo o incluso en el modelo mismo. Los conceptos presentados en esta sección se pueden usar para controlar cualquier sistema de pronósticos que produzca un pronóstico numérico, aun aquellos basados en técnicas cualitativas de pronósticos.

El error del pronóstico es la base para el control. Primero se determina el error del pronóstico y su variancia. Después se usa la variancia para hacer afirmaciones probabilísticas\* como que el error debe exceder cierto valor sólo una vez cada 20. Estas afirmaciones se usan para determinar si el desempeño del sistema es el esperado; si no cumple con las expectativas hay que corregirlo.

## 7.1 Error del pronóstico

El error del pronóstico es la diferencia entre la demanda real y el pronóstico. Matemáticamente, se tiene

$$e_t = d_t - F_t$$

Recuerde que  $F_t$  es un pronóstico para el periodo  $T$  calculado en un periodo anterior. Para simplificar la notación se supondrá que se calcula en el periodo anterior. Hay ocasiones en las que puede no quererse definir el error basado en el pronóstico calculado en el periodo anterior. Por ejemplo, suponga que se pronostica cada mes con un horizonte de tres meses y se usa el pronóstico para determinar los niveles de empleados y para planear la producción real. Las decisiones sobre tuerza de trabajo normalmente se toman varios meses antes, de manera que los empleados para junio se determinan, con el pronóstico, desde marzo. No se puede calcular el error hasta saber la demanda real de junio, tiempo en el cual se tienen pronósticos para junio obtenidos en marzo, abril y mayo. Como el pronóstico de marzo se usa para la decisión sobre la tuerza de trabajo de junio, debe también usarse para calcular el error al determinar la tuerza de trabajo, aunque se tengan pronósticos más recientes para el mismo periodo. Esto es, para evaluar el desempeño del pronóstico en cuanto al nivel de empleados, se calcula el error para junio restando el pronóstico para junio hecho en marzo de la demanda real de junio. Por otro lado, es posible que la decisión de producción se tome a partir del pronóstico de mayo, de manera que al evaluar el pronóstico, debe usarse el más reciente para calcular el error.

No se puede esperar pronosticar de manera exacta; las componentes aleatoria y de ruido del proceso aseguran que ocurrirá un error. Recuerde que el modelo supone que el ruido sigue una distribución normal, por lo que  $e_t$  puede ser positivo (subestimación de la demanda) o negativo (sobreestimación). Si el ruido es la única causa de error, es igualmente probable que sea positivo o negativo.

Al observar el error en un periodo aislado no se obtiene información útil. Los errores se observan en toda la historia del sistema de pronósticos. Existen varios métodos para este proceso, y cada uno tiene un significado distinto.

Defina la **suma de los errores de pronóstico** como

$$E_T = \sum_{t=1}^T e_t$$

Como se supone que el proceso tiene una componente aleatoria  $e$ , que sigue una distribución normal con media cero y variancia  $CT_E^2$ , entonces  $E_T$  debe ser cercano a cero si el pronóstico se comporta apropiadamente. Es decir, algunas veces sobreestima y otras subestima, pero a la larga éstas se cancelan.

La tabla 4-14 ilustra varias funciones de error. Para cada periodo, la primera columna contiene la demanda real en el periodo.  $S_t$  (columna 2) es una estimación de suavizamiento exponencial ( $\alpha = 0.2$ ) de la demanda calculada en el periodo  $t$ . El procedimiento se inició con una  $<S_0$  de 100. El error para el periodo  $t$  (columna 3) es la demanda menos el pronóstico para ese periodo. Se supondrá que se pronostica un periodo hacia adelante, de manera que

$$e_t = d_t - S_{t-1}$$

La suma de los errores  $E_t$  (columna 4) fluctúa, pero no se hace muy grande en ninguna de las direcciones, positiva o negativa.

Si  $E_t$  se aleja consistentemente de cero, entonces se dice que el pronóstico está sesgado; está equivocado de una forma específica y consistente. Un pronóstico que siempre es mayor que lo real se llama sesgado alto, mientras que un pronóstico que siempre es menor se llama sesgado bajo. Cuando ocurre un sesgo, lo más seguro es que el sistema de pronósticos tenga problemas. Suponga que  $E_t$  crece. Si aumenta a una tasa aproximadamente constante, cada pronóstico subestima la demanda en una cantidad constante, aproximadamente, lo cual ocurrirá si el valor de la porción constante del proceso está corrida. Al sumar esta cantidad al pronóstico se corrige el sesgo y se obtiene un pronóstico razonable.

Si  $E_t$  aumenta a una tasa que crece, es posible que se esté usando el modelo equivocado. Tal vez no se eligió el modelo correcto para el proceso o bien el proceso ha cambiado. Por ejemplo, el proceso pudo haber sido constante, pero ahora el producto ha madurado, un nuevo competidor ha ganado las ventas y ahora tiene una tendencia decreciente. El error se hará más grande en cada pronóstico sucesivo y  $E_t$  aumentará a un tasa creciente. Si  $E_t$  no se mueva alrededor de cero, deben buscarse las razones por las que el proceso pudo haber cambiado.

Aun cuando  $E_t$  sea cero, no se garantiza un buen sistema de pronósticos. Por ejemplo, si el error es +10 en períodos impares y -10 en períodos pares, los errores se cancelan y  $E_t$  es cero

**TABLA 4-14**  
Algunas medidas  
de error

<b><i>t</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>
	<b><i>d<sub>t</sub></i></b>	<b><i>S<sub>t</sub></i></b>	<b><i>e<sub>t</sub> = d<sub>t</sub> - S<sub>t-1</sub></i></b>	<b><i>E<sub>t</sub></i></b>	<b>DAM</b>	<b>ECM</b>	<b>PAME</b>
1	105	101	5	5	5.00	25.00	4.76
2	97	100	-4	1	4.50	20.50	4.44
3	107	101	7	8	5.33	30.00	5.14
4	109	102	8	16	6.00	38.50	5.69
5	83	98	-19	-3	8.60	103.00	9.13
6	109	100	11	8	9.00	106.00	9.29
7	117	103	17	25	10.14	132.14	10.04
8	106	103	3	28	9.25	116.75	9.14
9	96	101	-7	21	9.00	109.22	8.93
10	103	101	2	23	8.30	98.70	8.23
11	99	100	-2	21	7.73	90.09	7.67
12	88	97	-12	9	8.08	94.58	8.17
13	103	98	6	15	7.92	90.08	7.99
14	91	96	-7	8	7.86	87.14	7.97
15	94	95	-2	6	7.47	81.60	7.58
16	90	94	-5	1	7.31	78.06	7.45
17	100	95	6	7	7.24	75.59	7.36
18	81	92	-14	-7	7.61	82.28	7.92
19	85	90	-7	-14	7.58	80.53	7.93
20	113	94	23	9	8.35	102.95	8.55

aunque es obvio que los pronósticos son malos. Para contrarrestar esto, se puede usar la **desviación absoluta media** (DAM). Se define como  
aunque es obvio que los pronósticos son malos. Para contrarrestar esto, se puede usar la **desviación absoluta media** (DAM). Se define como

$$\text{DAM} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T |e_t|$$

donde  $|e_t|$  es el valor absoluto de  $e_t$ . DAM mide la dispersión de los errores y si DAM es pequeña, el pronóstico debe ser cercano a la demanda real. Los valores grandes de DAM pueden indicar problemas con el sistema de pronósticos. La columna 5 en la tabla 4-14 indica la DAM para los datos. De nuevo, como DAM es relativamente pequeña comparada con  $d_t$ , los pronósticos parecen razonables.

En ocasiones se usa una medida similar, el **error cuadrado medio**, ECM, definido como

$$\text{ECM} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T e_t^2$$

Al elevar al cuadrado los términos de error aumenta la "penalización" para los errores grandes. Así, un solo error grande aumenta mucho el ECM. El ECM se presenta en la sexta columna de la tabla 4-14. Observe que el efecto de un error grande en el periodo 5 sobre el ECM sigue varios períodos.

Todas las medidas de demanda anteriores dependen de la magnitud de los números que se están pronosticando. Si los números son grandes, el error tiende a ser grande. Puede ser más significativo observar el error relativo a la magnitud de los pronósticos; esto se hace usando el **porcentaje absoluto medio del error**, PAME, donde

$$\text{PAME} = \frac{1}{T} \left( \sum_{t=1}^T \frac{|e_t|}{d_t} \times 100 \right)$$

Si PAME es 10, entonces, los pronósticos se alejan 10% en promedio. Este proceso puede ser una forma más natural de medir el error. La última columna en la tabla 4-14 da el PAME para los datos. Es casi constante alrededor de 8%, de manera que los pronósticos dan confianza.

**Ejemplo 4-9. Elección de un modelo con base en el error del pronóstico.** Suponga que se quiere pronosticar sobre los datos de la tabla 4-14. ¿Qué modelo y qué parámetros son los mejores?

*Solución.* La información sobre el error se usa en muchos paquetes de computación para elegir un modelo y sus parámetros para un conjunto de datos. Se aplicó STORM a los datos de la tabla 4.14 y se usan los períodos 1 al 8 para ajustar distintos modelos. Los resultados son

Condiciones iniciales para series

Componente	Modelo de nivel	Modelo de tendencia	Modelo estacional	Modelo tend.-est.
Nivel	104.48	103.61	104.12	103.91
Tendencia	No disp.	-0.13	No disp.	-0.18
Estacional 1	No disp.	No disp.	0.82	0.82
Estacional 2	No disp.	No disp.	1.04	1.04
Estacional 3	No disp.	No disp.	1.12	1.12
Estacional 4	No disp.	No disp.	1.02	1.02
Suavizado	$a = 0.3$	$ct = 0.2, B = 0.2$	$a = 0.1, y = 1.0$	$<x = 0.1, p = 0.1, y = 1.0$

Entonces, el mejor modelo de nivel tiene  $S_s = 104.48$  y usa  $a = 0.3$ . La constante no cambia significativamente de un modelo a otro, las componentes de tendencia son muy pequeñas, y dos de los cuatro factores estacionales son cercanos a 1, de manera que parece no haber una gran diferencia en estos modelos para el corto plazo.

Los valores de los pronósticos para los períodos 9 a 16 se obtienen de los cuatro modelos actualizando los parámetros con las constantes de suavizado dadas. Se registraron las siguientes medidas de error.

Estadísticas de error para ajuste de modelos

Estadística	Modelo de nivel	Modelo de tendencia	Modelo estacional	Modelo de tendencia-estacional
Error medio	-4.25	-3.12	-4.12	-3.25
% del error medio	-4.75	-3.53	-4.54	-3.60
Error medio absoluto	6.00	4.87	10.12	9.75
% del error medio abs.	6.45	5.23	10.63	10.23
Raíz de error cuadrado medio	6.96	5.99	11.50	11.22

A partir de estos resultados, STORM elige el modelo de tendencia porque tiene la menor raíz del error cuadrado medio. No parece haber una gran diferencia en ninguna de las medidas de error para cualquiera de los modelos.

Para una validación más del modelo, se pronostican los últimos cuatro períodos (17 a 20) y se actualizan con los resultados de los cuatro modelos. Se obtienen las siguientes medidas de error:

Estadísticas de error para validación de modelos

Estadística	Modelo de nivel	Modelo de tendencia	Modelo estacional	Modelo de tendencia-estacional
Error medio	2.25	4.50	1.25	2.25
% del error medio	0.42	2.87	-0.41	0.66
Error medio absoluto	12.75	12.50	11.25	10.75
% del error medio abs.	13.20	12.63	11.47	10.84
Raíz de error cuadrado medio	14.77	15.00	14.08*	14.20

\* El modelo estacional tuvo el mejor desempeño durante la validación.

Aquí el modelo estacional tuvo el mejor desempeño, pero las diferencias son pequeñas.

Si estuvieran presentes fuertes efectos de tendencia o estacionales, las diferencias de error habrían sido mucho más altas. Intentando mantener el modelo sencillo, se elegiría el modelo constante (de nivel). Al usar el modelo de tendencia se obtienen pronósticos de 92,91,91 y 90 para los siguientes cuatro trimestres, lo cual se acerca al modelo constante.

Una manera intuitiva de juzgar un método de pronósticos sería comparar su exactitud respecto a un método simple, como el último dato. Una comparación burda está dada por

$$U = \sqrt{\left[ \sum_{t=2}^T \left( \frac{d_t - F_t}{d_t} \right)^2 \right] / \left[ \sum_{t=2}^T \left( \frac{d_t - d_{t-1}}{d_t} \right)^2 \right]}$$

La suma del numerador es el error (real menos pronosticado) dividido entre la demanda real elevada al cuadrado; el cuadrado da más peso a los errores mayores. La suma del denominador

es la misma que la anterior, pero supone un pronóstico del último dato, es decir,  $F_t - d_{t-1}$ . Este proceso es una variación de un método sugerido por Theil (1966).

Si  $U = 1$ , el pronóstico se desempeña tan bien como el pronóstico simple del último dato. Se espera que sea mejor, así que  $U$  debe ser menor que 1. Cuanto más pequeño sea  $U$ , mejor será el pronóstico respecto al último dato. Si  $U > 1$ , el pronóstico no es tan exacto como el último dato y no debe usarse.

Se obtuvo un pronóstico de los datos de la tabla 4.14 usando suavizamiento exponencial simple, así que en la fórmula se sustituye  $F_t$  por  $S_{t-1}$ . Se calcula  $U$  en el periodo  $T$  a partir de los cálculos de  $U$  del periodo anterior. Se necesitan las sumas del cuadrado del error relativo para suavizamiento exponencial y el último dato; éstas son 0.18 y 0.33, respectivamente, para el periodo 19. Cuando se conoce  $d_{2Q}$ , el nuevo valor de  $U$  es

$$\begin{aligned} U &= \sqrt{\left[ \sum_{t=2}^{T-1} \left( \frac{d_t - S_{t-1}}{d_t} \right)^2 + \left( \frac{d_T - S_{T-1}}{d_T} \right)^2 \right] / \left[ \sum_{t=2}^{T-1} \left( \frac{d_t - d_{t-1}}{d_t} \right)^2 + \left( \frac{d_T - d_{T-1}}{d_T} \right)^2 \right]} \\ &= \sqrt{\left[ 0.18 + \left( \frac{113 - 90}{113} \right)^2 \right] / \left[ 0.33 + \left( \frac{113 - 85}{113} \right)^2 \right]} = 0.75 \end{aligned}$$

De este cálculo, la suma del error relativo al cuadrado es  $\{0.18 + [(113 - 90) / 113]^2\} = 0.22$  para suavizamiento exponencial y 0.39 para el último dato. Como  $U$  es menor que 1, el suavizamiento exponencial tiene mejor desempeño que el último dato.

La señal de seguimiento que se presenta en la siguiente sección es un método más formal para evaluar la exactitud de los pronósticos y qué tan apropiado es el método que se usa.

## Serial de seguimiento

El pronóstico es una estimación de una variable aleatoria. Se desearía examinar el valor del pronóstico y ver si la probabilidad de que ocurra es razonable. Recuerde que la probabilidad de una variable aleatoria  $X$  se encuentra dentro de cierto intervalo, digamos  $[e, u]$ , está dada por

$$\Pr \{e \leq x \leq u\} = p$$

En este caso interesa más encontrar el intervalo aceptable, por lo que se elegirá una probabilidad y se usará para determinar los límites adecuados, lo cual es similar a las cartas de control de calidad.

Para una distribución normal con media  $\mu$  y desviación estándar  $\sigma$ , se sabe que

$$\Pr \{\mu - K\sigma \leq x \leq \mu + K\sigma\} = p$$

Entonces, si el pronóstico excede estos límites, se tiene una certeza de  $(1 - p)$  de que no se debe al azar sino a una causa assignable, es decir, el error *no* es aleatorio. Se recomienda alguna acción correctiva como un cambio en los parámetros del modelo o el uso de un modelo diferente. Una señal de seguimiento es un método para verificar la aleatoriedad del error del pronóstico. Intuitivamente, la aleatoriedad de la señal de seguimiento debe estar relacionada con el ruido del proceso. Es decir, si no hubiera ruido y el modelo usado fuera un buen ajuste para el proceso real, el error del pronóstico debería ser cero. Si el ruido del proceso tiene una distri-

bución normal con media cero y desviación estándar  $\sigma_e$ , entonces  $e_t$  también tiene una distribución normal con media cero y desviación estándar  $\sigma_e$ .

La señal de seguimiento se usará con base en  $E_t$ , el error acumulado, que es una buena manera de evaluar la naturaleza del error. Se necesita encontrar  $\sigma_E$ , su desviación estándar. Bajo las suposiciones de normalidad,  $\sigma_E$  es una función de  $\sigma_1$  y en consecuencia de  $\sigma_e$  y de los parámetros de la técnica de pronósticos que se está usando. Para suavizamiento exponencial simple, Brown (1963) demuestra que

$$\sigma_E \approx \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} \sigma_e$$

Dado que  $E_t$  es  $N(0, \sigma_E)$ , se puede elegir una probabilidad  $p$  y determinar un intervalo

$$\Pr \{-K\sigma_E \leq E_t \leq K\sigma_E\} = p$$

Aunque no se conoce  $\sigma_E$ , para una distribución normal la desviación absoluta media y la desviación estándar se relaciona (Brown, 1963) por

$$DAM = \sqrt{(2/\pi)} \sigma_e$$

o bien, como la raíz cuadrada de  $2/\pi$  es alrededor de 0.8, DAM es aproximadamente  $O.S \sigma_E$ . Así,

$$\sigma_e \approx \frac{DAM}{0.8}$$

Brown (1963) demostró que  $DAM/0.8$  es una buena estimación de la desviación estándar aun para una distribución no normal. Su estudio empírico mostró que para distribuciones uniforme, exponencial o triangular, la constante sólo varía entre 0.74 y 0.86, por lo que 0.8 es de todas maneras una buena aproximación. Así, la normalidad de los errores del pronóstico es una suposición robusta.

Usando la estimación de la desviación estándar del pronóstico del error, se puede estimar la desviación estándar del error acumulado:

$$\sigma_E \approx \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} \left( \frac{DAM}{0.8} \right)$$

Como la distribución normal es simétrica, los cálculos se pueden simplificar un poco. Recuerde que se quiere especificar una probabilidad que define un intervalo tal que sea probable que  $E_T$  no sea un evento al azar puesto que está fuera de este intervalo. Se define el intervalo en términos de la desviación estándar. Es decir

$$-K\sigma_E \leq E_T \leq K\sigma_E$$

El álgebra que sigue permite expresar el intervalo en términos de la razón del valor absoluto del error acumulado y DAM:

$$|E_T| \leq K\sigma_E$$

$$|E_T| \leq K \left( \sqrt{\frac{1}{2\alpha}} \left( \frac{DAM}{0.8} \right) \right)$$

$$\frac{|E_T|}{DAM} \leq \frac{K}{0.8} \sqrt{\frac{1}{2\alpha}}$$

En lugar de calcular DAM cada periodo, se estimará usando suavizamiento exponencial. Sea  $A_T$  la estimación inicial de DAM encontrada calculando la DAM real para una parte conocida de la serie de tiempo. Para los periodos subsecuentes, la estimación se actualiza mediante

$$\Delta_T = \beta |e_T| + (1 - \beta)\Delta_{T-1}$$

donde ( $\beta$  es una constante de suavizamiento adecuada). Ahora se define el lado izquierdo de la última desigualdad, el cociente del valor absoluto del error acumulado y la estimación de DAM, como la señal de seguimiento en el tiempo  $T$ :

$$\rho_T = \frac{|E_T|}{\Delta_T}$$

Se denota el lado derecho de la desigualdad por  $r$ , y se le da el nombre de número crítico, definido como

$$\eta = \frac{K}{0.8} \sqrt{\frac{1}{2\alpha}}$$

donde  $\alpha$  es la constante de suavizamiento del modelo de pronósticos y  $K$  es un número adecuado de desviaciones estándar. Si

$$\rho_T \leq \eta$$

se dice que el pronóstico está bajo control.

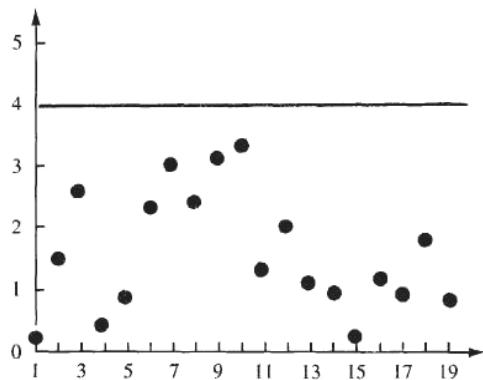
Recuerde que el 95% de una distribución normal queda dentro de  $\pm 2$  desviaciones estándar, de manera que con  $K = 2$  una señal de seguimiento mayor que  $\eta$  ocurrirá, por azar, menos del 5% del tiempo. Si se usara  $\alpha = 0.2$ , con  $K = 2$ , entonces  $\eta$  sería  $3.95 \approx 4$ . Los cálculos para la señal de seguimiento, usando una estimación suavizada de DAM con  $\beta = 0.2$ , están dados en la tabla 4-15 y graneados en la figura 4.15. Como todos los valores son menores que 4, la señal

TABLA 4-15

	$t$	$d_t$	$S_t$	$e_t = d_t - S_{t-1}$	$E_t$	$\Delta_t$	$\rho_t$
Cálculos para una señal de seguimiento	1	105	101	5	5	5.00	1.00
	2	97	100	-4	1	4.80	0.21
	3	107	101	7	8	5.24	1.53
	4	109	102	8	16	5.79	2.76
	5	83	98	-19	-3	8.43	0.36
	6	109	100	11	8	8.95	0.89
	7	117	103	17	25	10.56	2.37
	8	106	103	3	28	9.05	3.10
	9	96	101	-7	21	8.64	2.43
	10	103	101	2	23	7.31	3.15
	11	99	100	-2	21	6.25	3.36
	12	88	97	-12	9	7.40	1.22
	13	103	98	6	15	7.12	2.11
	14	91	96	-7	8	7.09	1.13
	15	94	95	-2	6	6.08	0.99
	16	90	94	-5	1	5.86	0.17
	17	100	95	6	7	5.89	1.19
	18	81	92	-14	-7	7.51	0.93
	19	85	90	-7	-14	7.41	1.89
	20	113	94	23	9	10.53	0.85

**FIGURA 4-15**

Señal de seguimiento  
bajo control



de seguimiento indica que el pronóstico está controlado. Además, no existe una tendencia aparente en la señal de seguimiento, por lo que se continuará pronosticando con este modelo. En lugar de sólo pensar en el pronóstico como dentro o fuera de control, es mejor observar las tendencias. Además, si las observaciones sucesivas están cerca de la región fuera de control, se tiene un motivo de preocupación.

Observe que el número crítico no sólo depende del valor de  $K$  sino también de  $\alpha$ , la constante de suavizamiento para suavizamiento exponencial simple. Si se usan otros modelos,  $r$  ya no es teóricamente correcta. Sin embargo, en la práctica, al elegir valores de  $r$  entre 4 y 6 se tiene suficiente control para la mayor parte de las situaciones. Brown muestra que la variancia del error acumulado está dada aproximadamente por

$$\sigma_E^2 \approx \frac{1}{1 - (1 - \alpha)^{2n}} \sigma_e^2$$

donde  $n$  es el numero de constantes de suavizamiento usadas. Así, para suavizamiento exponencial doble, la relación sería

$$\sigma_E^2 \approx \frac{1}{1 - (1 - \alpha)^4} \sigma_e^2$$

### 7.3 Acción correctiva

Si la señal de seguimiento excede el número crítico, es un indicio de alerta, pero puede ser un evento aleatorio y no un cambio en el proceso. Si dos observaciones consecutivas están fuera de los límites, casi se tiene la seguridad de que algo anda mal. Suponga que se toman los datos de la tabla 4-7 y se suma 20 a todas las demandas después del periodo 5. Al recalcular el pronóstico y otros parámetros relevantes se obtiene la tabla 4-16. La gráfica de la señal de seguimiento se muestra en la figura 4-16.

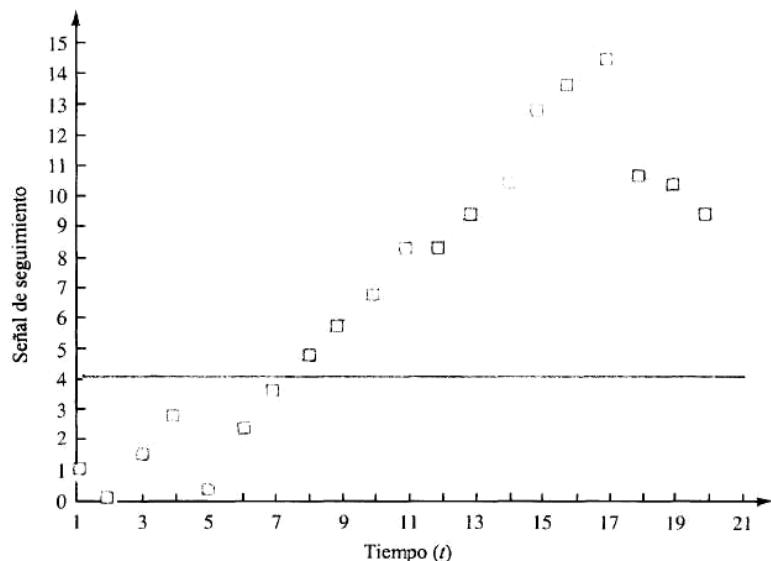
El incremento de la demanda en el periodo 6 provoca que la señal de seguimiento tenga un salto; pero no fuera del límite de control de 4. Aunque la demanda alta continúa, la señal de seguimiento del periodo 7 parece bajo control. Sin embargo, la aparición de una tendencia en la señal de seguimiento debe advertir a la administración que puede existir un problema con el pronóstico. Los períodos posteriores están fuera de control; en la práctica, deben tomarse medidas en el periodo 9.

**TABLA 4-16**

Cálculos para una señal de seguimiento fuera de control

$t$	$d_t$	$S_t$	$e_t$	$E_t$	$\Delta_t$	$\rho_t$
1	105	101	5	5	5.00	1.00
2	97	100	-4	1	4.80	0.21
3	107	101	7	8	5.24	1.53
4	109	102	8	16	5.79	2.76
5	83	98	-19	-3	8.43	0.36
6	129	104	31	28	12.95	2.16
7	137	110	33	61	16.96	3.60
8	126	113	16	77	16.77	4.59
9	116	113	3	80	14.01	5.71
10	123	115	10	90	13.21	6.81
11	119	115	4	94	11.37	8.27
12	108	113	-7	87	10.49	8.29
13	123	115	10	97	10.40	9.33
14	111	114	-4	93	9.12	10.20
15	114	114	0	93	7.29	12.7
16	110	113	-4	89	6.63	13.4
17	120	114	7	96	6.71	14.3
18	101	111	-13	83	7.97	10.42
19	105	109	-6	77	7.57	10.17
20	133	113	24	101	10.86	9.30

Cuando una señal de seguimiento excede el límite de control, es necesario buscar causas asignables. Si se encuentra alguna indicará la acción adecuada. Por ejemplo, suponga que una fuerte campaña de publicidad ha causado un salto en las ventas y se espera que la demanda permanezca en el nuevo nivel. Si se usó suavizamiento exponencial simple para pronosticar porque se supuso que el proceso permanecería constante —pero con un cambio en la demanda media— entonces se hace  $E_t = 0$ , se restablece la estimación de la demanda media y se continúa



**FIGURA 4-16**  
Señal de seguimiento fuera de control

aplicando suavizamiento exponencial simple. Si se espera que el crecimiento continúe, el modelo debe cambiar a uno con tendencia para reflejar las nuevas condiciones. Si ya se usaba un modelo con tendencia, debe volver a estimarse el coeficiente de la pendiente. Aun cuando el pronóstico recupere el cambio en la media del proceso, como ocurre en el periodo 9, debe establecerse  $E_t = 0$  o se seguirá obteniendo una indicación de fuera de control.

Si no se puede encontrar una causa assignable, se supone que algo está mal con el modelo. Una estrategia razonable, si se usan modelos de suavizamiento exponencial, es aumentar el valor de la(s) constante(s) de suavizamiento. Hacer  $N$  más pequeña en un promedio móvil tendrá el mismo efecto. Esto ignorará más rápido la información antigua, lo que parece adecuado si las condiciones cambian con rapidez. Incluso si los nuevos términos son relevantes, como los de variación estacional, ignorar rápido los datos antiguos tenderá a seguir estos cambios.

## **SECCIÓN 7 EJERCICIOS**

**4.40.** Calcule las medidas de error  $e$ ,  $E$ , DAM, ECM y PAME para el pronóstico dado.

$t$	1	2	3	4	5	6	7	8
$d$ ,	375	348	373	337	314	332	283	257
$F$ ,	385	382	373	373	363	349	344	327
$t$	9	10	11	12	13	14	15	16
$d$ ,	269	238	231	225	201	189	219	191
$F$ ,	307	297	280	267	255	240	226	224

**4.41.** Dados los datos, calcule el pronóstico para junio usando un promedio móvil de tres meses y suavizamiento exponencial simple con  $a = 0.1$  y  $a = 0.3$ . Calcule DAM para cada uno de febrero a mayo y diga qué modelo usaría.

Mes	Real	Pronóstico
Marzo	850	800
Abril	900	
Mayo	975	
Junio	950	

**4.42.** Dados los datos de la demanda mensual de un producto, determine el método de pronósticos que proporciona la menor desviación absoluta media para los últimos cuatro meses. (Sugerencia: gráfique los datos primero y haga una suposición sobre el modelo esencial para el proceso.)

Observación	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ventas	19	17	22	19	18	23	18	16	20	18

**4.43.** Una compañía usa suavizamiento exponencial simple con  $a = 0.1$  para pronosticar la demanda de cajas de guantes de hule. El pronóstico de esta semana fue 237 cajas y la demanda real 205.

- a) ¿Cuál es su pronóstico para la próxima semana?
- b) ¿Cuál es su pronóstico para dentro de tres semanas?
- c) Si la suma acumulada de los errores de pronóstico antes de esta semana era 23 y la estimación

de la desviación absoluta media era 10.6, ¿piensa usted que el sistema de pronósticos está funcionando bien? Explique.

- 4.44. AutoCell utiliza el método de Winters para pronosticar la demanda trimestral para sus baterías de automóvil. El pronóstico para este trimestre fue  $F_T = 107$  baterías y la demanda real fue  $d_t = 97$ . Las estimaciones de la ordenada y la tendencia fueron  $S_T = 101$  y  $B_T = 18$ . Los factores estacionales son  $c_{T-3} = 0.9$ ,  $c_{T-2} = 1.0$ ,  $c_{T-1} = 1.2$  y  $c_T = 0.9$ . Las constantes de suavizamiento son  $\alpha = \beta = \gamma = 0.1$ .
- ¿Cuál es el pronóstico para el siguiente trimestre?
  - ¿Cuál es el pronóstico para dentro de dos períodos?
  - Si la estimación suavizada de los errores de pronóstico para este trimestre era 2.0 y la estimación suavizada de la desviación absoluta media era 3.7, ¿piensa usted que el desempeño del sistema de pronóstico es bueno? Explique.

## **8 SOFTWARE**

Existen cientos de paquetes de pronósticos disponibles para su aplicación en computadora, que van de los sencillos macros de Excel o Lotus a complicados paquetes estadísticos como SAS y SPSS. Existen paquetes para todos los métodos cuantitativos, incluyendo los bayesianos y redes neuronales, así como algunos de los métodos cualitativos. Debido a los rápidos avances en el campo no se presentará una investigación exhaustiva. Reilly (1990) y Fildes (1988) analizan los requerimientos de un paquete de software de pronósticos e ilustran algunos paquetes específicos. Compton y Compton (1990), Aghazadeh y Romal (1992) y Yurkiewicz (1993) realizaron otras investigaciones que enumeran paquetes y sus características. Las evaluaciones de paquetes específicos se publican en periódicos y revistas. Las revisiones de dos versiones de SmartForecasts son habituales y muestran la naturaleza dinámica de la industria del software; vea Perttula (1991) y Fuller (1993).

Tal vez lo más importante que se debe buscar en un paquete de software es el número de métodos de pronósticos que proporciona y cómo elige los métodos y los parámetros. Los paquetes menos costosos requieren que el usuario los especifique. La elección de los más adecuados casi siempre lleva mucho tiempo. Los mejores paquetes hacen una selección "óptima" tanto del método como de los parámetros, y la mayoría de ellos también permiten al usuario especificarlos, lo cual es una característica excelente.

La comunicación con otros paquetes es también una característica importante. Con frecuencia, la entrada viene de una base de datos y debe poder leerlos con facilidad. Además, la salida debe poderse exportar a generadores de informes. Para muchos usuarios es necesaria la compatibilidad con la hoja de cálculo. La salida gráfica hace que una audiencia más amplia entienda los resultados, y debe disponerse de características avanzadas, como predicción de intervalos y señales de seguimiento.

En cualquier caso, el paquete debe ser amigable. Si no lo es, muy pronto dejará de usarse por otro que lo sea. El usuario debe tener conocimientos básicos de los métodos que usa el paquete; esto asegurará que sea adecuado para la aplicación y dará al usuario confianza en los resultados.

Las necesidades de una situación particular dictarán qué tipo de paquete, si se necesita uno, debe usarse. El propietario de una franquicia de McDonald's que desea pronosticar las ventas totales (en dólares) para cada mes es probable que tenga suficiente con un paquete sencillo para computadora personal o incluso con una hoja de cálculo. Sin embargo, una compañía

grande que pronostica la demanda semanal de miles de artículos necesita un sistema más complejo. Las bases de datos corporativas proporcionan la entrada y es probable que sólo unas cuantas personas usen los pronósticos. En este caso, debe emplearse un enfoque de equipo de trabajo para definir las necesidades y comparar la disponibilidad de paquetes con los costos y los requerimientos.

Todavía más importante, el paquete debe ser sólo una parte del sistema de pronósticos. El juicio subjetivo y la intervención humana son necesarios; si no se usan, el resultado más probable será un desempeño muy pobre.

## **9 LOS PRONÓSTICOS EN LA PRÁCTICA**

Se ha dicho, y muchos están de acuerdo, que los pronósticos son inciertos, imprecisos e inevitables. Esto último significa que todas las empresas deben pronosticar; la diferencia es la formalidad de su sistema de pronósticos. Como se vio en la presentación del software, una simple hoja de cálculo puede ser todo lo que se necesite. Una investigación reciente (Sanders y Manrodt, 1994) indica que en la práctica son preferibles las técnicas sencillas. No obstante, muchas compañías requieren un gerente de pronósticos y personal para desarrollarlos.

Se pueden encontrar entrevistas con algunas personas que se dedican a pronósticos en *The Journal of Business Forecasting*; vea ejemplos en Cristo y Jain (1992) y Geesaman y Jain (1992). De éstos se puede describir un situación de pronósticos típica. El número de artículos para los que se necesitan pronósticos es, por lo general, entre 500 y 3000. Casi siempre se hacen pronósticos para los siguientes doce meses, tanto en unidades como en dólares. Los pronósticos de unidades se usan para producción y los de dólares, para planeación financiera. Antes de completar el proceso, equipos compuestos de personal de producción, mercadotecnia y ventas analizan los pronósticos. Dos años de datos parece ser una cantidad común para hacer los pronósticos. Las desviaciones normales del pronóstico respecto a los valores reales van de 5 a 40%. Una buena fuente de información específica sobre aplicaciones es *The Journal of Business Forecasting*; Meyer (1992) presenta pronósticos para Schlegel Corporation y el cuadro 4-1 analiza pronósticos para Howmedica (Anderson, 1991).

Para reducir un número grande de artículos que requieren pronósticos, se categorizan en orden de importancia. Es común que un pequeño porcentaje (alrededor del 15%) de los artículos signifique un gran volumen de las ventas en dólares (cerca del 70%). Un segundo grupo de artículos (20%) corresponderá a otro 15%. El 60% restante de los artículos representa sólo alrededor del 15% de las ventas en dólares. La tercera categoría de artículos se pronostica como grupos que tienen características similares. Los métodos usados en la primera clase de artículos pueden ser complejos puesto que son los más importantes. Este concepto se conoce como análisis ABC y se describe con mayor detalle en el capítulo 6.

Fisher *et al* (1994) proponen la filosofía del pronóstico de **respuesta exacta**, basada en el reconocimiento de la diferencia entre el costo por faltantes y los precios rebajados (sección 2.5) y una categorización de los productos según la variancia del pronóstico. Ésta se puede obtener mediante un análisis estadístico de pronósticos múltiples de la demanda. Inicialmente, la compañía produce un pequeño porcentaje de los artículos con pronóstico de alta variancia y un porcentaje alto de los productos con pronóstico de baja variancia, esto libera capacidad para, más adelante, hacer artículos con alta variancia una vez que se cuente con más información, el resultado es menos faltantes y menos precios rebajados.

**CUADRO 4-1****PRONÓSTICO DE DEMANDA EN HOWMEDICA**

El pronóstico de la demanda en Howmedica se hace primero agrupando productos similares en familias y después estableciendo la etapa del ciclo de vida en la que está cada familia... la posición en el mercado, la tasa de uso y la repetición de compra son los elementos clave usados en la proyección de ventas de productos de introducción reciente... las expectativas de ventas de los administradores son, con frecuencia, mucho más altas que el pronóstico.

Howmedica es una división de Pfizer Hospital Products Group con centros de manufactura y distribución en todo el mundo. Los productos que se fabrican y venden se pueden dividir en tres categorías: 1) productos reconstructivos para reemplazo completo de coyunturas, 2) productos de trauma para ayudar a sanar fracturas de huesos y 3) instrumentación para sistemas genéricos y específicos. Estas tres categorías incluyen más de 6000 artículos en total, lo cual indica que deben pronosticarse tan eficientemente como sea posible.

La competencia está formada por divisiones de muchas compañías grandes de medicamentos, incluyendo Bristol Myers y Johnson & Johnson. Compiten en prácticamente todos los mercados que Howmedica sirve. La red de distribución está compuesta por distribuidores (llamados clientes) y agencias (llamadas ventas directas y carga de inventario).

**¿POR QUÉ SE PRONOSTICA?**

La política de Howmedica es surtir las órdenes a partir del inventario; esto requiere pronósticos de cada artículo. El departamento de manufactura usa las unidades de ventas pronosticadas (pronóstico de demanda) para la planeación de inventario a corto plazo y para la planeación de recursos a largo plazo. En la primera se usan los pronósticos como entrada al sistema MRP. Para el largo plazo se usan para determinar el nivel de empleados y los requerimientos para la planta y el equipo. Los pronósticos de demanda también se usan como entrada para la presupuestación departamental y de ventas.

**PROCESO DE PRONÓSTICOS**

Todos los pronósticos de ventas se originan en el departamento de pronósticos, que es el único responsable de esta función. Los pronósticos de ventas (unidades) se informan al departamento de finanzas como entrada al proceso de presupuestación financiera.

Los pronósticos en unidades (demanda de clientes) para nuevos pronósticos se desarrollan mediante simulaciones. Éstas se basan en los planes de lanzamiento de productos. El gerente de mercadotecnia aprueba estos planes, que después se cuantifican usando relaciones de inventario y de uso por el cliente.

Los pronósticos de ventas en unidades (demanda de clientes) para los productos existentes se preparan y aprueban exclusivamente en el departamento de pronósticos. Cada mes se revisa que sean razonables y se corrigen si es necesario. Además, aun cuando los pronósticos tengan buen seguimiento, deben corregirse al menos cada tres meses.

Se ha encontrado que la selección de un modelo de pronósticos para un producto dado depende mucho de la etapa en el ciclo de vida (productos de reciente introducción, productos maduros, productos con demanda decreciente y productos obsoletos) que estén bajo consideración; los modelos para pronósticos adecuados se analizan a continuación.

**CUADRO 4-1  
(continuación)**
**PRODUCTOS DE INTRODUCCIÓN RECENTE**

Cuando se trata de productos de introducción reciente se usa simulación para preparar los pronósticos de demanda de inventario, ya que ayuda a especificar los parámetros básicos necesarios para estimar la demanda en el momento del lanzamiento. La interacción de los detalles de entrada básicos, a su vez, produce el pronóstico del producto a nivel de artículo. Para el tipo de mercado industrial, como el de Howmedica, es común el uso de los siguientes parámetros:

**1. Número de clientes:** Esto se determina por consenso con los grupos de mercadotecnia y ventas. El total representa el número de clientes que quedarán activos a partir de los clientes actuales y que se generarán de fuentes externas. Si el nuevo producto está en un mercado en el que no se ha participado, su tamaño de mercado y participación potencial se estima a través de encuestas de mercado primarias/secundarias. Sin embargo, la mayor parte del negocio inicial de un nuevo producto viene de los propios clientes. Al flujo inmediato de actividad debido a los propios clientes, sigue una conversión de las cuentas competitivas. El proceso de conversión competitiva casi siempre es lento.

**2. Tasa de uso por el cliente:** La tasa de uso por el cliente es el parámetro que sigue en importancia. Una vez que el sistema del nuevo producto se coloca con el cliente, el uso comienza casi de inmediato. El uso para Howmedica se da en términos del número de procedimientos quirúrgicos por cliente, por año. Cada procedimiento quirúrgico requiere una cantidad específica de familias distintas de componentes. El número de procedimientos quirúrgicos anuales se deriva de la experiencia con otros productos similares introducidos en el pasado.

**3. Distribución de tamaños dentro de una familia:** La distribución del uso de los artículos individuales dentro de las familias de productos, con frecuencia se relaciona con una distribución del tamaño anatómico. Las distribuciones anatómicas están directamente determinadas por la(s) distribución(es) de frecuencia de los tamaños físicos de las distintas partes del esqueleto humano. Una vez que se estiman los parámetros anteriores, se calcula el pronóstico por artículo para cada periodo futuro (posterior al lanzamiento del nuevo producto), determinando los requerimientos de inventario en almacén para todos los clientes nuevos de ese periodo (carga de inventario) y el uso proyectado para ese periodo por todos los clientes que estaban colocados hasta la fecha. En términos de una fórmula:

$$\text{Pronóstico del nivel de artículo} = (A \times B) + (C \times D \times E \times F)$$

donde  $A$  = nuevos clientes por periodo

$B$  — inventario por cliente

$C$  = clientes acumulados hasta la fecha

$D$  - tasa de uso por periodo

$E$  = distribución del tamaflo dentro de la familia

$F$  = factor de carga de trabajo del periodo

Como ejemplo, en junio de 1991, Howmedica intenta colocar 50 ( $A$ ) nuevos sistemas de cadera completa en hospitales que compran a la competencia. El sistema de cadera tiene 5 tamaños (de extra chico a extra grande) y el hospital recibe 2 ( $B$ ) de cada tamaño para un total de 10 unidades. A la fecha, Howmedica ha acumulado 200 ( $C$ ) nuevos clientes que usan este sistema, y la tasa agregada de procedimientos quirúrgicos es 2 ( $D$ ) por mes. El tamaño mediano, al que se dedicará atención, se usa 35% ( $E$ ) del tiempo. Como junio tiene 24 días hábiles, el factor de carga de trabajo del periodo es 1.166 ( $F$ ). El factor de carga de trabajo se calcula como: 1.166 = 24 (número de días hábiles en un mes)/ 20.58 (días hábiles promedio por mes). Los días hábi-

**CUADRO 4-1**  
**(continuación)**

les promedio por mes se calculan como  $20.5 \times 8 = 247$  (días hábiles por año)/12 (número de meses en el año).

El pronóstico de este artículo será

$$256 \text{ (unidades)} = (50 \times 2) + (200 \times 2 \times 0.35 \times 1.166)$$

Estableciéndolo de manera más sencilla, la fórmula se vería:

$$(\text{inventario para nuevos clientes}) + (\text{utilización de clientes existentes})$$

Como ésta es una simulación, las fórmulas se desarrollan de manera que se utilicen los datos de los campos de entrada, los cuales pueden cambiarse con facilidad.

Este pronóstico produce la cantidad de requerimientos a nivel de artículo. Debe analizarse la exactitud de los parámetros de entrada, que en realidad es lo que se está pronosticando. Los pronósticos expuestos se deben generar insertando todos los parámetros conocidos (base de clientes, tasas de uso, etc.) y después comparando el nivel de demanda real del artículo con el pronóstico para comprobar su validez.

### PRODUCTOS MADUROS

Los productos que exhiben tendencias definibles y patrones estacionales sólidos se llaman productos maduros. Éstos deben tener al menos dos años de demanda histórica. Los pronósticos de tales productos se generan pronosticando la demanda de una familia de un sistema de productos. La familia se define como un grupo de productos de la misma línea con patrones de demanda similares. Los pronósticos de tales productos se generan pronosticando la familia independiente de un sistema de productos. La familia independiente se define como el grupo de productos que en realidad determina la demanda de otros miembros de la familia. Las otras familias (dependientes) dentro del sistema de productos tiene relaciones consistentes con la familia independiente. En otras palabras, cada vez que se realiza un procedimiento quirúrgico de cadera completa, se usan tres componentes:

1. Alma de cadera de metal (familia independiente)
2. Cubierta de cadera de metal (familia dependiente)
3. Inserto de plástico para la cubierta (familia dependiente)

Como se usa la misma cantidad (1) de cada componente, no es necesario pronosticar cada una, sólo la componente considerada como el indicador de actividad del sistema (alma de cadera de metal).

Dependiendo del producto, una familia independiente puede tener de cero a diez o más dependientes. Además, por el volumen evidente de productos que debe pronosticarse, se alterna entre dos conjuntos de familias independientes y se pronostica cada una un mes sí y otro no. El procedimiento para pronosticar estas familias es:

1. Se selecciona el grupo de familias independientes para pronosticar.
2. Se saca de la computadora principal la demanda histórica. La historia está en términos de unidades por día laborable, por mes. El número de días hábiles cada mes varía de un año a otro. Enero puede tener 10,15 o 16 días laborables, según el año.
3. Se descomponen los datos en estacionalidad y tendencia. La calidad de la tendencia se determina por el buen ajuste. La calidad de la estacionalidad se determina mediante la cercanía de los índices mensuales de los distintos años.

**CUADRO 4-1**  
**(continuación)**

4. Se selecciona el modelo de pronósticos que represente mejor las características de este grupo de productos. Se usan modelos como el de descomposición. El pronóstico que proporciona un modelo no es definitivo. Si el modelo da resultados que son contradictorios a los de la tendencia del ciclo de vida, éstos pueden ser más poderosos que los otros. Si la proyección del modelo parece razonable, los resultados se guardan en un archivo de hoja de cálculo.
5. Los pronósticos en unidades de familia se desglosan en pronósticos en unidades de miembros usando sus relaciones pasadas.
6. Se mandan los nuevos pronósticos a la computadora principal y se guardan. La computadora principal es más una instalación para almacenamiento de datos que para la preparación de pronósticos.
7. Despues, los pronósticos de las familias independiente y la dependiente se usan para generar el pronóstico a nivel de artículos, usando un proceso que se llama forzamiento. Éste aplica un factor previamente calculado que se deriva del cálculo de la contribución de la demanda histórica del artículo a la demanda de la familia para los últimos seis meses. Este porcentaje de asignación se aplica a cada uno de los meses pronosticados que se actualizan en el archivo de pronósticos. Todo esto se hace en una PC. Los resultados de los pronósticos generados en PC entonces se ajustan para distintos programas de mercadotecnia, incluyendo actualizaciones de productos y promociones.

### PRODUCTOS CON DEMANDA DECRECIENTE

Éstos son los productos que todavía son viables, pero su demanda está disminuyendo. Periódicamente, se prueba si una familia de productos o un producto está o no en la etapa de declinación en su ciclo de vida. Para este tipo de productos, el mejor pronóstico se obtiene con promedios móviles simples y suavizamiento exponencial simple. Cuando se comparan los pronósticos obtenidos por un software estándar para PC, el promedio móvil de seis meses por lo general tiene mejor desempeño que cualquier otro. Cuando esto ocurre, se permite que la familia independiente y sus series dependientes sean pronosticadas con un promedio móvil simple. Esta técnica de pronósticos se utiliza hasta que los grupos de productos alcanzan su etapa de obsolescencia.

### PRODUCTOS OBSOLETOS

El producto que se encuentra al final de su ciclo de vida se etiqueta como obsoleto. Periódicamente se evalúa si una familia dada de productos o un producto debe o no considerarse obsoleto. Esto se hace estudiando los datos históricos de ventas, las proyecciones de tendencia y las tendencias de la industria de productos similares. Luego, se comunican las recomendaciones a la administración para que se aprueben.

### EXACTITUD DEL PRONÓSTICO

Con frecuencia se prueba la exactitud de los modelos preparando pronósticos expuestos (pronósticos para períodos en que se conocen datos reales). Esto ayuda a seleccionar un modelo adecuado. También indica qué tipo de error esperar en el futuro. La experiencia muestra que el tamaño del error depende mucho de la etapa en el ciclo de vida en que se encuentra el producto. En la etapa de introducción, la tasa de error puede oscilar entre 25% y 30%. Para los productos maduros, las tasas de error se encuentran alrededor de 10%. Los productos con ventas decrecientes tienen tasa de error de alrededor de 20%.

**CUADRO 4-1**  
*(continuación)*
**PROBLEMAS, RETOS Y OPORTUNIDADES**

Con frecuencia es difícil comunicar a los usuarios de pronósticos la manera en que se desearon. El trabajo se hace aún más difícil cuando el usuario no tiene antecedentes estadística y pronósticos. Cuantos más entiendan cómo se preparan los pronósticos, mayor será su conocimiento sobre lo que un pronóstico puede hacer y lo que no. Muchas veces la expectativa del usuario son mucho más altas que las del pronosticador. Además, por la falta de entendimiento con frecuencia los pronósticos no se usan correctamente. Pronosticar es una combinación entre el arte y la ciencia; aunque en la mente del usuario se trata más de un arte que de una ciencia. Esta percepción tiene que cambiar. Esto se puede lograr no haciendo que lo que hacemos parezca más difícil sino haciéndolo más sencillo.

*Fuente:* Anderson (1991). Usado con permiso.

## **10 EVOLUCIÓN**

Es sencillo imaginar al hombre primitivo intentando predecir el regreso de las hordas de caza o el inicio de la primavera. Los pronósticos formales comenzaron con el trabajo de los matemáticos y los estadísticos hace varios cientos de años. En términos de los pronósticos que se conocen hoy, es probable que el trabajo pionero sea el libro de R. G. Brown (1962), que sigue siendo una referencia útil. También Box y Jenkins (1976) hicieron una contribución sustancial, trasladando los pronósticos a un nuevo territorio. Pero más que ninguna persona, la computadora a marcado el mayor cambio en los pronósticos y esos paquetes elaborados de bajo costo y de uso sencillo han puesto los pronósticos a la disposición de todos.

## **11 RESUMEN**

En este capítulo se estudiaron los pronósticos. Se inició (secciones 1 y 2) con los sistemas de pronósticos vistos en el contexto de la solución de problemas. Primero se estableció la necesidad de un pronóstico. La disponibilidad de datos con frecuencia dicta el tipo de modelo/método de pronósticos que se usa, pero si no se dispone de datos ni es posible recopilarlos, se pueden usar modelos/métodos cualitativos, que incluyen investigaciones de mercado, opinión de expertos y el método Delphi (sección 3). Se analizaron estos modelos/métodos y se resaltaron las fortalezas y debilidades de cada uno. También se vieron aplicaciones prácticas.

Si se dispone de datos o se pueden recolectar, se usan modelos cualitativos. El enfoque para usar estos modelos es identificar el patrón que sigue el proceso, usar un modelo adecuado para ese patrón y elegir un método correcto para ese modelo. Si existe y se puede identificar una relación causa-efecto entre una o más de las variables independientes y la cantidad a pronosticar, se usan métodos causales (sección 4). La regresión lineal simple es una manera usual de pronosticar y se estudió con detalle. En ella, se estiman los parámetros mediante mínimos cuadrados y la ecuación que resulta proporciona el pronóstico. También se incluyó regresión múltiple.

**TABLA 4-17**

Resumen de métodos de pronósticos

Proceso	Método	Datos	Tiempo	Costo	Complejidad
Constante	Último dato	1	Corto	Bajo	Baja
	Promedio	>5	Corto, medio	Bajo	Baja
	Promedio móvil	5-10	Corto, medio	Bajo	Baja
	Suavizamiento exponencial	>3	Corto, medio	Bajo	Baja
Tendencia	Promedio móvil doble	>10	Corto, medio	Bajo	Moderada
	Suavizamiento exponencial doble	>10	Corto, medio	Bajo	Moderada
	Regresión	>10	Corto, medio, largo	Modesto	Moderada
Estacional	Suavizamiento de 3 factores de Winters	2 estaciones	Corto, medio	Modesto	Moderada
Desconocido	Investigación de mercado	Ninguno	Corto, medio, largo	Alto	Moderada
	Método Delphi	Ninguno	Corto, medio, largo	Alto	Moderada

Datos = número mínimo de período requerido

Tiempo = horizonte del pronóstico

Costo = gastos del método

Complejidad = facilidad de uso/comprendición

Si no es posible determinar las relaciones causales, se usan métodos de series de tiempo (sección 5). Los métodos más utilizados son promedio simple, promedios móviles y suavizamiento exponencial. Éstos se estudiaron para modelos de procesos constante, con tendencia y estacional. La tabla 4-17 resume varios métodos de pronósticos.

En la sección 6 se mencionaron algunas técnicas cualitativas, causales y de series de tiempo adicionales. Aunque son especializadas, avanzadas o no muy aceptadas para un estudio completo, se proporcionaron referencias con información más detallada.

El control de pronósticos (sección 7) es importante para cualquier sistema de pronósticos; debe tenerse una indicación sobre el desempeño del sistema. El error del pronóstico, las señales de seguimiento y las acciones correctivas se cubrieron con minucia.

Después se analizó el software para pronosticar y se dieron algunos comentarios sobre la experiencia práctica. El capítulo se concluyó con la evolución de los pronósticos.

## **MINICASO: BF SWINGS**

Ben Floyd disfrutó en grande el taller de carpintería en la secundaria; así que usó parte de una herencia para comprar algunas herramientas básicas para trabajar la madera. Comenzó haciendo trabajos especiales y un día hizo un sofá-columpio para el porche de su casa. Varias personas lo vieron y le pidieron que les hiciera uno. Se corrió la voz y llegaron muchos clientes. En junio de 1991 se casó con Bobbie Ruth, graduada de mercadotecnia. Bobbie Ruth vio la oportunidad de ampliar el negocio de columpios a productos similares y eventualmente tener herramientas, material para construcciones y tiendas de muebles. Así nació BF Swings. Por el amor

a su trabajo y la habilidad mercadológica de Bobbie Ruth, el negocio prosperó. Hoy f&brican bancos y cunas además de columpios. La compañía tiene 35 empleados cinco días a la semana con ventas cercanas a 1.4 millones de dólares.

I

Sin embargo, no todo es color de rosa en BFS. Debido al crecimiento y la falta de conocimientos de Ben, piensan que se enfrentan a problemas serios. Para evitar esto han decidido contratar a alguien con conocimientos de sistemas de producción para ayudarlos. Después de entrevistar a muchos candidatos sobresalientes lo escogieron a usted para el puesto.

Se atacarán otros problemas más adelante, pero ahora Ben está preocupado por la producción del mes próximo. Lupe, la contadora, le dice que los costos del tiempo extra constituyen una gran parte de sus costos de operación y que deben contratar más trabajadores para reducirlo. Samir, el supervisor de la planta, les recuerda que con sólo agregar personal no se aumenta la capacidad, ya que se puede necesitar equipo adicional. Ben está de acuerdo, excepto que lijado, ensamble y terminado requieren muy poco o ningún equipo.

La siguiente tabla da el tiempo estándar de procesamiento (en minutos) para cada "operación" de los tres productos. Contiene el tiempo esperado disponible en cada departamento por semana. Este tiempo está ajustado para permitir el mantenimiento preventivo y el inesperado y el tiempo personal de los operadores. También se proporciona el número de empleados que trabajan actualmente en el departamento.

Departamento	Tiempo de procesado (min)			Disponibilidad	
	Banco	Cuna	Columpio	Horas	Personas
Perforado	7	10	11	70	2
Tornos	15	0	0	35	1
Sierra de corte	3	16	10	105	3
Sierra caladora	0	3	4	35	1
Ranurado	0	10	8	70	2
Cepillado	0	22	11	105	3
Ruteadora/formadora	0	3	3	35	1
Nivelado	0	13	7	70	2
Lijado	5	25	35	145	4
Ensamble	12	30	45	150	4
Terminado	5	15	22	80	2

Bobbie Ruth ha guardado algunos registros de demanda. Se proporciona la demanda histórica semanal para los tres productos. La demanda está en unidades, por ejemplo, número de bancos, cunas o columpios. Estos números incluyen los artículos vendidos y las órdenes no satisfechas por faltantes. La semana 1 es la primera semana de enero de 1995 y la 117 es la cuarta de marzo de 1997.

Sem.	Banco	Cuna	Col.	Sem.	Banco	Cuna	Col.	Sem.	Banco	Cuna	Col.
1	105	234	18	21	104	234	321	41	95	299	22
2	101	248	21	22	99	249	338	42	106	266	15
3	106	276	28	23	100	292	50	43	98	305	18
4	108	225	16	24	108	261	27	44	113	273	14
5	91	228	29	25	105	264	64	45	90	292	27
6	101	247	25	26	99	265	44	46	80	326	15
7	100	275	22	27	107	261	222	47	100	277	19
8	101	251	24	28	96	256	30	48	100	256	22
9	109	251	27	29	96	254	200	49	75	246	27
10	108	241	37	30	107	304	30	50	106	312	22
11	88	236	24	31	98	279	33	51	88	320	32
12	100	254	26	32	85	262	89	52	95	292	21
13	102	248	28	33	86	261	198	53	132	277	29
14	99	229	139	34	116	265	34	54	100	275	18
15	100	243	161	35	126	299	278	55	109	295	32
16	109	254	216	36	95	291	75	56	102	308	28
17	102	272	112	37	99	321	168	57	106	262	23
18	99	249	76	38	111	295	104	58	100	318	24
19	113	248	275	39	115	277	41	59	105	306	29
20	96	302	41	40	108	275	24	60	107	303	38

Sem.	Banco	Cuna	Col.	Sem.	Banco	Cuna	Col.	Sem.	Banco	Cuna	Col.
61	88	281	25	80	106	320	44	99	106	309	24
62	99	341	25	81	105	312	42	100	118	345	23
63	121	302	22	82	86	341	111	101	94	357	20
64	113	303	21	83	99	350	35	102	81	330	20
65	97	324	28	84	104	364	37	103	106	323	25
66	86	344	198	85	113	310	185	104	107	327	27
67	101	311	177	86	100	289	139	105	88	368	31
68	100	271	173	87	95	356	81	106	110	325	27
69	96	320	65	88	100	331	50	107	88	348	22
70	116	305	295	89	103	342	161	108	121	336	32
71	104	332	264	90	115	308	133	109	94	361	26
72	102	323	66	91	107	335	29	110	101	350	23
73	99	293	204	92	95	352	20	111	113	343	27
74	114	324	56	93	92	362	15	112	86	356	18
75	101	311	44	94	109	343	22	113	95	353	27
76	88	324	267	95	116	356	22	114	101	308	22
77	94	328	300	96	103	324	34	115	103	345	27
78	100	355	311	97	104	348	17	116	103	342	21
79	110	317	236	98	96	337	21				

Prepare un informe para Ben recomendándole niveles de fuerza de trabajo para las siguientes ocho semanas. ¿Cuánta confianza tiene en sus resultados? Suponga que las demandas reales de los productos en las siguientes cuatro semanas se dan en la siguiente tabla:

Semana	Banco	Cuna	Columpio
117	100	344	24
118	109	352	146
119	90	368	279
120	106	361	64

¿Cambia esto su recomendación para las semanas 121 a la 124? Explique.

## 12 REFERENCIAS

- Aghazadeh, S. M. y Romal, J. B., "A Directory of 66 Packages for Forecasting and Statistical Aijjalysis", *The Journal of Business Forecasting*, verano 1992, pp. 14-20.
- Anderson, T., "Demand Forecasting at Howmedica", *The Journal of Business Forecasting*, veraijio 1991, pp. 14-20.
- Armstrong, J. S., "Forecasting by Extrapolation: Conclusions from 25 Years of Research", *INTERFACES*, 14, 52-66,1984.
- Avery, S. "Power Transmission Recovers: Manufacturers Hike Prices", *Purchasing*, 114,57-61, 1993.
- Barron, M. y Targett, D., *The Manager's Guide to Business Forecasting*, Basil Blackwell, Ltd., Oxford, UK, 1985.
- Beasley, J. E., "Forecasting Environmental Protection Legislation Using Cross-Impact Analysis", *Long Range Planning*, 17, 132-138, 1984.
- Belt, D., "Neural Networks: Practical Retail Applications", *Discount Merchandiser*, 33, Rij9-RT12, 1993.
- Boehm, T. P., Mandy, D. M. y O Hará, M. D., "Modelling Aid to Families with Dependent Cjhildren", *Survey of Business*, 28, 2-9, 1992.
- Box, G. E. P. y Jenkins, G. M., *Times Series Analysis—Forecasting and Control*, Holden-DayJ Inc. San Francisco, 1976.
- Bradford, J. W. y Sugrue, P. K., "A Bayesian Approach to the Two-Period Style-Goods Inventóry Problem with Single Replenishment and Heterogeneous Poisson Demands", *Journal ofthe Operational Research Society*, 41, 211-218, 1990.
- Brown, R.G., *Smoothing, Forecasting and Prediction ofDiscrete Time Series*, Prentice Hall, Inj:, Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- Calzolari, G. y Panattoni, L., "Mode Predictors in Nonlinear Systems with Identities", *International Journal of Forecasting*, 6, 317-326, 1990.
- Chester, M., *Neural Networks: A Tutorial*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1993.
- Chu, C-H y Widjaja, D., "Neural Network Systems for Forecasting Method Selection", *Decisión Support Systems*, 12,13-24,1994.
- Compton, J. C. y Compton S. B., *Successful Business Forecasting*, TAB Books, Blue Ridge Sufnmit, PA, 1990.
- Cook, T. "Understand Your Customer Before Preparing Forecasts", *Journal of Business Forecasting Methods & Systems*, 13, 27-29,1994/1995.
- Cristo, S. y Jain, C. L., "Forecasting at Colgate-Palmolive Company", *The Journal ofBusiness/Forecasting*, primavera 1992, pp. 14-20.
- Duncan, G., Gorr, W. y Szczypula, J., "Bayesian Forecasting for Seemingly Unrelated Time Series: Application to Local Government Revenue Forecasting", *Management Science*, 39, 275-293,1993.
- Emmons , H., Flowers, A. D. Khot, C. M., y Mathur, K., *STORM: Quantitative Modeling for Decisión Support*, Holden-Day, Oakland, CA, 1989.
- Ezop, P., "Datábase Marketing Research", *Marketing Research: A Magazine of Management & Applications*, 6, 34-41,1994.
- Fausett, L. V., *Fundamentáis of Neural Networks: Architectures, Algorithms, and Applications*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- Fildes, R., "Quantitative Forecasting—the State ofthe Art: Econometric Models", *Journal ofThe Operational Research Society*, 36, 549-580, 1985.
- Fildes, R., "Reviewing Forecasting Software—An Essay", *Journal ofThe Operational Research Society*, 39, 773-778, 1988.
- Fisher, M. L., Hammond, J. H., Obermeyer, W. R., y Raman, A., "Making Supply Meet Demand in an Uncertain World", *Harvard Business Review*, 72, 83-92, 1994.
- Fuller, M., "Software Review", *OR/MS Today*, diciembre 1993, pp. 58-60.

- Geesaman, T. A. y Jain, C. L., "Forecasting at McCormick & Company", *The Journal of Business Forecasting*, invierno, 1991-1992, pp. 3-5. Goldfarb, D. L. y Huss, W. R., "Building Scenarios for an Electric Utility", *LongRange Planning*, 21, 78-85, 1988. Goss, B. A., "The Forecasting Approach to Efficiency in the Wool Market", *Applied Economics*, 22, 973-993, 1990. Grambsch, P. y Stahel, W. A., "Forecasting Demand for Special Telephone Services—A Case Study", *InternationalJournal of Forecasting*, 6, 53-64, 1990.
- Greis, N. P. y Gilstein, C. Z., "Empirical Bayes Methods for Telecommunications Forecasting." *InternationalJournal of Forecasting*, 7, 183-197, 1991. Huss, W. R., "A Move Toward Scenario Analysis", *InternationalJournal of Forecasting*, 4, 377-388,
1988. Jarrett, J., "Forecasting Seasonal Time Series of Corporate Earnings: A Note", *Decisión Sciences*, 21, 888-894, 1990. Kaynak, E., Bloom, J., y Leibold, M., "Using the Delphi Technique to Predict Future Tourism Potential", *Marketing Intelligence & Planning*, 12, 18-29, 1994. Koch, P. D. y Koch, T. W., "Forecasting Stock Returns in the Japanese, UK and US Markets During the Crash of October 1987", *Managerial Finance*, 20, 68-89, 1994. Kress, G. J. y Snyder, J., *Forecasting and Market Analysis Techniques*, Quorum Books, Westport, CT,
1994. Lenk, P. J., "Hierarchical Bayes Forecasts of Multinomial Dirichlet Data Applied to Coupon Redemptions", *Journal of Forecasting*, 11,603-619, 1992. Levenbach, H. y Cleary, J. P., *TheModern Forecaster: The Forecasting Process Through Data Analysis*,
- Lifetime Learning Publications, Belmont, CA, 1984. Lin, E. Y. H., Sharma, B., y Otuteye, E., "An ARIMA Model for Canadian Union Membership Growth, 19U-19S5" *Applied Economics*, 24, 1035-1041, 1992. Lin, W. T., "Analysis and Forecasting of Income Statement Account Balances: The Dynamic Interdependency and ARIMA Approaches", *Journal of Forecasting*, 11, 283-307, 1992. Linstone, H. A., y Turoff, M., eds., *The Delphi Method, Techniques and Applications*, Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1975. Madsen, J. B., "Formation of Production Expectations Under Risk", *Journal of Economic Psychology*, 12,101-119,1991.
- Maital, S., "Caution: Oracles at Work", *Across theBoard*, 30, 52-53, 1993. Makridakis, S. G. y Wheelwright, S. C, *Forecasting Methods and Applications*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1978. Makridakis, S. G. y Wheelwright, S. C, eds., *The Handbook of Forecasting, A Manager's Guide*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1987. Martino, J. P., *Technological Forecasting for Decisión Making*, Elsevier Science Publishing Company,
- Nueva York, 1983. Mastio, R. C, "What Blow Molders Need from Their Machinery Suppliers", *Plastics World*, 52, 67, 1994.
- Meyer, F., "Building Products Sales Forecasting at Schlegel", *The Journal of Business Forecasting*, invierno, 1991-1992, 23-24. Millet, S. M., "Battelle's Scenario Analysis of a European High-Tech Market", *Planning Review*, 20, 20-23, 1992. Montgomery, D. C, Gardiner, J. S., y Johnson, L. A., *Forecasting and Time Series Analysis*, McGraw-Hill Book Company, Nueva York, 1990. Newbold, P., y Granger, C. W. J., "Experience with Forecasting Univariate Time Series and the Combination of Forecasts", *Journal of the Royal Statistical Society, Series A*, 137, 131-165, 1974.

- Papalexopoulos, A. D., Hao, S. y Peng, T-M. "An Implementation of a Neural Network Based Load Forecasting Model for the EMS", *IEEE Transactions on Power Systems*, 9, 1956-1962, 1994. i
- Perttula, L. W., "SmartForecasts II", *The Journal of Business & Industrial Marketing*, 6, 74-75» 1991.
- Reilly, P. K., "What to Look for in Selecting an Automatic Forecasting Package", *Journal of Business Forecasting*, 9, 27-29,1990. Ringwood, J. V., Austin, P. C. y Montieth, W., "Forecasting Weekly Electricity Consumption" ^ Energy Economics, 15,285-296, 1993. Sanders, N. R. y Manrodt, K. B., "Forecasting Practices in U. S. Corporations: Survey Results", *INTERFACES*, 24,92-100,1994. Scala, S. y McGrath, R., "Advantages and Disadvantages of Electronic Data Interchange—An Industry Perspective", *Information & Management*, 25, 85-91,1993.
- Schnaars, S. P., "How to Develop and Use Scenarios", *Long Range Planning*, 20,105-114,1987.
- Schuler, A., Thompson, W. A., Vertinsky, I., y Ziv, Y., "Cross Impact Analysis of Technological Innovation and Development in the Softwood Lumber Industry in Canadá: A Structural Modelling Approach" *IEEE Transactions on Engineering Management*, 38, 224-236,1991. Sharda, R., "Neural Networks for the MS/OR Analyst: An Application Bibliography", *INTEkFACES*, 24,116-130,1994. Smith, B., *Focus Forecasting: Computer Techniques for Inventory Control*, CBI Publishing, Incorporated, Boston, 1978. Smith, T. "Explosive Demand Sparks Brisk Sales", *Computer Reseller News, Emerging Technologies Supplement*, diciembre, 12,10-12,1994. Stocks, J., "CD-ROM Down Under: A Delphi Study of CD-ROM in Australian Academic and Special Libraries", *Laserdisk Professional*, 3, 18-22,1990. Tegene, A. y Kuchler, F., "Evaluating Forecasting Models of Farmland Prices", *International Journal of Forecasting*, 10,65-80, 1994.
- Theil, H., *Applied Economic Forecasting*, North Holland Publishing, Amsterdam, 1966. Toedter, K.-H., "Structural Estimation and Stochastic Simulation of Large Non-Linear Models", *Economic Modelling*, 9, 121 -128,1992. Vickers, B., "Using GDSS to Examine the Future European Automobile Industry", *Futures*, 24J, 789-812, 1992. Weerahandi, S., Hisiger, R. S., and Chien, V., "A Framework for Forecasting Demand for New Services and Their Cross Effects on Existing Services", *Information Economics & Policy*, 6,143-11)2,1994.
- Winters, P. R., "Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages", *Management Science*, 6, 324-342, 1960. Yong, Y. W., Keng, K. A., y Leng, T. L., "A Delphi Forecast for the Singapore Tourism Industry: Future Scenario and Marketing Implications", *International Marketing Review*, 6, 35-46, 1989.
- Yurkiewicz, J., "Forecasting Software: ClearingUp aCloudyPicture", *OR/MS Today*, 20,64-7,5,1993.

# *Planeación agregada*

## 1 INTRODUCCIÓN

Chris es propietario y director de una pequeña compañía que fabrica un producto —cajas de plástico para guardar discos de computadora—. Hacerlas es sencillo: se alimenta plástico a dos máquinas de moldeo por inyección; una máquina hace la tapa, y la otra hace la caja. Las dos partes se unen en forma manual, se colocan en cajas de empaque y se envían. Las máquinas de inyección son idénticas y pueden hacer 550 piezas por hora. Un trabajador puede unir las dos partes y colocar el producto terminado en las cajas a una tasa de 55 por hora.

A partir de los pronósticos, Chris espera ventas estables de 80 000 cajas al mes durante el próximo año. Con cuatro semanas al mes, esto significa 20 000 cajas por semana. Suponiendo que trabajan cinco días a la semana, la empresa debe fabricar 4000 cajas por día. Trabajando un turno de 8 horas y produciendo 500 cajas por hora se obtiene la cantidad deseada. Por lo tanto, Chris debe planear que las máquinas de moldeo por inyección operen a una tasa de 500 piezas por hora y debe tener 10 trabajadores para el ensamblaje.

Este plan de producción es casi ideal. La tasa de producción constante se puede satisfacer con capacidad constante; la capacidad se define como la cantidad que puede producir un sistema de producción. Para Chris, es sencillo diseñar la instalación para lograr 4000 cajas al día. La fuerza de trabajo será constante y la tasa de producción es un poco menor que la capacidad de personas y máquinas, lo que da una buena utilización sin sobrecargar las instalaciones. Debido a la tasa de producción constante, el uso de materia prima también es constante y como los proveedores y clientes están cerca, los envíos frecuentes de materia prima y producto terminado se conservarán bajo el inventario.

Desafortunadamente, la demanda constante es poco usual; cuando la demanda no es constante, la determinación de los niveles de producción se complica. Existen varias estrategias para manejar la fluctuación de la demanda. Se puede cambiar la demanda, producir a una tasa constante de todas maneras, variar la tasa de producción o usar una combinación. Esta estrategia es un plan de producción y es el tema de este capítulo.

## 2 INFLUENCIA EN LA DEMANDA

En lugar de planear respecto a una demanda fluctuante, es mejor convertir la demanda en constante. Existen tres enfoques para hacer esto:

No satisfacer la demanda durante los períodos pico.

- Cambiar la demanda de periodos pico a periodos no pico o crear una nueva demanda para los periodos no pico.
- Producir varios productos con demanda pico en otros períodos.

La primera estrategia tiene una capacidad menor que la demanda pico y mantiene una tasa de producción constante dentro de la capacidad. Esta estrategia no satisface toda la demanda y se perderán algunas ventas. Los fabricantes de automóviles japoneses con frecuencia tienen esta posición. Determinan el porcentaje de mercado y producen a ese nivel. Se espera después que el personal encargado de la comercialización venda esa cantidad. Muchas veces hay faltantes. La facilidad de la planeación debe compararse con los ingresos perdidos.

Por lo general, crear una nueva demanda para los períodos no pico se hace a través de publicidad o de promociones. Los fabricantes de automóviles en Estados Unidos ofrecen descuentos durante los períodos no pico, esperando atraer a clientes nuevos. Un ejemplo ejemplar de servicios es el sistema de precios diferenciales de una compañía telefónica para animar a los clientes a hacer llamadas en períodos no pico. Estas estrategias son útiles para suavizar la demanda.

Por último, se pueden fabricar varios productos con patrones de demanda que se compensen. Para tener éxito, los productos deben ser similares, de manera que fabricarlos no implica demasiadas diferencias. Un ejemplo serían motos para nieve y acuamotos, estos productos son complementarios, pues su tecnología es similar, pueden usar los mismos motores y el trabajo de carrocería es similar. Otros ejemplos incluyen podadoras y removedores de nieve, abrigos y ropa de playa, botas y sandalias o equipo de fútbol y de béisbol.

### **3 PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Cuando la demanda varía, los niveles de producción deseados no son obvios. Debe determinarse un **plan de producción** —cuántos y cuándo fabricar cada producto—. La meta es hacer coincidir la tasa de producción y la tasa de demanda, para fabricar los productos cuando se necesitan.

Igual que con los pronósticos, la producción se planea para diferentes horizontes de tiempo a través de un enfoque jerárquico. Es común que se desarrollen tres planes con distintos horizontes, en forma secuencial. Éstos son los planes a largo, mediano y corto plazo. Dentro de un enfoque de arriba hacia abajo, el plan a largo plazo se desarrolla primero y sus decisiones se convierten en información de entrada para el plan a mediano plazo. Éste proporciona la entrada para un plan a corto plazo. El enfoque de abajo hacia arriba comienza con el corto plazo y trabaja hacia el largo plazo.

Cualquiera de los dos enfoques que se use, los tres planes operan en un **horizonte cambiante**. Un plan se hace para todos los períodos en el horizonte, pero en el siguiente período se elabora un nuevo plan. El primer período de un plan se congela, es decir, las decisiones para ese período se basan en el plan actual. No obstante, las decisiones tomadas en el segundo período dependen mucho más del nuevo plan desarrollado en el primer período. Para un horizonte de seis meses, el plan incluye decisiones de enero a junio. Las decisiones de enero se congelan, pero las de febrero a junio se completan más tarde. En enero, el plan se rehace para febrero a julio. Las decisiones para febrero pueden diferir de las del plan original, pero se basan en información actualizada. Debido a que la incertidumbre crece con la lejanía en el futuro, el horizonte dinámico permite cambios en períodos posteriores conforme se construyen los nuevos planes.

**Un plan a largo plazo** puede cubrir un periodo de 3 a 10 años y usualmente se actualiza cada año. Es un plan a nivel corporativo y considera todas las plantas y productos. La entrada es el pronóstico agregado a largo plazo y la capacidad real de la planta. Las unidades de medida para los pronósticos y la capacidad están agregadas, lo más probable en dólares o en horas estándar. Las decisiones se relacionan con la capacidad o los productos. Una decisión de capacidad puede consistir en construir una planta nueva o ampliar una existente. Un ejemplo de producto puede ser si la compañía amplía, contrata o elimina líneas de productos o crea nuevas. El plan determina los niveles gruesos de producción para cada planta y línea de producto y las necesidades de los proveedores a largo plazo.

Después se hace un **plan a mediano plazo**. Un horizonte intermedio es de 6 meses a dos años con actualizaciones mensuales o trimestrales. Los planes típicos se hacen para un año con actualizaciones mensuales. La entrada incluye decisiones sobre capacidad y productos del plan a largo plazo. De nuevo las unidades de medida están agregadas; pero tal vez por línea o familia de productos y departamentos en la planta. Las decisiones comunes son cambios en la fuerza de trabajo, máquinas adicionales, subcontratación y tiempo extra. También pueden formar parte del plan la determinación de los procesos que se usarán para cada familia de productos, las tasas de producción y los niveles de inventario. Estas decisiones identifican la cantidad de materia prima necesaria, y permiten firmar contratos con varios proveedores gracias a la capacidad.

Por último, se desarrolla un **plan a corto plazo**. Este plan puede cubrir de una semana a seis meses, con actualizaciones diarias o semanales. Es común un horizonte de un mes con actualización semanal. Determina el tiempo en que se hace un producto en particular en una máquina específica. Las unidades pueden ser productos específicos; y la capacidad, puede ser las horas disponibles en una máquina dada. Este plan determina el tiempo extra y el tiempo sobrante, al igual que la posibilidad de no satisfacer la demanda. Se dan detalles a los proveedores para que entreguen cantidades específicas en fechas establecidas. Recuerde que en la tabla 1-1 se dieron marco de tiempo, unidades, entrada y decisiones para tres tipos distintos de plantas.

La función de planeación de la producción puede ser muy compleja. Varios factores afectan esta complejidad, incluyendo el número de productos, el patrón de demanda y la incertidumbre, el número de períodos en el horizonte, los procesos alternativos para hacer el producto, la subcontratación, el tiempo extra y el inventario.

Este capítulo está dedicado a la planeación a mediano plazo. Se agregan diferentes productos en una unidad común; esto se conoce como **planeación agregada**. El enfoque es similar al de los problemas a largo y corto plazo.

## 4 ASPECTOS DE LA PLANEACIÓN AGREGADA

Los tres aspectos más importantes de la planeación agregada son la capacidad, las unidades agregadas y los costos. A continuación se hará un breve análisis de cada uno.

### 4.1 Capacidad

La capacidad se define como cuánto puede fabricar un sistema de producción. La definición de la capacidad depende del sistema: la capacidad de una universidad es distinta de la capacidad de una planta de General Motors, pero ambas indican cuánto puede producir el sistema.

La capacidad se mide de muchas formas diferentes; pero por lo general hay una medida natural. Para la planta de General Motors, puede ser el número de automóviles producidos por hora. Para una universidad, podría ser el número de estudiantes que se gradúan por periodo. El nivel de detalle necesario puede dictar la medida usada. La capacidad de fabricación de un taller puede ser una preocupación mayor que toda la planta o de una unidad mercadológica. Como quiera que se midan, la capacidad y la demanda deben estar en las mismas unidades.

si largo

Para satisfacer la demanda, la capacidad del sistema debe excederla, al menos en plazo. Sin embargo, el exceso de capacidad es costoso. Una planta que puede producir 1000 unidades al día cuando sólo se requieren 500 tiene capacidad ociosa que representa una inversión desperdiciada. En el corto plazo, se pueden hacer cambios en la capacidad, pero casi siempre son pequeños. Por ejemplo, se puede usar tiempo extra. Los grandes cambios en la capacidad requieren un tiempo más largo y se hacen en incrementos discretos, como construir una planta o agregar una máquina o un turno.

## **4.2 Unidades agregadas**

La producción incluye muchos productos hechos de diversas maneras. Los planes a mediano y largo plazo no necesitan este nivel de detalle, por lo que los productos se juntan para formar uno solo. Los planes a largo plazo se llaman **planes de capacidad**; los planes a mediano plazo se llaman **planes agregados**.

Con frecuencia, un producto agregado se expresa en términos de tiempo o dinero. Al hacerlo, se pueden agregar los diferentes productos usando la misma unidad de medida. Por sencillez, suponga que los productos A, B y C requieren 5,2.5 y 0.75 horas de producción^ respectivamente. Para convertir la demanda mensual de los productos a demanda mensual de horas de producción, se multiplica el tiempo requerido para producir cada producto por el número necesario, y se suman. Este proceso da una demanda mensual para un producto agregado <n horas de producción. Si la demanda de A es 200 unidades, la demanda de B es 100 y la de C una demanda equivalente de horas de producción es

$$5 \times 200 + 2.5 \times 100 + 0.75 \times 1000 = 2000 \text{ horas}$$

2S 1000,

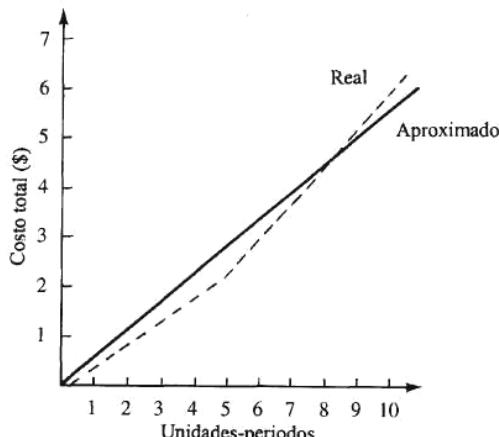
Un producto agregado en dólares se define de manera análoga usando el costo de producción en lugar del tiempo de producción.

La capacidad se debe medir en las mismas unidades que la producción agregada. L: as horas son una medida natural; la capacidad es la cantidad de horas disponibles por unidad de tiempo. Con 50 trabajadores de tiempo completo hay  $50 \times 168 = 8400$  unidades de tiempo de producción disponible por mes. El tiempo se puede convertir a dólares usando las tasas estándar de mano de obra y el costo del equipo.

## **4.3 Costos**

Muchos costos afectan el plan de producción. En términos generales son los costos de producción, los costos de inventario y los costos de cambiar la capacidad.

Los costos de producción incluyen materiales, mano de obra directa y otros costos atribuibles a producir una unidad, por ejemplo, costos de tiempo extra o de subcontratación. [Los costos que son constantes respecto a la decisión que se va a tomar deben ignorarse. Los Costos de



**FIGURA 5-1**  
Costos de almacenaje típicos

reparaciones generales pueden ser constantes ya que se incurre en ellos independientemente del plan de producción que se use. Los costos de otras reparaciones relacionadas con el proceso pueden afectar las decisiones y deben incluirse. La situación particular determina qué costos hay que considerar.

Los costos relacionados con el inventario son almacenaje y faltantes. El coeficiente del costo de almacenaje es el costo real de mantener una unidad en inventario durante un periodo. Incluye los costos de pérdida de oportunidad, seguros, impuestos, artículos averiados, hurtos, desperdicios, equipo y personal para manejar el inventario y, tal vez, espacio. Incluye sólo los costos afectados por las decisiones tomadas. Una unidad vendida pero no entregada debido a un faltante se llama orden atrasada. El coeficiente de costos por faltantes se calcula para una unidad que falta en un periodo. Incluye los registros especiales y el manejo de los artículos en las órdenes atrasadas, al igual que la pérdida del ingreso y de la buena voluntad de los clientes. En una situación de manufactura, si el "cliente" es la siguiente etapa del proceso y ocurre un faltante, puede ser que tenga que parar toda la planta; el resultado sería un costo por faltantes muy alto. El capítulo 6 da más detalles sobre los costos de inventario.

Con frecuencia, se supone que los costos de almacenaje y por faltantes son lineales. Así, el costo de mantener dos unidades en inventario es el doble de mantener una. En la realidad, ninguno de los dos es lineal. Por ejemplo, si toda la demanda se forma de órdenes atrasadas, es probable que los clientes encuentren otros proveedores, y el costo sería muy alto. De igual manera, no es probable que el costo de almacenar 1000 unidades durante un periodo sea 1000 veces el costo de una unidad en inventario el mismo tiempo. Se supone que la aproximación lineal es razonable dentro del rango de valores probables. El análisis de sensibilidad puede ayudar a validar tal suposición. En la figura 5-1 se da una gráfica de los costos de inventario. Se muestra la curva de costos reales y una aproximación lineal. Una gráfica de costos por faltantes sería similar.

Los costos de cambio en la capacidad incluyen la contratación y capacitación de trabajadores, y pueden incluir un costo de la capacidad perdida hasta que el trabajador esté bien entrenado. Al despedir trabajadores se incurre en costos directos de separación y costos similares a la pérdida de buena voluntad. Una compañía que despide trabajadores con frecuencia encuentra difícil contratarlos. Los costos de contratación y despido son similares a los de inventario y faltantes.

Después de estudiar la capacidad, la manera de agregar y los costos, se verán los métodos para generar un plan de producción agregado. El enfoque de la planeación agregada s^ puede usar para productos específicos. Si se trata de muchos productos, la complejidad aumenta mucho. Existen dos tipos de enfoques: los métodos con hoja de cálculo y los métodos cuantitativos. Se comenzará con los métodos con hoja de cálculo.

## **SECCIÓN 4 EJERCICIOS**

- 5.1. Señale productos complementarios para lo siguiente:
  - a) Bloqueador para sol
  - b) Botas de esquiar
  - c) Podadoras
  - d) Sofás columpio
  - e) Cascos para hockey
  - f) Canoas de aluminio
- 5.2. Explique cómo mediría la capacidad de lo siguiente:
  - a) Un restaurante de hamburguesas preparadas en serie
  - b) Su departamento académico
  - c) Una camioneta de carga (*pick-up*)
  - d) La cocina de su casa
  - e) Una operación de reparto de pizzas
  - f) Una oficina de correos
  - g) Un fabricante de lápices
- 5.3. ¿Qué costos deben considerarse en la planeación agregada?
- 5.4. ¿Qué haría si un costo, digamos el costo por faltantes, no es lineal?
- 5.5. ¿Por qué se pronostica y se planea para más de un periodo?

## **5 MÉTODOS CON HOJA DE CÁLCULO**

Existen muchas formas de desarrollar un plan de producción. Se examinará un método sencillo que puede no obtener la mejor solución, pero con frecuencia proporciona soluciones buenas. Este método es un enfoque de prueba y error, fácil de implantar con una hoja de cálculo. El enfoque se ilustrará con un ejemplo sencillo.

Se tienen dos estrategias opuestas. La primera, una estrategia de **inventario cero**, produce la demanda exacta en cada periodo, lo que requiere una fuerza de trabajo variable. La segunda, una estrategia de **nivel de producción**, fabrica una cantidad constante cada periodo. Las variaciones en la demanda se satisfacen manteniendo un inventario. Además, hay una estrategia mixta; en la que se dispone tanto de un inventario como de una fuerza de trabajo cambiante.

Precisión Transfer, Inc. hace más de 300 productos diferentes, todos engranes de precisión. Las operaciones para hacerlos son similares, pero el tiempo y los materiales requeridos son distintos. Como todos los engranes hechos por Precisión son similares, la unidad para agregar es un engrane. Un engrane agregado se define a partir de estándares para los engranes que deben hacerse en los próximos seis meses. Los pronósticos de la demanda agregada jse dan en la tabla 5-1.

**TABLA 5-1**  
Pronóstico de la demanda agregada para engranes de precisión

Mes	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
Demandas (cajas)	2760	3320	3970	3540	3180	2900	19 670

El año pasado, Precisión fabricó 41 383 engranes de distintos tipos. Se trabajaron 260 días y se tuvo un promedio de 40 trabajadores. Entonces, Precisión fabricó 41383 engranes en 10 400 días-trabajador. En promedio, un trabajador puede hacer

$$\frac{41\,383 \text{ engranes/año}}{10\,400 \text{ días-trabajador/año}} = 3.98 \approx 4 \text{ engranes/días-trabajador}$$

Los costos de producción, excluyendo la mano de obra, no cambian en el horizonte de planeación y se ignoran. Una unidad producida pero no vendida en el mes se cuenta como inventario durante todo el mes (inventario de fin de mes). También puede usarse el inventario promedio mensual. El costo de mantener el inventario de fin de mes es \$5 por engrane por mes. Al principio de cada mes se pueden contratar nuevos trabajadores a un costo de \$450 por trabajador. Los trabajadores actuales se pueden despedir a un costo de \$600 por trabajador. Los salarios y beneficios para un trabajador son de \$ 15 por hora, pero a todos se les pagan 8 horas de trabajo al día. Ahora se tienen 35 trabajadores.

## 5.1 Plan de inventario cero

Primero se desarrolla un plan de inventario cero (también llamado plan de lote por lote) para Precisión. Cada mes se produce justo la cantidad demandada, y no se almacena. Los trabajadores se aumentan cuando crece la demanda y se despiden cuando decrece. Se quiere encontrar el número de trabajadores necesarios cada mes. La tabla 5-2 muestra los cálculos para el plan de inventario cero, dados en un formato de hoja de cálculo. Algunas partes de la tabla no se usan para este plan, pero se conservan para preservar la consistencia en el formato de la tabla usado para todos los planes.

El número de engranes que puede hacer un trabajador por mes es igual al número que un trabajador produce en un día multiplicado por el número de días del mes. El número necesario de trabajadores en el mes es la demanda del mes dividida entre el número de engranes mensuales que puede hacer un trabajador. Esto es,

$$\text{Trabajadores necesarios} = \frac{\text{demanda/mes}}{(\text{días/mes}) \times (\text{unidades/trabajador/día})}$$

Un trabajador produce cuatro engranes al día y en enero hay 21 días hábiles, por lo que un trabajador puede fabricar 84 engranes en enero. Al dividir 2760 entre 84 se obtiene un requerimiento de 32.86 trabajadores para producir la demanda de enero. Si no se permiten trabajadores de tiempo parcial ni horas extra, se redondea a 33 trabajadores. El renglón 2 de la tabla muestra el número de unidades producidas en un mes por un trabajador. Se encuentra multiplicando el renglón 1 por el 4, el número de engranes que puede hacer un trabajador en un día. El renglón 4, que se obtiene dividiendo el renglón 3 entre el 2 y redondeando, indica los trabajadores necesarios para cada mes restante.

TABLA 5-2

Plan de inventario cero

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
1 Días Unidades/trabajador	21 842	20 803	23 923	21 843	22 883	22	129 516 19
2 3 Demanda Trabajadores	760 33	320 42	970 44	540 43	180 37	88 2	670 232 nd
4 5 necesarios Trabajadores	35 0	33 9	42 2	44 0	43 0	900	11
6 disponibles Trabajadores contratados						33	
						37 0	
7 Costo de contratación	0	4 050	900	0	0	0	4 950
8 Trabajadores despedidos	2	0	0	1	6	4	13
9 Costo de despido	1200	0	0	600	3 600	2 400	7 800
10 Trabajadores empleados	33	42	44	43	37	33	232
11 Costo de mano de obra	83 160	100 800	121 440	108 360	97 680	87 120	598 560
12 Unidades producidas	2 760 0	3 320 0	3 970 0	3 540 0	3 180 0	2 900 0	19 670 nd
13 Inventario neto							
14 Costo de almacenaje	0	0	0	0	0	0	0
15 Costo órdenes atrasadas	0	0	0	0	0	0	0
16 Costo total	84 360	104 850	122 340	108 960	101 280	89 520	kfl 310

Producción = 4 unidades/trabajador/día

Costo de contratación = \$450/trabajador

Costo de despido = \$600/trabajador

Salarios y beneficios = \$120/trabajador/día

Costo de despido = \$600/trabajador

Costo de orden atrasada = \$15/unidad/mes

Ahora se ajusta el número de trabajadores disponibles con el número necesario. Si no se tienen suficientes, se contratan más. Si hay demasiados, se despiden algunos.

Trabajadores contratados = máx {0, trabajadores necesarios - trabajadores disponibles}

Trabajadores despedidos = máx {0, trabajadores disponibles - trabajadores necesarios}

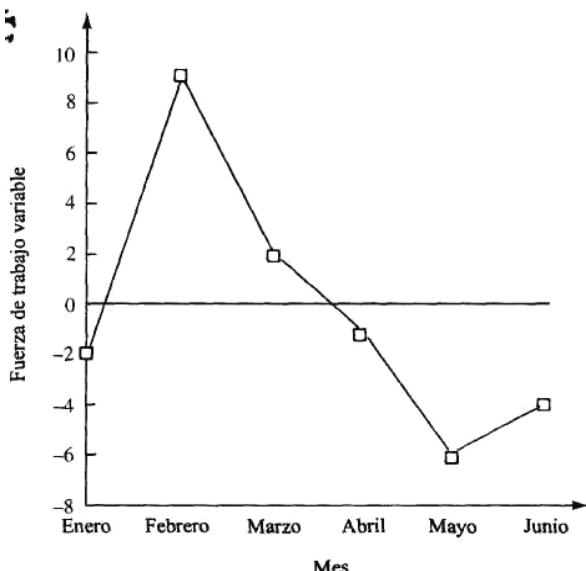
En enero se tienen 35 trabajadores disponibles (renglón 5). Se necesitan 33 trabajadores por lo que se despiden a dos de ellos (renglón 8). El costo de despido a dos trabajadores es

$$\$600/\text{trabajador} \times 2 \text{ trabajadores} (\text{renglón 8}) = \$1200 (\text{renglón 9})$$

Se paga a los empleados por trabajar 8 horas/día cada día hábil del mes, entonces los salarios y prestaciones para enero son

$$\begin{aligned} \$15/\text{hora} \times 8 \text{ horas/día} \times 21 \text{ días} (\text{renglón 1}) \times 33 \text{ trabajadores} (\text{renglón 10}) = \\ \$83 160 (\text{renglón 11}) \end{aligned}$$

Al iniciar febrero se dispone de 33 trabajadores (enero, renglón 10). Se necesitan 42 (renglón 4), por lo que se contrata a nueve (renglón 6), lo que da 42 (renglón 10) para febrero. El costo de contratarlos es \$4050 (renglón 7), que se obtiene multiplicando el número contratado



**FIGURA 5-2**  
Plan de inventario cero

(renglón 6) por \$450. Todos los renglones que contienen costos están sombreados. Los resultados de los cálculos para el resto de los meses se pueden encontrar en la tabla 5-2. Se puede producir

$$\text{capacidad} = \text{trabajadores} \times \text{días} \times \text{unidades/trabajador/día}$$

engranes al mes. En enero, los 33 trabajadores (renglón 14) pueden producir cuatro engranes por día durante 21 días (renglón 1), o sea 2772 engranes; es decir

$$2772 = 33 \times 21 \times 4$$

Como la demanda de enero es 2760, se planea producir sólo esa cantidad. Esto es,

$$\text{unidades producidas} = \min \{\text{demanda}, \text{capacidad}\}$$

La capacidad depende del número de trabajadores que, para el plan de inventario cero, se determinó para satisfacer la demanda. Así, la capacidad siempre es tan grande como la demanda.

No se usan 3 días-trabajador, o el tiempo para producir 12(2772 - 2760) engranes. El costo de mano de obra incluye todos los días-trabajador y, por lo tanto, incluye el costo de la capacidad no usada.

La última columna de la tabla 5-2 muestra los totales para el horizonte de seis meses. El plan termina con 33 empleados y nada en inventario. El costo total es \$611 310.

En la figura 5-2 se presenta una gráfica de los cambios en la fuerza de trabajo. En enero se despiden dos trabajadores y en febrero se contratan nueve. Más trabajadores se despiden en los tres meses que siguen y en junio se contratan dos. Hay un total de 11 trabajadores contratados y 13 despedidos durante los seis meses. Se tienen 33 trabajadores al terminar junio. Esta gráfica resalta la variabilidad en la fuerza de trabajo para tener un plan de inventario cero, fenómeno no deseable.

## 5.2 Plan de fuerza de trabajo nivelada

A continuación se estudia otro extremo, un plan de fuerza de trabajo nivelada. Usa el inventario producido en períodos no pico para satisfacer la demanda de los períodos pico y se llama plan de producción nivelada o de fuerza de trabajo constante, porque se usa el mismo número de trabajadores en todos los períodos.

Dividiendo la demanda para todo el horizonte entre los engranes que puede producir un trabajador en ese horizonte, se obtiene el número constante de trabajadores necesario. Dado que un trabajador hace cuatro engranes al día, en el horizonte de planeación (129 días) se necesitan 39 trabajadores todo el tiempo ( $[19\ 670/(4 \times 129)] = 38.12$ ). Al usar siempre 39 trabajadores en la hoja de cálculo se obtienen los resultados de la tabla 5-3.

Se contratan cuatro trabajadores en enero y se produce la cantidad máxima,

$$4 \times 21 \times 39 = 3276 \text{ engranes}$$

En enero, se produce más que la demanda por lo que quedará inventario. Para enero se tienen 3276 producidas (renglón 12) - 2760 vendidas (renglón 3) = 516 en inventario (renglón 13)

Mantener una unidad en inventario durante un mes cuesta \$5; el costo de almacenaje será

$$\$5 \times 516 = \$2580 \text{ (renglón 14)}$$

**TABLA 5-3**

Producción constante: órdenes atrasadas

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
1 Días	21	20	23	21	22	22	129
2 Unidades/trabajador	84	80	92	84	88	88	516
3 Demanda	2 760	3 320	3 970	3 540	3 180	2 900	19 670
4 Trabajadores necesarios	39	39	39	39	39	39	234
5 Trabajadores disponibles	35	39	39	39	39	39	nd
6 Trabajadores contratados	4	0	0	0	0	0	4
7 Costo de contratación	1800	0	0	0	0	0	1 800
8 Trabajadores despedidos	0	0	0	0	0	0	0
9 Costo de despido	0	0	0	0	0	0	0
10 Trabajadores empleados	39	39	39	39	39	39	234
11 Costo de mano de obra	98 280	93 600	107 640	98 280	102 960	102 960	603 720
12 Unidades producidas	3 276	3 120	3 588	3 276	3 432	2 978	19 670
13 Inventario neto	516	316	-66	-330	-78	0	nd
14 Costo de almacenaje	2 580	1 580	0	0	0	0	4 160
15 Costo de órdenes atrasadas	0	0	990	4 950	1 170	0	7 110
16 Costo total	102 660	95 180	108 630	103 230	104 130	102 960	616 790

Producción = cuatro unidades/trabajador/día  
Costo de contratación = \$450/trabajador  
Costo de almacenaje = \$5/unidad/mes

Salarios y beneficios = \$120/trabajador/día  
Costo de despido = \$600/trabajador  
Costo de orden atrasada = \$15/unidad/mes

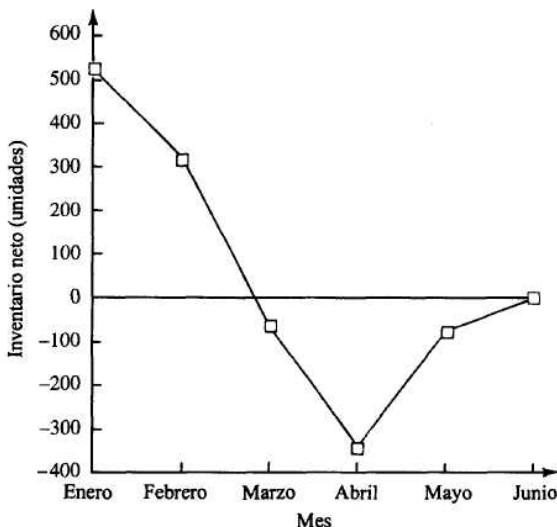


FIGURA 5-3  
Producción constante:  
faltantes

El inventario de febrero es el inventario de enero más la producción de febrero menos la demanda de febrero:

$$516 + 4 \times 20 \times 39 - 3320 = 316$$

Observe que la producción es mayor que la demanda porque se necesitan más de 38 trabajadores para fabricar 19 760 engranes en seis meses.

Este enfoque no consideró el tiempo en que la demanda es pico. En marzo, el inventario (renglón 13) baja a -66. La producción acumulada durante marzo fue menor que la demanda acumulada; se vendió más de lo que se produjo. El inventario negativo, llamado órdenes atrasadas o faltantes, se fabricará y enviará más adelante. Si el costo de una orden atrasada es \$15/unidad/mes, el costo para marzo es

$$\$15 \times 66 = \$990$$

La producción de junio es 2978, que cubre la demanda para junio y los faltantes de mayo.

El plan termina sin inventario, 39 trabajadores y un costo de \$616 790. La figura 5-3 muestra una gráfica del inventario neto. En contraste con el plan de inventario cero, este plan tiene una fuerza de trabajo constante e inventario variable. Minimiza los costos de contratación y despido, pero aumenta el costo de almacenaje y de faltantes.

¿Qué debe hacerse si no se permiten faltantes? Si se divide la demanda total entre los días de trabajo y se multiplica por los engranes diarios, se obtiene el número de trabajadores para producir todas las unidades a lo largo del horizonte; pero es necesario tener suficientes trabajadores cada mes. Entonces la producción acumulada debe ser igual o exceder la demanda acumulada para cada periodo. Para obtener el número de trabajadores necesario para un periodo acumulado, se divide la producción acumulada entre las unidades producidas por trabajador:

$$\text{trabajadores (acumulado)} = \frac{\text{demanda acumulada}}{\text{días acumulados} \times \text{unidades/trabajador/día}}$$

**TABLA 5-4**

Número constante de trabajadores necesarios para no tener faltantes

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio
Días/mes	21	20	23	21	22	22
Suma de días	21	41	64	85	107	129
Demanda	2 760	3 320	3 970	3 540	3 180	2 900
Suma de demanda	2 760	6 080	10 050	13 590	16 770	19 670
Trabajadores	33	38	39	40	39	38

En enero, la demanda acumulada es 2760 y los días acumulados son 21, entonces se necesitan

$$32.86 \text{ trabajadores} = 2760/(21 \times 4) \text{ o}$$

33 trabajadores. En febrero se tiene

$$37.07 \text{ trabajadores} = (2760 + 3320)/[(21 + 20) \times 4] = 6080/(41 \times 4)$$

es decir, se necesitan 38 trabajadores en los dos primeros meses para asegurar que no habrá faltantes. La tabla 5-4 da los resultados para todo el horizonte de planeación. El número máximo de trabajadores es 40 (de enero a abril), o sea, el plan de fuerza de trabajo nivelada pide 40 trabajadores cada mes.

En enero se produce con toda la capacidad que es mayor que la demanda. En febrero y marzo se produce toda la capacidad, que es menor que la demanda. El exceso de producción de enero cubre la demanda de estos meses. En abril se produce sólo lo suficiente para satisfacer la demanda y el inventario es cero. Después de abril, al producir con toda la capacidad \$e forma

**TABLA 5-5**

Producción constante: sin faltantes

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
1 Días	21	20	23	21	22	22	129
2 Unidades/trabajador	84	80	92	84	88	88	516
3 Demanda	2 760	3 320	3 970	3 540	3 180	2 900	19 670
4 Trabajadores necesarios	40	40	40	40	40	40	420
5 Trabajadores disponibles	35	40	40	40	40	40	nd
6 Trabajadores contratados	5	0	0	0	0	0	5
7 Costo de contratación	2 250	0	0	0	0	0	2 250
8 Trabajadores despedidos	0	0	0	0	0	0	0
9 Costo de despido	0	0	0	0	0	0	0
10 Trabajadores empleados	40	40	40	40	40	40	234
11 Costo de mano de obra	100 800	90 600	110 400	100 800	105 600	105 600	619 200
12 Unidades producidas	3 360	3 200	3 680	3 350	3 180	2 900	19 670
13 Inventario neto	600	480	190	0	0	0	nd
14 Costo de almacenaje	3 000	2 400	950	0	0	0	6 350
15 Costo de órdenes atrasadas	0	0	0	0	0	0	0

Salarios y beneficios = \$120/trabajador/día

Costo de despido = \$600/trabajador

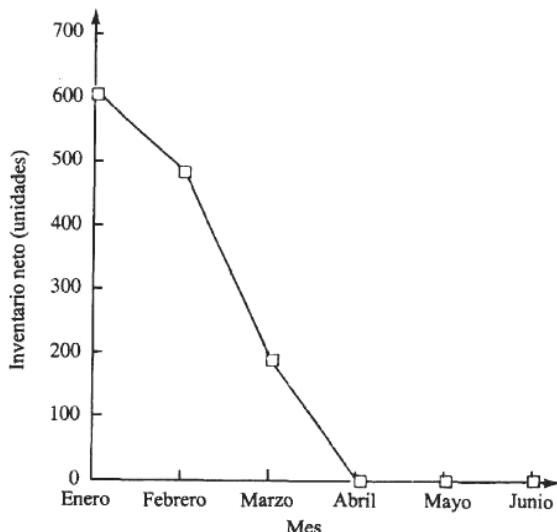
Costo de orden atrasada = \$15/unidad/mes

16 Costo total	106 050	98 400	111 350	100 800	105 600	105 600	127 800
----------------	---------	--------	---------	---------	---------	---------	---------

Producción = cuatro unidades/trabajador/día

Costo de contratación = \$450/trabajador

Costo de almacenaje = \$5/unidad/mes

**FIGURA 5-4**

Producción constante:  
sin faltantes

un inventario, por lo que se produce sólo la demanda. Cualquier mes que requiere el máximo número de trabajadores termina con inventario cero. Después de ese mes se produce para almacenar si un mes posterior necesita el máximo número de trabajadores. La tabla 5-5 muestra algunos cálculos para el plan de fuerza de trabajo constante sin faltantes. Al final de junio, no hay inventario, se tienen 40 personas y el costo de los seis meses es \$627 800. La gráfica del invent-

**TABLA 5-6**

Un plan mixto

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
1 Días	21	20	23	21	22	22	129
2 Unidades/trabajador	84	80	92	84	88	88	516
3 Demanda	2 760	3 320	3 970	3 540	3 180	2 900	19 670
4 Trabajadores necesarios	38	38	42	42	35	35	230
5 Trabajadores disponibles	35	38	38	42	42	35	nd
6 Trabajadores contratados	3	0	4	0	0	0	7
7 Costo de contratación	1350	0	1800	0	0	0	3 150
8 Trabajadores despedidos	0	0	0	0	7	0	7
9 Costo de despido	0	0	0	0	4 200	0	4 200
10 Trabajadores empleados	38	38	42	42	35	35	230
11 Costo de mano de obra	95 760	91 200	115 920	105 840	92 400	92 400	593 520
12 Unidades producidas	3 192	3 040	3 864	3 528	3 080	2 966	19 670
13 Inventario neto	432	152	46	34	-66	0	nd
14 Costo de almacenaje	2 160	760	230	170	0	0	3 320
15 Costo de órdenes atrasadas	0	0	0	0	990	0	990
Salarios y beneficios = \$120/trabajador/día Costo de despido = \$600/trabajador Costo de orden atrasada = \$15/unidad/mes							
16 Costo total	99 270	91 960	117 950	106 010	97 590	92 400	605 180

Producción = cuatro unidades/trabajador/día

Costo de contratación = \$450/trabajador

Costo de almacenaje = \$5/unidad/mes

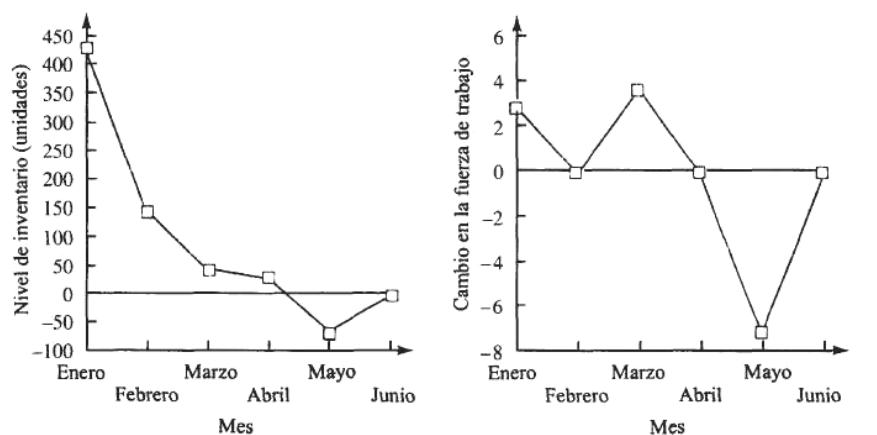
tario neto se muestra en la figura 5-4. Esta gráfica está siempre arriba de cero, lo que indica que no se permiten faltantes.

### **5.3 Planes mixtos**

Hasta ahora sólo se han considerado estrategias puras. Por lo general, los planes mixtos que permiten inventarios, órdenes atrasadas y fuerza de trabajo variable son superiores a las estrategias puras.

La tabla 5-6 describe un ejemplo de un plan mixto. El número de trabajadores usado en este plan es una estimación basada en los planes de inventario cero y fuerza de trabajo revelada. El plan de inventario cero despedía dos trabajadores en enero y contrataba nueve en febrero. En lugar de despedir trabajadores al principio, se contratan tres, lo que da un total de 38 trabajadores en enero. Al igual que en el plan de fuerza de trabajo nivelada, el inventario satisface la demanda de meses posteriores. En marzo, se contratan otros cuatro empleados para cubrir el incremento de la demanda en marzo y abril. En mayo se despiden siete por la reducción en la demanda de mayo y junio. La gráfica del inventario neto en el lado izquierdo de la figura 5-5 muestra que la producción se acerca más a la demanda que los planes nivelados. En el lado derecho de la figura 5-5 se ve que el cambio en la fuerza de trabajo es menos drástico que en el plan de inventario cero. El costo del plan mixto es de \$605 180, y termina con 35 trabajadores y sin inventarios. Observe que este plan permite faltantes; despedir a seis trabajadores en mayo eliminaría estos faltantes pero aumentaría el costo.

Con la hoja de cálculo, es sencillo cambiar el número de trabajadores para determinar el costo de los diferentes planes. Sin embargo, encontrar el plan menos costoso por prueba y error estará sujeto tanto a la suerte, como a la cantidad de tiempo disponible para generar planes alternativos.



**FIGURA 5-5**

Producción y demanda para un plan mixto

**TABLA 5-7**  
Comparación de los cuatro planes

	Inventario cero	Nivel/faltantes	Nivel/sin faltantes	Mixto
Costo de contratación	4 950	1 800	2 250	3 150
Costo de despido	7 800	0	0	4 200
Costo de mano de obra	59 856	603 720	619 200	593 520
Costo de almacenaje	0	4 160	6 350	3 890
Costo por faltantes	0	7 110	0	990
Costo total	611 310	616 790	627 800	605 750
Trabajadores	33	39	40	35

## **5.4 Comparación de planes**

Hasta ahora, se han examinado cuatro planes: inventario cero, fuerza de trabajo constante con faltantes, fuerza de trabajo constante sin faltantes y un plan mixto. La tabla 5-7 da información sobre el costo y los empleados para cada uno. El plan mixto es el menos costoso y lo más probable es que sea el preferido. Sin embargo, otros planes terminan con niveles de empleados distintos, por lo que la demanda anticipada más adelante puede afectar el plan que se elija. Si se tiene el nivel de fuerza de trabajo deseado al final de junio, se puede agregar el costo de ajustar el número de trabajadores en cada plan al costo total. Para obtener 40 trabajadores para julio, se deberá contratar siete, uno, cero o cinco para los cuatro planes, respectivamente.

Los cambios en los niveles de mano de obra pueden dificultar la contratación. Pueden ser aceptables costos más altos a cambio de empleo estable. Además, para un horizonte dinámico, el término del horizonte puede no tener un gran efecto sobre las decisiones para el periodo.

## **5.5 Resumen de los métodos con hoja de cálculo**

Los métodos con hoja de cálculo son bastante útiles porque pueden considerar otros factores; es sencillo aumentar renglones para representar el tiempo extra o la subcontratación. La mayor desventaja de la hoja de cálculo es que son métodos de prueba y error. Así, la calidad del plan depende de la creatividad de la persona que usa la hoja de cálculo. La ventaja es que quien planea puede ver de inmediato el impacto del plan y cambiarlo fácilmente.

Una alternativa de los enfoques de prueba y error con una hoja de cálculo es usar programación lineal. De hecho, muchas hojas de cálculo tienen anexos de programación lineal para que la hoja establezca los datos para el modelo. Estos métodos determinan un plan de costo mínimo. Para problemas grandes, se usan programas especializados para la solución de programación lineal en lugar de las hojas de cálculo.

## **SECCIÓN 5 EJERCICIOS**

- 5.6. Mencione y explique las tres estrategias básicas en la planeación agregada.
- 5.7. ¿Cuáles son las ventajas de un plan de producción con base en una hoja de cálculo? ¿Cuáles son las desventajas?
- 5.8. Considere el siguiente plan de producción:

Mes	Inventario inicial	Demanda	Producción requerida	Número de trabajadores	Producción real
Enero	200	500	300 7	15	660
Febrero	360	600	7	15	660
Marzo	7	650		15	660

- a) ¿Cuántas unidades produce cada trabajador?
- b) ¿Cuántas unidades deben producirse en febrero si no se permiten faltantes?
- c) ¿Cuál es el inventario inicial para marzo para el plan dado?
- d) ¿Cuál es el costo total del inventario en que se incurre con este plan, si cuesta \$12 por año al almacenar una unidad?
- e) ¿Cómo llamaría a este plan?
- f) ¿Es óptimo? Explique.

5.9. Poseidon Meter, Inc. fabrica una variedad de medidores de agua. Los datos del año pasado indican que un trabajador puede hacer, en promedio, 100 medidores por periodo de seis semanas- El costo de almacenaje se calcula en \$1 por medidor por periodo. Las órdenes atrasadas, si se permiten, cuestan cerca de \$2 por medidor por periodo. Se pueden contratar nuevos trabajadores a un costo de \$1000 por trabajador; los trabajadores existentes se pueden despachar a un costo de \$2000 por trabajador. Los trabajadores ganan \$1500 por periodo. Actualmente, Poseidon cuenta con 10 empleados. El pronóstico para los siguientes cuatro periodos es 1200, 1200, 1000 y 1000 medidores, respectivamente.

- a) Desarrolle un plan de inventario cero para los siguientes cuatro periodos.
- b) Desarrolle un plan de fuerza de trabajo constante (sin faltantes) para los siguientes cuatro periodos.
- c) Desarrolle un plan de fuerza de trabajo constante (permitiendo a lo más 50 órdenes atrasadas) para los siguientes cuatro periodos.
- d) ¿Qué plan recomendaría y por qué?

5.10. X-Print Manufacturing produce impresoras láser. Una planta ensambla el modelo PL-4000. Los estándares indican que un trabajador puede ensamblar cinco impresoras al día. El costo de fabricar este modelo es \$350 y la compañía piensa que cuesta \$5 almacenar una impresora durante un mes. Los trabajadores ganan \$1500 al mes y se pueden contratar por \$500 cada uno; el costo por despido es \$750 por trabajador. Por ahora se tienen 12 trabajadores en el departamento de ensamble. Un faltante de impresoras tiene un costo de \$35 por unidad por mes.

Mes	Julio	Agosto	Septiembre	Octubre	Noviembre	Diciembre	Total
Días hábiles	21	22	21	23	19	20	126
Demanda	1020	950	800	1000	1250	650	5670

- a) Desarrolle un plan de inventario cero para este problema.
- b) Desarrolle un plan de fuerza de trabajo constante cuando no se permiten faltantes.
- c) Como este plan no toma en cuenta los faltantes, su jefe le pide que desarrolle un plan de fuerza de trabajo constante que permita órdenes atrasadas. ¿Qué plan es el mejor?
- d) Debido a un plan de capacidad a largo plazo, se relocalizará el departamento de ensamble, lo que requiere que el departamento pare. Existen dos tiempos posibles para que esto ocurra. Uno es parar cuatro días en octubre y el otro necesitará ocho días en diciembre. ¿Qué plan recomendaría?

- 5.11.** Jerry es gerente de producción en la compañía ProtoPlastics. Los dos artículos importantes que hace son portaespejos y manijas. La demanda histórica mensual para los dos últimos años se muestra en la tabla. Recientemente, Proto lo contrató a usted y Jerry le ha pedido que planee la producción para el año próximo. Se necesitan dos días-trabajador para hacer un portaespejo y tres para hacer una manija. Se cuenta con 32 trabajadores en la planta. El costo al contratar a un nuevo trabajador es \$700, y al despedar uno existente es \$1000. Los trabajadores ganan \$2000 al mes. Hacer un portaespejo cuesta \$250, y una manija \$380. La tasa del costo de mantener un inventario para Proto es 36% anual. No se permiten faltantes. Desarrolle un plan de producción agregado mensual y los niveles de fuerza de trabajo para los meses 25 al 30.

Año 1			Año 2		
Mes	Portaespejo	Manija	Mes	Portaespejo	Manija
1	101	200	13	102	222
2	97	197	14	102	220
3	94	196	15	97	225
4	102	200	16	110	222
5	101	202	17	92	227
6	92	209	18	102	228
7	97	207	19	110	232
8	91	216	20	92	234
9	103	212	21	102	242
10	92	220	22	107	236
11	97	216	23	103	241
12	91	218	24	91	239

- 5.12.** La compañía SkAtZ ha pronosticado la demanda de patines como 56, 84, 108 y 59 miles de cajas para los siguientes cuatro trimestres. Existe un inventario inicial de 20 000 cajas y cuesta \$50 al mes almacenar una caja en inventario. Los clientes aceptarán una orden atrasada, pero hay un costo de \$250 por caja, por la pérdida de la buena voluntad del cliente. La capacidad de producción y los costos son los siguientes:

Período	1	2	3	4
Capacidad interna (1000 cajas)	60	70	60	55
Capacidad de subcontratación (1000 cajas)	40	40	40	40
Costos internos (\$100/caja)	20	21	23	22
Costos de subcontratación (\$100/caja)	22	28	30	28

Usando una hoja de cálculo, determine un plan de producción agregado factible para el próximo año. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas de su plan?

- 5.13.** Eastern Electric fabrica lavadoras y secadoras. Los requerimientos de producción para las unidades agregadas están dados en la tabla. Un empleado puede producir 20 unidades al mes en tiempo de trabajo normal, y puede producir dos unidades adicionales en tiempo extra. En este momento, se tienen 25 empleados y no se usa tiempo extra. Se pueden contratar nuevos trabajadores, pero hay un costo de \$950 por empleado; los costos de despido son de \$1500 por empleado. El salario de tiempo normal es \$1750 mensuales por empleado, con costos de tiempo extra de \$180 por unidad por empleado. Los costos de mantener inventario son \$ 15 al mes por unidad y los costos por faltantes son \$30 al mes por unidad. No se tiene inventario inicial. Desarrolle un plan agregado para los siguientes cinco meses.

Mes	1	2	3	4	5
Demanda	450	550	600	625	675

## 6 ENFOQUES DE PROGRAMACIÓN LINEAL PARA LA PLANEACIÓN AGREGADA

La programación lineal es adecuada para determinar el mejor plan agregado. Hanssmann y Hess (1960) fueron los primeros en formular la planeación agregada como un modelo de programación lineal. Para formalizar el modelo de planeación de la sección anterior, debe introducirse la notación. Se definen los parámetros del problema como

$T$  = longitud del horizonte de planeación, en periodos

$t$  = índice de periodos,  $t = 1, 2, \dots, T$

$D_t$  = pronóstico del número de unidades demandadas en el periodo  $t$   $n_t$  = número de unidades que puede hacer un trabajador en el periodo  $t$

$C_f$  = costo de producir una unidad en el periodo  $t$

$C_f$  = costo de un trabajador en el periodo  $t$

$C''$  - costo de contratar un trabajador en el periodo  $t$   $C^L_t$  - costo de

despedir un trabajador en el periodo  $t$   $C\backslash$  = costo de mantener una unidad en inventario durante el periodo  $t$   $C_f$  = costo del faltante de una unidad

durante el periodo  $t$

De nuevo, las variables de decisión son la cantidad a producir, el número de trabajadores que deben contratarse o despedirse, y los niveles de inventario y faltantes. Formalmente, se tiene

$P_t$  = número de unidades producidas en el periodo  $t$

$W_t$  = número de trabajadores disponibles en el periodo  $t$

$H_t$  = número de trabajadores contratados en el periodo  $t$

$L_t$  = número de trabajadores despedidos en el periodo  $t$

$I_t$  = número de unidades en inventario al final del periodo  $t$

$B_t$  = número de unidades faltantes al final del periodo  $t$

Recuerde que la programación lineal supone que todas las variables son continuamente divisibles. Así, la solución puede ser producir 2142.3 unidades el próximo mes. Aunque puede ser imposible producir 0.3 unidades, las unidades agregadas son ficticias, así que tal vez no sea importante. Por otro lado, redondear números grandes puede ser aceptable. Sin embargo, si la solución es contratar 1.5 trabajadores, puede tenerse un problema. Con frecuencia se pueden obtener resultados satisfactorios redondeando y usando el sentido común. De otra manera, se puede usar un paquete de programación entera, desafortunadamente estos paquetes son mucho más difíciles de resolver y, por lo tanto, limitan el tamaño de los problemas que tienen solución.

## 6.1 Restricciones

Se definen varias restricciones para el modelo de programación lineal: las restricciones sobre capacidad, fuerza de trabajo y materiales. Estas restricciones relacionan entre sí las variables de decisión a través de los parámetros.

Primero, el tamaño de la fuerza de trabajo limita el número de unidades que se pueden producir. En el periodo  $t$  se tienen  $W_t$  trabajadores, y cada uno puede producir  $n_t$  unidades en el periodo, lo que significa que no se pueden producir más de  $n_t W_t$  unidades en el periodo  $t$ . Matemáticamente se tiene

$$P_t \leq n_t W_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

El número de trabajadores disponibles es una función del número con el que se inicia y cuántos se contratan o despiden. Sea  $W_0$  el número inicial de trabajadores. Para periodos posteriores se tiene

$$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

Por último, las unidades producidas se relacionan con el inventario neto:

$$\begin{aligned} \text{Inventario neto de este periodo} &= \text{inventario neto del periodo pasado} \\ &\quad + \text{producción de este periodo} - \text{demanda de este periodo} \end{aligned}$$

Si el inventario neto es positivo, se tiene un inventario físico, pero si es negativo, la posición es de órdenes atrasadas. Estas dos condiciones no pueden ocurrir al mismo tiempo. Sea  $I_t$ , el inventario neto en el tiempo  $t$ . Ya sea que  $I_t > 0$  o bien  $B_t > 0$ , pero al menos una de ellas debe ser cero. La relación, llamada ecuación de balance de material o inventario, es

$$I_t - B_t = I_{t-1} - B_{t-1} + P_t - D_t, \quad t = 1, 2, \dots, T$$

donde  $I_0$  y  $B_0$  son el inventario inicial y las órdenes atrasadas, respectivamente.

## 6.2 Costos

El costo para cualquiera de los planes es la suma de los costos de producción, contratación y despido, costos de almacenaje y órdenes atrasadas para todos los períodos. Los costos de producción son simplemente el número de unidades producidas multiplicado por el costo unitario para producirlas y el costo por trabajador por el número de trabajadores. Los costos de producción por unidad que no cambian de un periodo a otro se pueden eliminar del modelo. El costo total para un plan es

$$\sum_{t=1}^T (C_t^P P_t + C_t^W W_t + C_t^H H_t + C_t^L L_t + C_t^I I_t + C_t^B B_t)$$

## 6.3 Un modelo

Ahora se tiene todo lo necesario para establecer un modelo de programación lineal. Éste es

$$\text{Minimizar} \sum_{t=1}^T (C_t^P P_t + C_t^W W_t + C_t^H H_t + C_t^L L_t + C_t^I I_t + C_t^B B_t)$$

sujeta a	$P_t \leq n_t W_t$	$t = 1, 2, \dots, T$
	$W_t = W_{t-1} + H_t - L_t$	$t = 1, 2, \dots, T$
	$I_t - B_t = I_{t-1} - B_{t-1} + P_t - D_t$	$t = 1, 2, \dots, T$
	$P_t, W_t, H_t, L_t, I_t \geq 0$	$t = 1, 2, \dots, T$

## 6.4 Un problema como ejemplo

Considere el ejemplo de Precisión Transfer en la sección 5.5. El horizonte de planeación es seis períodos, así,  $T = 6$ . Los costos no varían con el tiempo:  $C^p_t = 0$ ,  $C_f = \$120n$ ,  $C'' = \$450$ ,  $C_f = \$600$  y  $C_l = \$5$ . Se supone que no se permiten faltantes, por lo que se elimina ese costo y las variables. De nuevo, como los costos de producción no cambian en todo el horizonte, no se incluyen. La demanda se presenta en la tabla 5-1 y ya se calcularon el número de unidades mensuales que puede fabricar un trabajador. Las ecuaciones de programación lineal para este problema se muestran en la tabla 5-8.

Usando un paquete de programación lineal, se obtuvo la solución óptima después de 28 iteraciones. El costo total es \$600 191 y los valores de las variables se dan en la tabla 5-9.

**TABLA 5-8**  
Modelo de programación lineal para Precisión Transfer

Minimizar	$2520W_1 + 2400W_2 + 2760W_3 + 2520W_4 + 2640W_5 + 2640W_6$ $+ 450H_1 + 450H_2 + 450H_3 + 450H_4 + 450H_5 + 450H_6$ $+ 600L_1 + 600L_2 + 600L_3 + 600L_4 + 600L_5 + 600L_6$ $+ 5I_1 + 5I_2 + 5I_3 + 5I_4 + 5I_5 + 5I_6$	
Sujeta a	$P_1 \leq 84W_1$	
Restricciones de capacidad de producción	$P_2 \leq 80W_2$ $P_3 \leq 92W_3$ $P_4 \leq 84W_4$ $P_5 \leq 88W_5$ $P_6 \leq 88W_6$	
Restricciones de fuerza de trabajo	$W_1 = 35 + H_1 - L_1$ $W_2 = W_1 + H_2 - L_2$ $W_3 = W_2 + H_3 - L_3$ $W_4 = W_3 + H_4 - L_4$ $W_5 = W_4 + H_5 - L_5$ $W_6 = W_5 + H_6 - L_6$	
Restricciones de inventario-balance	$I_1 = P_1 - 2760$ $I_2 = I_1 + P_2 - 3320$ $I_3 = I_2 + P_3 - 3970$ $I_4 = I_3 + P_4 - 3540$ $I_5 = I_4 + P_5 - 3180$ $I_6 = I_5 + P_6 - 2900$	
	$P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6, W_1, W_2, W_3, W_4, W_5, W_6,$ $H_1, H_2, H_3, H_4, H_5, H_6, L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6,$ $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6 \geq 0$	

**TABLA 5-9**  
Solución de programación lineal

Mes	Producción	Inventario	Contratación	Despido	Trabajadores
Enero	2940.00	180.00	0.00	0.00	35.00
Febrero	3232.86	92.86	5.41	0.00	40.41
Marzo	3877.14	0.00	1.73	0.00	42.14
Abril	3540.00	0.00	0.00	0.00	42.14
Mayo	3180.00	0.00	0.00	6.00	36.14
Junio	2900.00	0.00	0.00	3.18	32.95
Costo total = \$600191.60					

Recuerde las suposiciones básicas de programación lineal: las variables son lineales y continuamente divisibles. Así, la solución de programación lineal produce 3232.86 engranes, almacena 92.86 engranes y contrata 5.41 trabajadores para tener 40.41 empleados en febrero. Debido a que los *engranes* en el modelo están agregados y no representan los engranes reales, la producción fraccional y las cifras de inventario no deben preocupar. Además, 0.86 engranes en 3232 es una cantidad minúscula y no es problema. Sin embargo, 5.41 trabajadores contratados es otro asunto. Si se pueden contratar trabajadores de tiempo parcial, la fracción no es importante; pero como se supuso que sólo se disponía de trabajadores de tiempo completo, debe ajustarse la solución. Aunque el modelo de programación lineal no proporciona el óptimo del problema real, sí ofrece una visión de lo que es una buena solución.

La solución de programación lineal produce a toda la capacidad en los tres primeros meses. En febrero se contratan 5.41 trabajadores. Como debe contratarse a seis, se tiene una capacidad excedente de 0.6 mes-trabajador, lo que cubre la capacidad necesaria para marzo y los siguientes meses. Se usa una hoja de cálculo (tabla 5-10) con 35 trabajadores en enero, 41 en febrero y 42 en marzo y abril. En mayo se disminuye a 36 y en junio a 33. La capacidad de febrero, marzo, abril y mayo es de 170 unidades menos que la demanda en esos meses. Para evitar los faltantes, estas unidades deben producirse en enero. Hay un exceso de capacidad de 180 unidades en enero, con lo que, de hecho, se pueden evitar los faltantes. Usando estos números se determina la producción para cada mes. Pudo haber sido necesario cambiar el número de trabajadores para obtener un plan factible.

Usando la hoja de cálculo con los trabajadores y niveles de producción de la tabla 5-10, el plan redondeado tiene un costo total de \$600 750 en lugar de los \$600 191.60 de la solución de

**TABLA 5-10**  
Redondeo de la solución de programación lineal

	Enero	Febrero	Marzo	Abril	Mayo	Junio	Total
1 Unidades/trabajador	<b>84</b>	80	92	84	88	88	516
2 Trabajadores	35	41	42	42	36	33	229
3 Capacidad	2940	3280	3864	3528	3168	2904	19 684
4 Demanda	2760	3320	3970	3540	3180	2900	19 670
5 Capacidad - demanda	180	-40	-106	-12	-12	4	14
6 Diferencia acumulada	180	140	34	22	10	14	14
7 Producción	2930	3280	3864	3528	3168	2900	19 670
8 Inventario neto	170	130	24	24	0	0	336

programación lineal. El costo del plan redondeado es entonces 0.09% más alto que el de la solución de programación lineal. No podría obtenerse una solución mucho mejor que ésta.

Además de proporcionar una buena solución para comenzar, la programación lineal puede especificar las condiciones finales. Suponga que se quieren 36 trabajadores y 100 unidades en inventario al final de junio. Haciendo  $W_6 = 36$  y  $I_6 = 100$  resolviendo el programa lineal se obtiene el mejor plan que satisface esas condiciones.

Otra ventaja de programación lineal es el uso de la información de las variables duales (o precios sombra). Para la restricción de capacidad en enero, la variable dual es 25. Si pudiera hacerse un engrane más en enero, podrían ahorrarse \$25.00. Lleva alrededor de dos horas (fabricar un engrane y un trabajador gana \$15 por hora. Entonces, aun en horas normales costaría \$30, más que la mejora de \$25 en el costo total, de manera que las horas extra no ayudan. Los precios sombra para otras restricciones se interpretan de una manera parecida.

La información sobre costos reducidos también puede ser valiosa. Para  $I_3$ , el costo reducido es \$2.98. Siempre que el costo de almacenar en marzo sea al menos \$2.02 (\$5.00 - \$2.98), no debe tenerse inventario. Incluso si el costo de inventario en marzo se reduce un poco, la solución permanecerá igual. Otros costos se pueden validar usando los costos reducidos, o se puede llevar a cabo un análisis formal de sensibilidad y rangos.

## **6.5 Aspectos prácticos sobre el uso de programación lineal**

Es fácil resolver problemas grandes de programación lineal. Algunos modelos de planeación de la producción con 100 000 variables y 40 000 restricciones se resuelven semanalmente. Las grandes corporaciones, como AT&T y Delta Airlines, resuelven problemas con varios millones de variables. La solución de problemas a gran escala requiere más esfuerzo en 14 generación de los datos. Algunos programas de computadora llamados generadores de matrices extraen los datos pertinentes de una base de datos y generan el problema de programación lineal. Una vez resuelto el problema, un generador de informes convierte la salida en un formato que pueden usar quienes planean la producción y los gerentes. El desarrollo continuo en programación lineal, lenguajes para modelado y tecnología de datos hará que se puedan resolver problemas aún más grandes. Por lo tanto, los modelos de programación lineal jugarán un papel importante en la planeación de la producción en el futuro.

## **6.6 Extensiones**

Se pueden agregar otras restricciones al problema de programación lineal para obtener un modelo más realista. Se presentarán algunas modificaciones sencillas.

*Cotas directas.* Si existe una limitación de espacio, se impone un límite superior, digamos  $I_t^U$ , sobre el número de unidades en inventario durante el periodo  $t$ . Esto se hace agregando la restricción

$$I_t \leq I_t^U$$

También pueden incluirse cotas inferiores. La política de administración puede imponer límites en la contratación o el despido de trabajadores, lo cual se puede manejar de forma parecida. Las condiciones terminales se pueden manejar mediante cotas. Por ejemplo, para imponer inventarios finales mínimos y máximos se agrega

$$I_t^L \leq I_t \leq I_t^U$$

Estableciendo  $B_T = 0$  se asegura que no ocurran faltantes importantes al final del horizonte. Las restricciones de este tipo se llaman cotas variables. Al agregarlas no se tienen muchas más dificultades en la solución del modelo de programación lineal, porque se manejan de manera implícita.

*Cotas porcentuales.* En lugar de dar un número específico como límite sobre una variable, la cota puede ser un porcentaje de otra variable. Suponga que la administración impone la restricción de no despedir a más del 5% de la fuerza de trabajo en cualquier periodo. Matemáticamente esto es

$$L_t \leq .05W_t$$

Restringir los faltantes a un porcentaje específico de la producción proporciona otro ejemplo. Estas restricciones se llaman cotas superiores variables. Aunque son más complejas que las restricciones de cotas variables, significan una carga computacional menos pesada que las restricciones que contienen más de dos variables.

*Capacitación.* Si debe capacitarse a los trabajadores antes de que sean productivos, se pueden cambiar las restricciones de la fuerza de trabajo para que reflejen el periodo de entrenamiento. Si un trabajador contratado en el periodo  $t$  se capacita durante un periodo, el trabajador no es productivo hasta el periodo  $t + 1$ . Se sustituyó  $H_{t+1}$  en lugar de  $H_t$  para modificar la ecuación de balance de la fuerza de trabajo. La ecuación es

$$W_t = W_{t-1} + H_{t-1} - L_t$$

Si se paga un salario diferente a los empleados en capacitación que a los normales, la componente de mano de obra de la función objetivo se cambia según esto.

*Objetivos múltiples.* En ocasiones es difícil determinar los costos de faltantes, contratación y despido. Como los planes que minimizan faltantes pueden contratar y despedir muchos trabajadores, puede ser adecuado un enfoque de objetivos múltiples. Masud y Hwang (1980) desarrollan un modelo de objetivos múltiples que intenta maximizar la ganancia, al mismo tiempo que minimiza los faltantes, la inversión en inventario y los cambios en la fuerza de trabajo.

## SECCIÓN 6 EJERCICIOS

- 5.14. Examine la programación lineal para la planeación agregada. Analice las suposiciones que se requieren y los posibles problemas asociados a ellas. ¿Cuáles son las fortalezas y debilidades del enfoque de programación lineal?
- 5.15. Desarrolle y resuelva un programa lineal para determinar un plan óptimo para Poseidon Meter (ejercicio 5.9). Suponga que no se permiten más de 50 órdenes atrasadas en cualquier periodo. Compare este plan con la solución en la hoja de cálculo.
- 5.16. Considere la X-Print Manufacturing (ejercicio 5.10).
  - a) Proporcione las restricciones para el primer mes en una formulación de programación lineal para este problema. Suponga que se permiten faltantes y que sólo se permite un cambio del 25% en la fuerza de trabajo en cualquier mes.
  - b) Determine un plan óptimo para X-Print. Compárelo con el plan en la hoja de cálculo.
  - c) Debido a la cerrada competencia en el mercado de impresoras láser, X-Print quiere reexaminar su política de faltantes. ¿Qué costo por faltantes haría que el caso sin faltantes fuera mejor que el caso con faltantes?

- d) ¿Responde la formulación de programación lineal la pregunta de cuándo relocalizar el departamento de ensamble? Si lo hace, ¿cómo? Si no, ¿puede modificarse para que lo haga?
- 5.17. Desarrolle y resuelva un modelo de programación lineal para el plan agregado de la Eastern Electric (ejercicio 5.13). Compárelo con la solución en la hoja de cálculo
- 5.18. Consumer Electronics produce electrodomésticos pequeños. Varios modelos de tostadores, cafeteras y procesadores de pan significan la mayor parte de la producción. La demanda de cada familia para los próximos tres meses, el número promedio que un trabajador puede fabricar producto en un mes y su costo promedio de almacenaje son los siguientes:

	Mes			Salida/trabajador	Costo de almacenaje
	1	2	3		
Tostador Cafetera	2000	2600	2000	70	\$0.85
Procesador de pan	2200	2400	2100	120	\$1.25
Total	900	1200	700	110	\$2.10
	5100	6200	4800		

Todos los trabajadores ganan \$2000 al mes. Contratar un nuevo trabajador cuesta \$120(1 y despedir uno \$2500. Un nuevo trabajador tiene un mes de capacitación práctica, durante la cual sólo produce la mitad de lo normal para un trabajador capacitado. Por razones de estabilidad, Consumer Electronics no quiere cambios en más del 15% de su fuerza de trabajo en cualquier mes; por ahora se cuenta con 55 trabajadores. No se permiten faltantes. Desarrolle y resuelva un modelo para determinar un plan de producción agregada para Consumer Electronics.

## 7 MODELOS DE TRANSPORTE

Un problema de planeación de la producción con fuerza de trabajo constante se puede resolver como un problema de transporte (Bowman, 1956). Los algoritmos de transporte son alrededor de 100 veces más rápidos que los de programación lineal, y los problemas grandes se resuelven fácilmente. Un problema de transporte minimiza el costo de envío de un solo producto desde varias plantas a varios clientes. Las plantas son puntos de abastecimiento con una disponibilidad dada, mientras que los clientes son puntos de demanda que requieren cierta cantidad de productos. Existe un costo al enviar una unidad de producto de cada punto de abastecimiento a cada punto de demanda, y el abastecimiento total debe ser igual a la demanda total. Si es necesario, se puede añadir un punto de abastecimiento o uno de demanda ficticios.

Suponga que se considera sólo la producción en horas normales con la posibilidad de irjan tener un inventario. Se establece

$n, W_t$  = la capacidad (en unidades) durante el periodo  $t$   $D_t$  = número pronosticado de unidades demandadas en el periodo  $t$   $C_f$  = costo de producir una unidad en el periodo  $t$   $C_l$  = costo de mantener una unidad en inventario durante el periodo /

Para que existan soluciones factibles, suponga que la capacidad total sobre el horizonte es al menos tan grande como la demanda total.

## 7.1 Modelo de planeación de la producción

El problema de transporte tiene un punto de abastecimiento (renglón) para cada periodo. Si existe un inventario inicial, éste es otro punto de abastecimiento. Tiene un punto de demanda (columna) para cada periodo, además de otro para el inventario final si se requiere. Por último, se añade un punto de demanda para el exceso de capacidad. Un problema con  $T$  periodos tiene  $T + 1$  renglones y  $T + 2$  columnas. Para cada renglón se da la capacidad para ese periodo y cada columna tiene una demanda. Para la columna de exceso de capacidad, la demanda es la diferencia entre la capacidad total y la demanda total.

**TABLA 5-11**  
Datos del problema de Klean

$t$	1	2	3
$n_i W_t$	350	300	350
$D_t$	200	300	400
$C_t^p$	10	11	12
$C_t'$	2	2	2

Cada celda en la matriz de transporte tiene un costo. El costo de una unidad fabricada en el periodo  $t$  y usada para satisfacer la demanda en el periodo  $t$  es justo el costo de producción  $C^p$ . El costo de una unidad producida en el periodo  $t$  y demandada en el periodo  $t + 1$  es  $C^p + C_+$ . Una unidad producida en el periodo  $t$  y usada dos periodos después tiene un costo de  $C^p + C_+ + C_{t+V}^p$ . Otros costos se calculan de manera parecida. Como no se permiten faltantes, la demanda en el periodo  $t$  no puede cumplirse con unidades producidas en períodos posteriores; estas celdas tienen un costo infinito. El inventario inicial tiene un costo de cero para el primer periodo, y los períodos que siguen tienen la suma de los costos de almacenaje para todos los períodos anteriores.

Ejemplo 5-1. Un plan de producción para Klean, Inc. Klean, Inc. necesita planear la producción para los próximos tres meses. La demanda esperada del desengrasador es 200,300 y 400 cajas en los tres períodos siguientes. Existe un inventario inicial de 50 cajas y se desea un inventario final de 75 cajas. La capacidad para los próximos tres meses es 350,300 y 350 cajas. La capacidad total es 1000 cajas; al sumar las 50 cajas del inventario inicial se tienen 1050 cajas disponibles en el horizonte. La demanda total es de 900 cajas, pero se debe sumar el inventario final para obtener una demanda de 975 cajas. El exceso de capacidad es 75 cajas. La proyección de Klean dice que cuesta \$ 1000, \$1100 y \$1200 producir una caja en los próximos tres meses. Debido a la naturaleza volátil del desengrasador, cuesta \$200 al mes almacenar una caja. Los datos con los costos expresados en múltiplos de \$100 se resumen en la tabla 5-11.

*Solución.* En la tabla 5-12 se muestra la tabla de transporte y la solución óptima para este problema. El costo de producir una caja en el periodo 1 y usarla para satisfacer la demanda en el periodo 1 es 10, y está dado en la esquina superior de la celda (1,1). Producir una caja en el periodo 1 y venderla en el periodo 2 cuesta 10 por hacerla y 2 por almacenarla, entonces el costo de la celda (1,2) es 12. Las demandas y disponibilidades están dadas en las columnas y renglones respectivos. Como no se permiten faltantes, no hay costo por satisfacer la demanda de un periodo con la producción de un periodo posterior, por ejemplo, celda (3,1).

La solución óptima está representada en negritas en la tabla. Se producen 275 cajas en el periodo 1; se venden 150 cajas en el periodo 1,50 en el periodo 3 y el resto forma el inventario final. El costo total de este plan es \$ 1 150 000. Al igual que con programación lineal, los precios sombra y los costos reducidos pueden proporcionar un mayor conocimiento del problema.

TABLA 5-12

	1	2	3	Inventario final	Capacidad en exceso	Capacidad disponible
Inventario inicial	0 <b>50</b>	2	4	6	0	50
Periodo 1	10 <b>150</b>	12	14 <b>50</b>	16 <b>75</b>	0 <b>75</b>	350
Periodo 2	— <b>300</b>	11	13	15	0	300
Periodo 3	— <b>350</b>	—	12	14	0	350
Demanda	200	300	400	75	75	1050

*Subcontratación y tiempo extra.* Si se dispone de otros modos de obtener productos), pueden estar incluidos en el modelo de transporte. Dos alternativas comunes son producir *ep.* tiempo extra y subcontratar. Suponga que pueden hacerse 90 unidades en tiempo extra en el periodo 1, a un costo de \$16 por caja. Se añade un renglón con abastecimiento de 90 y costos iguales al costo del tiempo extra más los costos de almacenaje pertinentes. La misma idea modela la subcontratación.

*Faltantes.* Suponga que se aceptan órdenes atrasadas a un costo de \$5 por mes-unidad. Entonces la producción en el periodo 2 se puede usar para satisfacer la demanda del periodo 1. El costo de producir en el periodo 2 es \$11, entonces sumando el costo de faltantes de \$5 se obtiene un costo de \$16 para la celda (2,1). De la misma manera, el costo para la celda (3,2) es  $12 + 5 = 17$  y para la celda (3,1) es  $12 + 5 + 5 = \$22$ . Es sencillo construir el modelo apropiado.

Suponga que los costos de tiempo extra por unidad son \$ 16, \$ 18 y \$20 para los periodos 1, 2 y 3, con capacidades de tiempo extra de 90,90 y 75 unidades en los tres períodos, respectivamente. Si la demanda en el periodo 1 es 400 unidades y los demás parámetros quedan igual, la tabla de transporte y la solución óptima se dan en la tabla 5-13. La solución óptima usa tiempo extra en el periodo 1 y tiene un costo total de \$ 1 370 000. Utiliza tiempo extra en los períodos 1 y 3 en lugar de mantener inventario. No hay faltantes, pero con costos diferentes podría haber. Como se cambiaron los parámetros, este plan no se puede comparar al del ejemplo de Klean.

- 5.19. Goode Foods desea planear la producción agregada en una sola planta para los próximos tres períodos. Una unidad agregada es 1000 galones (k-gals) de alimento procesado. Se dan los siguientes datos:

TABLA 5-13

Un modelo de transporte con tiempo extra

		1	2	3	Inventory final	Capacidad en exceso	Capacidad disponible
Inventario inicial		0	2	4	6	0	50
Periodo 1	Tiempo normal	10	12	14	16	0	350
		<b>350</b>					
Periodo 1	Tiempo extra	16	18	20	22	0	90
		<b>50</b>				<b>40</b>	
Periodo 2	Tiempo normal	16	11	13	15	0	350
		<b>275</b>			<b>75</b>		
Periodo 2	Tiempo extra	23	18	20	22	0	90
						<b>90</b>	
Periodo 3	Tiempo normal	22	17	12	14	0	300
		<b>300</b>					
Periodo 3	Tiempo extra	30	25	20	22	0	75
		<b>75</b>					
Demanda		400	300	400	75	130	1305

## Período

Capacidad de producción (k-gals)	Tiempo normal	10	10	80
	Tiempo extra	0	0	10
	Subcontratación	20	20	40
Costos de producción (\$1000/k-gal)	Tiempo normal	40	40	2.0
	Tiempo extra	<b>2.0</b>	2.0	2.8
	Subcontratación	<b>2.8</b>	2.8	3.2
Demanda (k-gals)		<b>3.2</b>	3.2	95
			95	105

Existe un inventario inicial de 5000 galones. El costo de mantener 1000 galones en inventario durante un periodo es \$60. Suponiendo que debe satisfacerse toda la demanda, formule y resuelva un modelo que minimice el costo total y que satisfaga todas las restricciones.

- 5.20. Desarrolle y resuelva un modelo para el problema de planeación de la compañía SkAtZ (ejercicio 5.12). Compárelo con la solución en hoja de cálculo. ¿Cuáles son las desventajas, si las tiene?
- 5.21. Generic, Inc. produce varios medicamentos genéricos que vende a cadenas de farmacias. Todos los medicamentos están en forma de tabletas y se hacen en la misma línea de producción. Ahora, la planta opera dos turnos al día, cinco días a la semana y la demanda para los siguientes cuatro

meses es 420,350,410 y 315 millones de tabletas. Cada tumo puede producir 200 millones de tabletas al mes a un costo de \$0.50 por tableta. Se pueden usar horas extra para producir tabletas a un 65% más caras. Sólo se pueden usar dos horas de tiempo extra debido a que debe realizarse mantenimiento en el equipo de producción. El inventario actual es dos millones de tabletas y Generic quiere tres millones en inventario al final del mes 4. Cuesta \$15 000 mantener un millón de tabletas en inventario durante un mes. Como las farmacias ordenan para sus centros de distribución, la mayor parte de las órdenes pueden surtirse atrasadas. Los contratos especifican una penalización del 30% por la entrega tardía. Desarrolle un plan de producción agregada óptimo para los próximos cuatro meses.

- 5.22. Suponga que Generic (ejercicio 5.21) puede modificar su línea de producción para obtener un 15% de aumento en la capacidad. ¿Cuánto dinero pueden pagar por la mejora para recuperar el costo en un año? Enumere las suposiciones que hizo para contestar esta pregunta.

## **8 PLANES DESAGREGADOS**

Un plan agregado determina los niveles de producción e inventario para unidades agregadas en cada periodo. En realidad, las unidades agregadas no se producen, por lo que el plan debe considerar productos individuales. Este proceso se llama desagregación y se convierte en el plan maestro de producción.

En ocasiones el plan maestro de producción no depende del plan agregado, de manera que se manejan en forma independiente. Un ejemplo es una unidad agregada en dólares no relacionada con la capacidad del proceso de manufactura. Otra situación se representa por distintos productos que comparten muy pocas o ninguna máquina o proceso. Los productos j complementarios, por ejemplo, motos de nieve y acuamotos, tienen un plan agregado con muy poca relación con el plan maestro. Algunos períodos están dedicados exclusivamente a un producto porque hay muy poca o ninguna demanda para el otro. Aun cuando los productos no sean complementarios, si la demanda de uno domina en un periodo dado, se produce en ese periodo.

Una demanda significativa para dos o más productos que comparten un proceso en el mismo periodo requiere dos decisiones: cuánto de cada producto debe fabricarse en el periodo y cuándo, dentro del periodo, debe hacerse. Esto es, qué tamaño de lote y qué secuencia deben usarse. Si la elección incluye preparación de máquinas, la solución de los problemas es mucho más compleja.

Se presentan dos enfoques al problema de la desagregación. El tiempo de agotamiento es apropiado cuando la utilización de la capacidad no es muy alta y los tiempos de preparación son pequeños. Cuando el costo o el tiempo de preparación son grandes y las restricciones de capacidad son fuertes, lo adecuado es usar modelos de programación entera.

### **8.1 Tiempo de agotamiento**

El tiempo de agotamiento es tal vez el método más antiguo y el que más se usa para Convertir un plan agregado en planes para productos individuales. Para calcular el tiempo de agotamiento  $R_i$  para el producto  $i$ , sea

$$R_i = I_i / D_i$$

$R_i$  es el tiempo que durará el inventario actual del producto  $i$ . Se comienza fabricando el producto con la  $R_i$  más pequeña. Después de fabricar  $i$ , se fabrica el producto con el siguiente tiem-

po de agotamiento más pequeño y se continúa con esta secuencia hasta que se fabrican todos los productos. Si los tiempos de preparación son pequeños y la capacidad es suficientemente mayor que la demanda, esta secuencia será factible.

La cantidad de cada producto fabricada en la secuencia puede afectar la factibilidad del plan. Para evitar la no factibilidad, se usa un tiempo de agotamiento agregado para determinar la cantidad de cada producto que debe fabricarse en la secuencia. El tiempo de agotamiento agregado es el número de periodos que llevará usar todo el inventario disponible más las nuevas unidades producidas durante el periodo actual (ambos en unidades agregadas), suponiendo que se usan a la tasa de demanda. Suponga que una unidad agregada está en horas-máquina y sea  $R'$  el tiempo de agotamiento agregado, entonces se tiene

$$R' = \frac{\sum_{i=1}^n r_i I_i + T}{\sum_{i=1}^n r_i D_i}$$

donde  $r_i$  es la tasa de producción para el producto  $i$  y se manejan  $n$  productos.

Se produce en la secuencia del tiempo de agotamiento más pequeño, pero la cantidad producida de cada unidad es una proporción del tiempo de agotamiento agregado  $R'$ . El tamaño de lote para el producto  $i$ , digamos  $Q_i$ , será

$$Q_i = R'D_i - I_i$$

## **8.2 Modelos de programación entera**

No es difícil formular el problema desagregado como un modelo de programación entera. La forma específica dependerá del modelo agregado y de las características importantes necesarias del plan detallado. Se ilustrará con un escenario representativo.

Suponga que se fabrican  $n$  productos en  $L$  líneas o instalaciones. Tanto las instalaciones como los productos se han agregado en un plan trimestral por mes. Para cada uno de los cuatro meses siguientes se ha determinado cuánto producir en los niveles de producción agregada e inventario agregado. Se desea convertir esta información en un plan de producción semanal para productos y líneas individuales. Esto debe hacerse manteniendo el nivel de inventario sugerido por el plan agregado para suavizar la producción.

Considere el primer mes del plan agregado. Sea

$i$  = índice de productos,  $i = 1, 2, \dots, n$

$I$  - índice de líneas de producción,  $/ = 1, 2, \dots, L$

$p$  = índice de subperiodos en el mes, digamos semanas,  $p = 1, 2, 3, 4$

$D_i$  = demanda del producto  $i$  en el mes

$I^*$  = inventario agregado deseado al final del mes

$I^?$  = inventario disponible del producto  $i$  al inicio del mes

$I_f$  = inventario disponible del producto  $i$  al final del mes

$r_a$  - tasa de producción para el producto  $i$  en la línea  $/$

$k_j$  - factor de conversión de una unidad del producto  $i$  en un producto agregado

$c_{ii}$  - costo de producir en el mes la demanda completa del producto  $i$  en la línea  $/$

$s_{rl}$  = costo de preparación para el producto  $j$  en la línea  $/$  si se está produciendo  $i$  en  $/$

Las variables de decisión son  $x_{ilp}$  (la proporción del tiempo en la semana  $p$  que se procesa el producto  $i$  en la línea  $l$ ) y  $z_{ijlp}$  (una variable cero-uno; uno si el producto  $j$  sigue al  $i$  en la línea  $l$  en la semana  $p$ ). El modelo es:

$$\begin{aligned}
 & \text{Minimizar} \quad \sum_{i=1}^n \sum_{l=1}^L \sum_{p=1}^4 (c_{il} x_{ilp} + \sum_{j=1}^n s_{ijl} z_{ijlp}) \\
 \text{sujeta a} \quad & I_i^0 - I_i^E + \sum_{l=1}^n \sum_{p=1}^L r_{il} x_{ilp} = D_i \quad i = 1, 2, \dots, n \\
 & \sum_{i=1}^n k_i I_i^E = I' \\
 & \sum_{i=1}^n x_{ilp} = 1 \quad l = 1, 2, \dots, L; p = 1, 2, 3, 4 \\
 & x_{ilp} - x_{ilp-1} = \sum_{q=1}^n z_{iqlp} - \sum_{q=1}^n z_{qjlp} \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; \\
 & \quad l = 1, 2, \dots, L; p = 1, 2, 3, 4 \\
 & \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n z_{ijlp} = 1 \quad l = 1, 2, \dots, L; p = 1, 2, 3, 4 \\
 & x_{ilp} \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n; l = 1, 2, \dots, L; \\
 & \quad p = 1, 2, 3, 4 \\
 & z_{ijlp} \in \{0, 1\} \quad i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, n; \\
 & \quad l = 1, 2, \dots, L; p = 1, 2, 3, 4
 \end{aligned}$$

La primera restricción se refiere al balance de materiales. La segunda requiere inventario al final del mes para cumplir con el plan agregado. La tercera restricción fuerza la producción de la demanda completa del mes, durante el periodo de cuatro semanas. Las siguientes dos restricciones exigen que ocurra la preparación adecuada, si se está haciendo un producto diferente en la misma línea la misma semana. Las últimas dos son las restricciones de no negatividad sobre la proporción de tiempo que un producto se fabrica en una línea dada y la restricción binaria sobre las variables de preparación.

Es sencillo ver que aun para números relativamente pequeños de productos, líneas y períodos, el modelo que resulta puede tener un gran número de variables y restricciones. En otros tiempos esto representaba una desventaja importante de los modelos de programación entera; sin embargo, dado el avance de las computadoras y los algoritmos, ahora es un problema menor.

Se pueden añadir otras restricciones. Si los tiempos de preparación usan una parte significativa de la capacidad, se puede imponer una restricción de capacidad para cada línea. Ésta sumaría el tiempo de producción de los productos fabricados en la línea esa semana a los tiempos de preparación y se requeriría que no fueran mayores que el tiempo disponible en la línea, lo que puede ser una dificultad más en la solución del modelo.

## **SECCIÓN 8 EJERCICIOS**

- 5.23. ¿Cuáles son los principales objetivos de la desagregación?
- 5.24. Analice las dificultades de la desagregación.
- 5.25. Desagregue el plan de ProtoPlastic desarrollado en el ejercicio 5.11, de manera que sea factible producir ambos productos.
  - a) ¿Qué cambios fueron necesarios en el plan?
  - b) ¿De qué manera afectan los cambios el costo total?
- 5.26. Establezca un "algoritmo" para desagregar un plan agregado. Aplíquelo a Goode Foods (ejercicio 5.19).

## **9 MODELOS AVANZADOS DE PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN**

Se puede usar programación lineal para más de un producto agregado, aunque el rápido crecimiento del tamaño del modelo puede ser un problema. Si se deben planear unos cuantos productos o familias de productos, la programación lineal es efectiva.

En esta sección se examinarán los modelos para varios productos. Se comienza con una simple extensión de la fuerza de trabajo y el modelo de inventarios. Es sencillo añadir al modelo las órdenes atrasadas, el tiempo extra y la subcontratación. Después se examina un modelo con restricciones sobre los recursos que representan las capacidades en diferentes áreas de producción. También se consideran rutas alternativas para los productos. Estos modelos no son incluyentes, pero presentan una visión amplia que permite al lector reconocer aplicaciones similares. Johnson y Montgomery (1974) y Lawrence y Zanakis (1984) presentan muchos modelos matemáticos para planeación de la producción.

### **9.1 Productos múltiples**

Se usa la misma notación que antes pero se añade el subíndice  $i$  para el producto  $i$ . Formalmente se tiene:

- $T$  = longitud del horizonte, en períodos
- $N$  = número de productos
- $t$  = índice de períodos,  $t = 1, 2, \dots, T$
- $i$  = índice de productos,  $i = 1, 2, \dots, N$
- $D_{it}$  = número pronosticado de unidades demandadas del producto  $i$  en el periodo  $t$
- $n_{it}$  = número de unidades del producto  $i$  que puede hacer un trabajador en el periodo  $t$
- $C_{it}^P$  = costo de producir una unidad del producto  $i$  en el periodo  $t$
- $C_{it}^W$  = costo de un trabajador en el periodo  $t$
- $C_t^H$  = costo de contratar un trabajador en el periodo  $t$
- $C_t^L$  = costo de despedir un trabajador en el periodo  $t$
- $C_{it}^I$  = costo de mantener una unidad del producto  $i$  en inventario durante el periodo  $t$

Las variables de decisión son

$P_{it}$  = número de unidades del producto  $i$  fabricadas en el periodo  $t$

$W_t$  = número de trabajadores disponibles en el periodo  $t$

$H_t$  = número de trabajadores contratados en el periodo  $t$

$L_t$  = número de trabajadores despedidos en el periodo  $t$

$I_{it}$  = número de unidades del producto  $i$  almacenados al final del periodo  $t$

La formulación de programación lineal es

$$\text{Minimizar } \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N (C_{it}^P P_{it} + C_t^W W_t + C_t^H H_t + C_t^L L_t + C_{it}^I I_{it})$$

$$\begin{aligned} \text{sujeta a} \quad & \sum_{i=1}^N \left( \frac{1}{n_{it}} \right) P_{it} \leq W_t \quad t = 1, 2, \dots, T \\ & W_t = W_{t-1} + H_t - L_t \quad t = 1, 2, \dots, T \\ & I_{it} = I_{it-1} + P_{it} - D_{it} \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & P_{it}, W_t, H_t, L_t, I_{it} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, N \end{aligned}$$

es similar a un modelo de planeación agregada. Sin embargo, ahora se tienen variables de producción e inventario para cada producto y para cada periodo. Además, se tienen restricciones de balance de materiales para cada producto en cada periodo. La formulación tiene  $3T + 2NT$  variables y  $2T + NT$  restricciones. Un modelo con 10 productos y un horizonte de planeación de 12 periodos tendrá 276 variables y 144 restricciones. Si se aumenta el tamaño  $aN = 100$  y  $T = 12$  se tendrán 2436 variables y 1224 restricciones. Estos modelos de programación lineal están dentro del rango del software actual. Stadtler (1986) analiza un modelo de este tipo aplicado a un fabricante grande de productos alimenticios. Determina los niveles de producción para familias de productos en lugar de para productos individuales. El programa lineal que resulta tiene 1100 variables y 830 restricciones.

Ejemplo 5-2. Mezcla de productos para Carolina Hardwood. Carolina Hardwood produce tres tipos de mesas de comedor. Ahora tiene 50 trabajadores; se puede contratar nuevos trabajadores y se puede despedir a los que se tiene. Durante los siguientes cuatro trimestres, el costo de contratación por trabajador es 420, 410, 420 y 405, respectivamente. El costo de despedir un trabajador es 800, 790, 790 y 800. El costo de un trabajador por trimestre es 600, 620, 620 y 610. El inventario inicial es 100 unidades para la mesa 1, 120 unidades para la mesa 2 y 80 unidades para la mesa 3. El mimo de unidades que puede hacer un trabajador por trimestre es 200, 220, 210 y 200 para la mesa 1; 300, 310, 300 y 290 para la mesa 2 y 260, 255, 250 y 265 para la mesa 3. La demanda pronosticada, el costo unitario y el costo de almacenar por unidad son

Trimestre	Demanda			Costo unitario			Costo de almacenar		
	Mesa 1	Mesa 2	Mesa 3	Mesa 1	Mesa 2	Mesa 3	Mesa 1	Mesa 2	Mesa 3
1	3500	5400	4500	120	150	200	10	12	12
2	3100	5000	4200	125	150	210	9	11	12
3	3000	5100	4100	120	145	205	10	12	11
4	3400	5500	4600	125	148	205	10	11	11

**Solución.** Usando los datos anteriores se puede formular el problema de planeación de la producción como sigue:

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & 600W_1 + 620W_2 + 620W_3 + 610W_4 + 420H_1 + 410H_2 + 420H_3 \\ & + 405H_4 + 800L_1 + 790L_2 + 790L_3 + 800L_4 + 120P_{11} + 150P_{21} \\ & + 200P_{31} + 125P_{12} + 150P_{22} + 210P_{32} + 120P_{13} + 145P_{23} + 205P_{33} \\ & + 125P_{14} + 148P_{24} + 205P_{34} + 10I_{11} + 12I_{21} + 12I_{31} + 9I_{12} \\ & + 11I_{22} + 12I_{32} + 10I_{13} + 12I_{23} + 11I_{33} + 10I_{14} + 11I_{24} + 11I_{34} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sujeta a} \quad & P_{11}/200 + P_{21}/300 + P_{31}/260 \leq W_1 \\ & P_{12}/220 + P_{22}/310 + P_{32}/255 \leq W_2 \\ & P_{13}/210 + P_{23}/300 + P_{33}/250 \leq W_3 \\ & P_{14}/200 + P_{24}/290 + P_{34}/265 \leq W_4 \end{aligned}$$

$$W_1 = 50 + H_1 - L_1$$

$$W_2 = W_1 + H_2 - L_2$$

$$W_3 = W_2 + H_3 - L_3$$

$$W_4 = W_3 + H_4 - L_4$$

$$I_{11} = 100 + P_{11} - 3500$$

$$I_{21} = 120 + P_{21} - 5400$$

$$I_{31} = 80 + P_{31} - 4500$$

$$I_{12} = I_{11} + P_{12} - 3100$$

$$I_{22} = I_{21} + P_{22} - 5000$$

$$I_{32} = I_{31} + P_{32} - 4200$$

$$I_{13} = I_{12} + P_{13} - 3000$$

$$I_{23} = I_{22} + P_{23} - 5100$$

$$I_{33} = I_{32} + P_{33} - 4100$$

$$I_{14} = I_{13} + P_{14} - 3400$$

$$I_{24} = I_{23} + P_{24} - 5500$$

$$I_{34} = I_{33} + P_{34} - 4600$$

$$P_t, I_t, W_t, H_t, L_t \geq 0 \quad t = 1, \dots, 4; \quad i = 1, \dots, 3$$

Usando un paquete estándar de programación lineal, la solución óptima del problema es

Trimestre	Demanda			Inventario		
	Mesa 1	Mesa 2	Mesa 3	Mesa 1	Mesa 2	Mesa 3
1	3400	5280	4420	0	0	0
2	3100	5000	4200	0	0	0
3	3000	5100	4100	0	0	0
4	3400	5500	4600	0	0	0
Trimestre						
	1	51.60	1.60	0.00		
	2	47.69	0.00	3.91		
	3	47.69	0.00	0.00		
	4	53.32	5.64	0.00		

Valor de la función objetivo = \$8 354 166

Las variables de fuerza de trabajo no son enteras, de manera que debe aplicarse un procedimiento de redondeo. Contratar dos trabajadores en el primer trimestre, despedir cuatro en el segundo, contratar seis en el cuarto y ajustar el costo total debe ser una solución aceptable. Al igual que con otros modelos de programación lineal presentados, el análisis de sensibilidad proporciona un buen conocimiento de otras soluciones posibles.

Ahora considere varios productos, cada uno de los cuales puede fabricarse de diferentes maneras, que pueden representar distintos procesos con tiempos de preparación de cero o tal vez plantas diferentes. Suponga que hay  $m_i$  maneras, o procesos, para fabricar el producto  $i$ . Más aún, suponga que se dispone de  $K$  recursos diferentes, y que hacer una unidad del producto  $i$  en el proceso  $j$  requiere  $a_{ijk}$  unidades del recurso  $k$ . En el periodo  $t$ , hay  $A_{kt}$  unidades del recurso  $k$  disponibles. Los recursos pueden representar horas-trabajador u horas-máquina en U4 departamento específico. Nebol (1987) proporciona un modelo detallado para planear la producción de telas. Este modelo considera 300 productos de tela que se fabrican en 18 plantas.! Sea

$T$  = longitud del horizonte, en periodos

$N$  = número de productos

$K$  = número de tipos de recursos

$t$  = índice de periodos,  $t = 1, 2, \dots, T$

$i$  = índice de productos,  $i = 1, 2, \dots, N$

$k$  = índice de tipos de recursos,  $k = 1, 2, \dots, K$

$D_{it}$  - número pronosticado de unidades demandadas del producto  $i$  en el periodo  $t$

$m_i$  = número de procesos diferentes disponibles para hacer el producto  $i$

$A_{kt}$  = cantidad disponible del recurso  $k$  en el periodo  $t$

$a_{ijk}$  = cantidad requerida del recurso  $k$  por una unidad de producto  $i$  si se fabrica en el proceso  $j$

$C_{jt}$  = costo de producir una unidad del producto  $i$  usando el proceso  $j$  en el periodo  $t$

$C_{it}$  = costo de mantener una unidad del producto  $i$  en inventario durante el periodo  $t$

Las variables de decisión son

$P_{ijt}$  = número de unidades del producto  $i$  fabricadas por el proceso  $j$  en el periodo  $t$   $I_{it}$   
= número de unidades del producto  $i$  en inventario al final del periodo  $t$

La formulación de programación lineal es

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} (C_{ijt}^P P_{ijt} + C_{it}^I I_{it}) \\ \text{sujeta a} \quad & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^{m_i} a_{ijk} P_{ijt} \leq A_{kt} \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad k = 1, 2, \dots, K \\ & I_{it} = I_{it-1} + \sum_{j=1}^{m_i} P_{ijt} - D_{it} \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, N \\ & P_{ijt}, I_{it} \geq 0 \quad t = 1, 2, \dots, T; \quad i = 1, 2, \dots, N; \\ & \quad j = 1, 2, \dots, m_i \end{aligned}$$

**Ejemplo 5-3. Plan de procesado para Cactus Cycle.** Cactus Cycle produce dos tipos de bicicletas, de pista y de campo. Debe planearse la producción para los próximos tres meses. La demanda estimada por mes de las bicicletas de pista es 1000, 1050 y 1100 unidades y para la de campo es 500, 600 y 550. El inventario actual es 100 unidades para las bicicletas de pista y 50 para las de campo. Se usan dos recursos diferentes, horas-trabajador y horas-máquina, y dos procesos distintos para fabricar ambas bicicletas. La información adicional sobre capacidad disponible de recursos por unidad, costo de almacenaje por unidad, costo unitario y requerimientos de recursos por unidad son:

Mes	Costo								
	Capacidad (horas)		Almacenaje		Proceso 1		Proceso 2		
	Máq.	Trab.	Pista	Campo	Pista	Campo	Pista	Campo	
1	8 600	17 000	8	5 6	6	72	85	80	90
2	500	16 600	8	5	7	74	88	78	95
	800	17 200			7	75	84.5	78	92.4
	Horas-máq. requeridas					8 10	12	6.8	9
	Horas-trab. requeridas								

**Solución.** Usando los datos anteriores, la formulación de programación lineal está dada por

$$\begin{aligned} \text{Minimizar} \quad & 5I_{11} + 6I_{12} + 5I_{13} + 6I_{21} + 7I_{22} + 7I_{23} + 72P_{111} + 80P_{121} \\ & + 85P_{211} + 90P_{221} + 74P_{112} + 78P_{122} + 88P_{212} + 95P_{222} \\ & + 75P_{113} + 78P_{123} + 4P_{213} + 92P_{223} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{sujeta a} \quad & 5P_{111} + 4P_{121} + 8P_{211} + 6P_{221} \leq 8 600 \\ & 10P_{111} + 8P_{121} + 12P_{211} + 9P_{221} \leq 17 000 \\ & 5P_{112} + 4P_{122} + 8P_{212} + 6P_{222} \leq 8 500 \\ & 10P_{112} + 8P_{122} + 12P_{212} + 9P_{222} \leq 16 600 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 5P_{113} + 4P_{123} + 8P_{213} + 6P_{223} &\leq 8\ 800 \\ 10P_{113} + 8P_{123} + 12P_{213} + 9P_{223} &\leq 17\ 200 \end{aligned}$$

$$I_{11} = 100 + P_{111} + P_{121} - 1000$$

$$I_{12} = I_{11} + P_{112} + P_{122} - 1050$$

$$I_{13} = I_{12} + P_{113} + P_{123} - 1100$$

$$I_{21} = 50 + P_{211} + P_{221} - 500$$

$$I_{22} = I_{21} + P_{212} + P_{222} - 600$$

$$I_{23} = I_{22} + P_{213} + P_{223} - 550$$

$$P_{ijt}, I_{it} \geq 0 \quad t = 1, 2, 3; \quad i = 1, 2; \quad j = 1, 2$$

La solución para este problema es

Mes	Bicicleta de pista			Bicicleta de campo		
	Proceso		Inventario	Proceso		Inventario
	1	2		1	2	
1	900	0	0	118.75	525	193.75
2	1050	0	0	406.25	0	0.00
3	0	1100	0	550.00	0	0.00

Valor de la función objetivos = \$8 354 166.

Se supone que los recursos son fijos para el periodo; sería sencillo manejar las restricciones de contratación y despido igual que en el modelo anterior. Lo mismo es cierto paria las horas extra y la subcontratación. El redondeo de la producción e inventario de la bicicleta B no debe ser problema. El análisis de sensibilidad puede proporcionar un buen panorama (je las soluciones de programación lineal).

## SECCIÓN 9 EJERCICIOS

- 5.27. Desarrolle y resuelva un modelo para ProtoPlastic que considere en forma explícita ambos productos. Compárelo con el plan agregado del ejercicio 5.11 y el plan desagregado del ejercicio 5.25.
- 5.28. Desarrolle y resuelva un modelo para Goode Foods (ejercicio 5.19) que considere las tres familias de productos. Compárelo con el plan agregado.
- 5.29. Hardbody fabrica dos máquinas de ejercicio, la Flex (F) y la Crunch (C). La demanda estimada para la Flex es 1500, 1200 y 1600 unidades y para la Crunch es 1000, 1200 y 900 unidades para los siguientes tres meses. El inventario actual es 550 unidades de Flex y 250 unidades de Crunch. En la fabricación de ambas máquinas se usan dos recursos, horas-trabajador y horas-máquina. La información adicional disponible sobre recursos por unidad, costo de almacenamiento por unidad, costo unitario y requerimientos de recursos por unidad son los siguientes:

Mes	Costo (\$)					
	Capacidad (horas)		Almacenaje		Proceso	
	Máq.	Trab.	F	C	F	C
1	740	12 000	22	31	650	930
2	850	15 000	22	31	670	930
3	800	11400	23	32	680	950
Horas-máq. requeridas					0.45	0.75
Horas-trab. requeridas					6	12

- Desarrolle un modelo y resuélvalo para la producción de los siguientes tres meses en Hardbody.
- 5.30. Suponga que Hardbody puede usar hasta 20% de la capacidad en horas extra en cualquier mes a un costo 60% más alto. Dé el modelo modificado y la solución.
- 5.31. Newman Foundry hace rotores de precisión troquelados de acero con base de níquel (Ni) y con base de titanio (Ti) para la industria aérea. El proceso estándar se usa normalmente para hacer ambos. Sin embargo, otro proceso que usa otras materias primas y características operativas en el troquel cambia las propiedades del rotor, lo que da como resultado otros requerimientos de maquinaria después del troquel. Los datos son los siguientes:

Mes	Costo (\$1000)						
	Capacidad (horas)		Proceso estándar		Otro proceso		
	Forja	Torno	Ni	Ti	Ni	Ti	
1	400	590	1.20	7.85	1.60	9.20	
2	420	610	1.25	8.50	1.70	9.90	
Horas requeridas		Forja	5 5	125	3 9	8	
		Torno				12	

Se han firmado contratos por 50 rotores con base de níquel y 18 con base de titanio para el próximo mes, y se esperan 55 y 20 para el siguiente. Cuesta \$ 1000 mantener un rotor con base de níquel en inventario durante un mes. El costo de almacenaje para el rotor de titanio es \$4000 por rotor por mes. Desarrolle y resuelva un modelo para ayudar a Newnan en su planeación de la producción.

## 10 PLANEACIÓN AGREGADA EN LA PRÁCTICA

La planeación agregada genera un plan de producción en unidades agregadas, a partir de los pronósticos (capítulo 4), y el plan agregado se desagrega en un plan para artículos individuales. Este plan se convierte en el plan maestro de producción (capítulo 7). El cuadro 5-1 da un panorama de la planeación agregada en la Olean Tile Company. Ellos generan planes agregados con un modelo de transporte similar al estudiado en la sección 5.7. Este modelo tiene alrededor de 1660 variables y 570 restricciones.

Conforme mejoran la capacidad de las computadoras y los algoritmos de optimización, la necesidad de la planeación agregada disminuye. La planeación se puede hacer a un nivel más detallado, similar al de los modelos de la sección 5.9. DeMatta y Miller (1993) analizan la evo-

lución del modelo de Olean Tile. El nuevo modelo considera el inventario a nivel de producto, y algunos modelos tienen 30 000 variables y 13 000 restricciones.

Alien y Schuster (1994) estudian planes desagregados en Welch's Foods. Las expectativas crecientes de los clientes para este tipo de manufactura para almacenaje requieren que se ponga más atención a la seguridad, la demanda dinámica, el error de pronóstico, el tiempo de entrega de la manufactura, la calidad del producto, el tiempo de caducidad y la clasificación ABC (capítulo 6). La mejor utilización de la capacidad implica que el sistema de planeación Necesita mantener la producción planeada dentro de los límites de capacidad, balancear los costos de preparación y de inventario y producir una gran variedad de productos. Los resultados que reportan se refieren a una línea de manufactura con 14 productos terminados agrupados en cuatro familias.

#### CUADRO 5-1

#### PLANEACIÓN AGREGADA EN OLEAN TILE

La planeación de la producción se puede ver como una jerarquía de las actividades de toma de decisiones administrativas. La jerarquía va de planeación estratégica a planeación táctica para el control de las operaciones.

Este sistema de planeación de la producción jerárquica se desarrolló en la American Olean Tile Company (AO) debido al interés de la administración por usar ayudas para la toma de decisiones basadas en computadora, para integrar

1. El desarrollo del plan de producción anual y la fuente de abastecimiento
2. Las actividades de programación de la producción a corto plazo en cada planta y
3. Los procedimientos de control de inventarios en los puntos de distribución (PD).

#### MARCO DE REFERENCIA DE LA PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

El diseño de cualquier esquema para agregar productos depende de la estructura del producto; y la consistencia y la factibilidad constituyen los objetivos y restricciones primordiales (Goldsby y Van Wassenhove, 1982). La línea de productos de azulejo de cantera se agregó en 10 familias, cada una con varios cientos de artículos o unidades para almacenar. Debido a que el número de familias de productos es pequeño, se incorporó la estacionalidad de la demanda a nivel familia en el sistema. El enfoque de Hax-Meal [1975] agrupa familias en tipos que tienen características de estacionalidad similares. El nivel agregado que se empleó en AO es adecuado tanto por la naturaleza de los azulejos como por el proceso de manufactura.

En términos más generales, el azulejo se puede clasificar en dos tipos de productos: azulejo liso y azulejo de borde. El azulejo liso forma cerca del 90% del total de las ventas de cerámica y se produce en alrededor de 10 formas básicas (por ejemplo, 4" x 8" o 6" x 6"). Los azulejos de borde son piezas de azulejo especialmente diseñadas para formar el terminado entre la superficie cubierta y alguna otra superficie (por ejemplo, el borde en donde se intersectan el suelo y una pared).

El proceso de producción de azulejos lisos en sí mismo provocó que fuera lógico considerar aún más las unidades de almacenamiento en familias de productos. Además de formas y colores básicos, el azulejo liso se hace con diferentes tipos de superficie (por ejemplo, normal y

## CUADRO 5-1 (Continuación)

abrasiva), y con variaciones en el color básico (por ejemplo, gris y gris brillante). Sin embargo, todos los azulejos hechos a partir de una forma plana básica en un color requieren materias primas muy similares y tienen costos de manufactura y restricciones prácticamente idénticos. Por lo tanto, varias unidades de almacén de azulejo liso se pueden agregar en una familia de productos con un impacto mínimo en la exactitud de los resultados del modelo. El proceso para agregar dio la formulación de 10 familias importantes que constituyen el 98% de las ventas totales de cantera.

### IMPLANTACIÓN

El proceso de implantación de la revisión de planta, familias y asignación de patrones a puntos de venta sugeridos por el modelado ha requerido al menos tanto esfuerzo como el proceso mismo de desarrollo del modelo.

Lo primero y más importante es hacer hincapié en los ahorros potenciales que resultan al implantar el modelo. El interés de la administración creció debido a que los beneficios serían constantes. Segundo, el uso de un proceso por etapas para la implantación permitió que se hicieran cambios a una velocidad aceptable. Las reasignaciones masivas no se requirieron al principio ni tampoco hubieran sido aprobadas por la alta administración. Por ejemplo, el modelo sugería muchos cambios en la fuente de abastecimiento para los puntos de venta. No obstante, sólo hubo que alterar unas cuantas asignaciones en cada etapa. Esto facilitó una transición suave y evitó la confusión y la resistencia que de otra manera hubieran surgido.

### COSTOS Y BENEFICIOS

Los costos de desarrollo caen dentro de dos categorías básicas: 1) meses-hombre comprometidos con el desarrollo y recolección de datos y 2) gastos en software.

El desarrollo requiere aproximadamente cinco meses-hombre del tiempo de un analista distribuidos a lo largo de nueve meses. El modelo de computadora se desarrolló y colocó en un sistema comercial de tiempo compartido a un costo menor a \$10 000.

Un sistema jerárquico integrado para la planeación y programación de la producción ofrece muchos beneficios tanto a nivel de componentes individuales como de todo el sistema de una organización. Estos beneficios van de una mejor coordinación y comunicación entre los departamentos a una reducción sustancial en los costos de producción y distribución. Como un todo, el sistema resalta en forma significativa la habilidad de American Olean para ser más competitiva en el mercado. AO usa el modelo de asignación anual para desarrollar el plan de producción y distribución de la división de cantera. Este plan ahorra entre \$400 000 y \$750 000 anuales. El plan sugerido no altera sustancialmente las cargas de capacidad en las plantas, pero sí sugiere cambios significativos en las mezclas de las familias. Así, el modelo descubrió ventas-jas comparativas en los costos en términos de costos de entrega (costos variables de producción y fletes) desde cada planta.

Como beneficio indirecto, el proceso de desarrollar el modelo simuló una coordinación más estrecha entre los departamentos de mercadotecnia y manufactura para cumplir con las ne-

**CUADRO 5-1**

(continuación)

cesidades de los territorios de venta. AO también obtuvo otros beneficios indirectos que es difícil cuantificar. En particular, esta metodología produce un patrón general de costos menores en los puntos de distribución de AO. Esto ofrece a la alta administración la opción mercadológica de bajar el precio del producto (o al menos minimizar cualquier incremento en los precios), manteniendo al mismo tiempo los márgenes de utilidad requeridos por AO con base en cada artículo.

El modelo de planeación anual puede ayudar a la administración de AO a medir el impacto financiero de ajustar algunas estrategias a mediano plazo de manufactura y distribución. Por ejemplo, una planta puede haber dejado de hacer un producto específico porque el costo de la materia prima básica subió. El modelo puede determinar, a nivel del sistema, los cambios en los costos anuales de manufactura y distribución, si se puede encontrar una alternativa menos costosa. Otros ejemplos incluyen determinar los ahorros que se obtendrían de decisiones de inversión de capital, como aumentar la capacidad de producción en una planta, y cuál sería el costo financiero que acompañaría la tasa de uso de materiales escasos en una planta.

El modelo de asignación anual también ayuda a reducir los costos de redistribución no planeada que ocurren cada año. Estos costos "ocultos" surgen cuando un punto de distribución transborda un producto a un segundo punto que se quedó sin inventario. Estos costos se reducen dado que las asignaciones ahora están ligadas muy de cerca al patrón de demanda en el área de mercado de cada punto de distribución.

*Fuente:* Liberatore y Miller (1985), The Institute of Management Sciences and the Operations Research Society of America (Actualmente INFORMS). Reimpreso con permiso.

## **11 EVOLUCIÓN**

Los orígenes de la planeación agregada formal se pueden encontrar al principio de la década de 1950. Al contrario de muchas otras técnicas para planear y controlar la producción, la planeación agregada es relativamente nueva; la razón para su llegada tardía es que su alcance es más amplio que el de las otras técnicas. La planeación agregada considera al mismo tiempo varios aspectos: planeación, costos, inventarios, fuerza de trabajo, etcétera. Así, se trata de un predecesor del enfoque de sistemas para la planeación y control de la producción. Se identifican cuatro aspectos en la evolución de la planeación agregada:

- Introducción inicial del concepto y su manejo matemático
- Enfoques de programación lineal
  - Métodos tabulares y gráficos
  - Métodos basados en el conocimiento

Es probable que la planeación agregada haya sido introducida por Holt, Modigliani, Muth y Simón a mediados de los 50. Su motivación era planear la producción para un fabricante local de pinturas; el producto agregado era galones de pintura. Se desarrolló un modelo matemático para el problema. Un elemento interesante de su modelo es que usaron costos cuadráticos en lugar de lineales. Para resolver el modelo, se tomó la derivada de la función objetivo y se igualó a cero. La solución es un conjunto de ecuaciones lineales; por esto, la técnica recibió el nombre de regla de decisión lineal. Se puede encontrar más información en Holt, Modigliani, Muth y Simón (1953).

Después del trabajo realizado por Holt, Modigliani, Muth y Simón, Brownman (1963) propuso un enfoque distinto. Las decisiones del periodo actual se basan en las "buenas" decisiones que se tomaron en el pasado. La idea es similar a la regresión y se puede ver como un enfoque de "comportamiento matemático". Algo muy interesante es que Bowman incluye todos los elementos familiares de la planeación agregada, excepto los costos.

Algun tiempo después del trabajo de Holt, Modigliani, Muth y Simón, se propusieron los modelos de programación lineal para la planeación agregada; Hassmann y Hess (1960) fueron de los primeros en hacerlo. Los modelos presentados en este capítulo son una continuación de este enfoque. En la actualidad, se hacen intentos para desarrollar modelos que eviten el plan agregado y planeen directamente los productos. Los modelos avanzados presentados en este capítulo y las referencias sobre la desagregación son algunos ejemplos de tales intentos.

Los métodos tabulares y gráficos, precursores del enfoque de la hoja de cálculo, aparecen en la literatura alrededor de 1960. Estos métodos se han usado en la industria durante muchos años; las computadoras personales y las hojas de cálculo han aumentado su popularidad. Su sencillez es tanto una fortaleza como una debilidad; no garantizan una solución óptima, pero su implantación es sencilla. Por lo general, se encuentran buenos planes con un poco de prueba y error.

La inteligencia artificial y los sistemas expertos se han aplicado a la planeación agregada (Duchessi y O'Keefe, 1990). Estos enfoques incorporan las reglas tradicionales de planeación de una manera heurística. El modelo es menos abstracto que los modelos matemáticos, pero a costa de la optimalidad. La planeación agregada obtenida de estos modelos indica que es un enfoque con credibilidad para el problema de planeación agregada.

Los métodos más ampliamente usados de planeación agregada son los tabulares. Sin embargo, no debe subestimarse la importancia de otros modelos. Las soluciones de los modelos, a la par con el análisis de sensibilidad, proporcionan un panorama del ambiente en el que se sumerge el problema de planeación agregada. Si se construyen bien, estos modelos requieren que la administración tome en cuenta un alcance mayor al planear la producción.

## **12 RESUMEN**

La planeación agregada se concentra en los problemas de planeación de la producción a mediano plazo. En este nivel, se considera una unidad agregada y no un producto individual. La unidad agregada se define por medio de alguna medida común a todos los productos, como horas de producción o dólares. Los factores de la planeación agregada incluyen capacidad, costos de producción, costos de cambio en la capacidad y costos de inventario.

Se usan dos enfoques primordiales para generar un plan de producción agregado: la hoja de cálculo y los métodos cuantitativos.

Los métodos de hoja de cálculo son enfoques de prueba y error. Las estrategias comunes son inventario cero, nivel de producción (fuerza de trabajo constante) y estrategias mixtas. El resultado es un plan agregado factible que generalmente proyecta un costo realista.

Los métodos cuantitativos que se usan en planeación agregada son variaciones de programación lineal. Bajo las suposiciones dadas, estos métodos llevan a un plan agregado óptimo. Los modelos de programación lineal se pueden extender a situaciones de planeación más generales, incluyendo productos y procesos múltiples.

## **MINICASO: BF SWINGS II**

Recuerde el problema de los columpios BF en el capítulo 4. Ahora Ben está preocupa^ sobre su producción para los siguientes meses, y le asigna el trabajo de obtener un plan de producción de cuatro semanas. Parte de su motivación es que piensa que hay mucho inventario. Sjamir, el capataz, alega que no puede ser cierto porque el área de almacenaje está limitada y qué en ningún momento puede haber más de 500 artículos completos en inventario. Otra motivación es que Lupe, el contador, dice que los costos del tiempo extra forman una gran parte de sus costos totales de operación. Chan, del departamento de personal, piensa que deben contratar más trabajadores para disminuir el tiempo extra. Cuando se le preguntó, Chan admitió que la capacitación costaría \$1000 por trabajador, y sus salarios son de \$400 semanales. Bobbie Ruth señala que, por ley, cualquier trabajador despedido debe recibir la paga de tres semanas, y que el tiempo extra cuesta 50% más. Lupe indica que si se aumentan las prestaciones adicionales y la depreciación del equipo, el costo del tiempo extra será aproximadamente el doble del tiempo normal en cada departamento, y que las horas extra no pueden ser más de tres al día a menos que los empleados trabajen los sábados. Samir sostiene que el aumento de empleados puede no incrementar la capacidad ya que tal vez se necesite también más equipo. Ben está de acuerdo en esto, excepto en el caso de lijado, ensamble y acabado que casi no requieren equipo.

Gracias a las precauciones de Bobbie Ruth se dispone de algunos datos. La siguiente tabla da el costo por hora, incluyendo mano de obra, del trabajo en cada departamento. Los costos de inventario semanales son \$0.30, \$0.80 y \$0.90 por unidad. Se tienen 70 bancos, 255 cunas y 110 columpios en inventario. El resto de la información se puede encontrar en el minicaso del capítulo 4.

Departamento	Costo en \$/hora	Departamento	Costo en \$/hora
Perforadora	\$12	Ruteadora/formado	\$15
Torno	\$15	Nivelado	\$15
Sierra caladora	\$12	Lijado	\$10
Sierra de corte	\$12	Ensamble	\$10
Ranurado	\$20	Terminado	\$10
Cepillado	\$20		

La demanda pronosticada de los productos para las siguientes cuatro sem;

Semana	Bancos	Cunas	Columpios
117	100	344	24
118	109	352	146
<b>119</b>	<b>90</b>	368	279
120	106	361	<b>64</b>

Desarrolle un plan de producción para cuatro semanas para BFS. ¿Qué decisiones importantes deben tomarse? ¿Qué nivel de detalle se necesita? Si se trata de un plan agregado, ¿deben agregarse los productos o los procesos o ambos? ¿Qué método de solución parece ser el mejor?

## **13 REFERENCIAS**

- Alien, S. J. y Schuster, E. W., "Practical Production Scheduling with Capacity Constraints and Dynamic Demand: Family Planning and Disaggregation", *Production & Inventory Management Journal*, 35, 4,15-21 (1994).
- Bowman, E. H., "Consistency and Optimality in Managerial Decisión Making", *Management Science*, 9, 310-321,1963.
- Bowman, E. H., "Production Scheduling by the Transportation Method of Linear Programming", *Operations Research*, 4,100-103,1956.
- Duchessi, P. y O'Keefe, R. M., "A Knowledge Based Approach to Production Planning", *Journal of the Operational Research Society*, 41,377-390,1990.
- De Metta, R. y Miller, T. "A Note on the Growth of a Production Planning Sysstem: A Case Study en Evolution", *Interfaces*, 23,4, 116-122, 1993.
- Hanssmann, F. y Hess, S. W., "A Linear Programming Approach to Production and Employment Schedulung", *Management Technology*, 1, 46-51, 1960.
- Hax, A. C. y Meal, H. C, "Hierarchical Integration of Production Planning and Scheduling", en *Studies in Management Sciences, Volume 1, Logistics*, Geisler, M. A., ed., North Holland-American Elsevier, Nueva York, 1975.
- Holt, C. C, Modigliani, J. F., Muth, J. F., y Simón H., "A Linear Decisión Rule for Production and Employment Scheduling", *Management Science*, 1,1-30,1953.
- Johnson, L.A. y Montgomery, D. C, *Operations Research in Production Planning, Scheduling and Inventory Control*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1974.
- Lawrence, K. D. y Zanakis, S. H., *Production Planning and Scheduling: Mathematical Programming Applications*, Industrial Engineering and Management Press, Norcross, GA, 1984.
- Liberatore, M. J. y Miller. T., "A Hierarchical Production Planning System," *Interfaces*, 15,4,1-11,1985.
- Masud, A. S. M. y Hwang, C. L., "An Aggregate Production Planning Model and Application of Múltiple Objective Decisión M^ihcÁs", *International Journal of Production Research*, 118,115-127,1980.
- Nebol, E., "Macro Production Planning: An Applied Research Project", *Interfaces*, 17, 71-77,1987.
- Stadtler, H., "Tuning Aggregate Planning With Sequencing and Scheduling", en *Multi-Stage Production Planning and Inventory Control*, Axsater, S., Schneeweis, C. y Silver, E., eds., Springer-Verlag, Berlín, 1986.
- Zoller, K., "Optimal Disaggregation of Aggregate Production Plan", *Management Science*, 17, B553-B549,1971.

# *Inventarios: sistemas de demanda independiente*

El inventario se usa en la mayor parte de las actividades de manufactura, servicio, distribución y venta, y debido a que puede resaltar la rentabilidad y la competitividad, se estudia ampliamente en el sector de manufactura. ¿Qué es inventario? ¿Qué aspectos, problemas y complejidades están asociados con él? Para entender estas preguntas se analiza un sistema sencillo de manufactura-distribución, una tienda de donas. La mayoría de las personas están familiarizadas con este tipo de operación.

Al entrar a la tienda, se observan charolas con toda clase de donas, que es el inventario de **productos terminados** de la tienda. Las donas se hornean y se ponen en charolas para que cuando entra un cliente a la tienda se le pueda servir de inmediato. Este inventario ejerce debido a un receso temporal entre dos actividades —en este caso abastecimiento (el proceso de horneado) y demanda (el cliente)—. Otro tipo de inventario en este sistema es la **materia prima**: harina e ingredientes necesarios para preparar las donas. Éste también representa una pausa entre el abastecimiento (obtención de materia prima) y la demanda (proceso de cocinar las donas).

Se observarán las decisiones que tiene que tomar el dueño respecto al inventario. La primera decisión es la cantidad, cuántas donas de cada tipo preparar o cuánta harina e ingredientes ordenar. La segunda decisión concierne al tiempo, esto es, cuándo hacer un pedido ( $p > r$  la cantidad dada). ¿Deben hacerse las donas cuando la charola está vacía o cuando quedan 10 donas? ¿Debe ordenarse harina una vez a la semana o cuando baja a cierta cantidad mínima?

Estas dos decisiones están afectadas por la demanda del producto terminado —cuántas donas se venderán en las siguientes horas o días—. Esta demanda es incierta. No se sabe de antemano cuándo o cuántos clientes vendrán a la tienda ni cuántas donas de cada tipo comprarán. Lo más que se puede hacer es pronosticar esta demanda.

Para tomar en cuenta la incertidumbre, el dueño puede tener una cantidad grande de donas disponibles, pues requiere estar listo para responder a cualquier demanda futura. La sanción por hacer esto puede ser quedarse con muchas donas sin vender que se desperdician. Cuando se "enfrían". Por otro lado, si los clientes quieren cierta dona que no hay, se incurrirá en una sanción diferente, al menos la pérdida del ingreso por el faltante.

Lo que gradualmente se revela es que incluso para este ejemplo sencillo el tema de inventarios no es obvio. Es un elemento clave en la rentabilidad de la tienda de donas. En las organizaciones de manufactura con cientos de productos, el problema del inventario es aún más complejo y difícil de resolver.

# 1 CONCEPTOS DE INVENTARIOS

El ejemplo de las donas muestra que el inventario es un sistema importante y complejo y que se debe comprender su naturaleza antes de analizarlo. Esta sección se usará para hacer justo eso. Primero, se amplía el estudio del papel que juega el inventario. Los sistemas de inventarios tienen terminología específica, que se presenta a continuación. Después se identifican los costos de inventario y se presentan algunas medidas de efectividad para estos sistemas. Se concluye con el análisis de las políticas comunes y la relevancia de los modelos de inventarios.

## 1.1 El papel que juega el inventario

Hasta ahora, sólo se ha descrito el inventario, pero no se ha definido. Entre las muchas definiciones disponibles, se ha seleccionado la siguiente:

Una cantidad de bienes bajo el control de una empresa, guardados durante algún tiempo para satisfacer una demanda futura.

Para el sector de manufactura, tales bienes son principalmente materiales: materia prima, unidades compradas, productos semiterminados y terminados, refacciones y materiales de consumo.

Esta definición reitera lo que se observó en el ejemplo de las donas. El inventario es un "amortiguador" entre dos procesos: el abastecimiento y la demanda. El proceso de abastecimiento contribuye con bienes al inventario, mientras que la demanda consume el mismo inventario. El inventario es necesario debido a las diferencias en las tasas y los tiempos entre el abastecimiento y la demanda, y esta diferencia se puede atribuir tanto a factores internos como externos. Los factores endógenos son cuestiones de política, pero los exógenos son incontralables. Entre los factores internos están las economías de escala, el suavizamiento de la operación y el servicio al cliente. El factor exógeno más importante es la incertidumbre.

Las **economías de escala** pueden hacer que un inventario sea deseable aun cuando sea posible balancear el suministro y la demanda. Existen ciertos costos fijos asociados con la producción y la compra; éstos son los costos de preparación y los costos de ordenar, respectivamente. Para recuperar este costo fijo y reducir el costo unitario promedio se pueden comprar o producir muchas unidades. Estos tamaños de lote grandes se ordenan con poca frecuencia y se colocan en inventario para satisfacer la demanda futura.

El **suavizamiento de la operación** se usa cuando la demanda varía con el tiempo. Anticongelante o acuamotos serían algunos ejemplos. El inventario acumulado en períodos de demanda baja se usa para satisfacer la demanda alta de otros períodos; ello permite que las instalaciones de producción operen a una tasa relativamente constante de producción, característica deseable en la manufactura.

El **servicio a clientes** es otra razón para mantener un inventario. El inventario se forma para poder cumplir de inmediato con la demanda, lo que lleva a la satisfacción del cliente.

La **incertidumbre** se presentó en el ejemplo de las donas. Una manera de evadir la incertidumbre es mantener en inventario más unidades de las pronosticadas como demanda; esto evita la posibilidad de quedarse sin unidades si la demanda real excede al pronóstico. Este inventario adicional se llama inventario de seguridad. El proceso de reabastecimiento es otra fuente de incertidumbre que puede justificar mantener un inventario de seguridad. El tiempo de entre-

ga es el tiempo que transcurre entre emitir una orden y recibirla. Cuando el tiempo de entrega es incierto, puede ser que no se reciba la orden en la fecha planeada. El inventario de seguridad ofrece cierta protección contra un paro en la producción por la incertidumbre en el tiempo de entrega.

El papel del inventario descrito hasta el momento es opcional. Existe una razón distinta por completo para mantener un inventario, la explotación del mercado. Con frecuencia las peculiaridades del mercado son la causa de que un inventario llegue a ser una ventaja económica. La fluctuación en los precios del mercado puede justificar la adquisición de más materia prima que la requerida para la demanda estimada. Se resalta el hecho de que esto es altamente especulativo y debe dejarse a la función de finanzas en la organización y no a los administradores de operaciones. De acuerdo con lo anterior, no se analizará más el papel del inventario.

## 1.2 Terminología de inventario

En el ejemplo de la tienda de donas, se identificó la demanda como incierta y se mencionaron dos tipos de inventario, materia prima y producto terminado. Se definirán formalmente distintos tipos de ambientes de demanda y varias clases de inventarios.

El **ambiente de demanda** se puede clasificar en dos grandes categorías: determinístico o estocástico e independiente o dependiente.

De determinístico o estocástico. Determinístico significa que se conoce con certidumbre la demanda futura de un artículo en inventario; esta demanda aleatoria se llama estocástica. Cada caso requiere un análisis diferente. El caso estocástico es más realista, pero su manejo es más complicado.

Demandas independiente o dependiente. La demanda de un artículo no relacionada con otro artículo y afectada principalmente por las condiciones del mercado se llama demanda independiente. Los ejemplos incluyen ventas al menudeo o producto terminado en la manufactura. La demanda dependiente es muy común en la manufactura (la demanda de una unidad se deriva de la demanda de otra). Un ejemplo sería un automóvil, llantas y tuercas. Cada vehículo requiere cuatro llantas y cada llanta requiere tuercas. La demanda de automóviles es independiente; las llantas y las tuercas tienen una demanda dependiente. Aquí se tiene una jerarquía de tres niveles, llamada estructura del producto. Así, un vehículo genera la demanda de cuatro llantas (sin contar la de refacción) y 16 tuercas. En el ejemplo de las donas, la demanda de donas es independiente, y la demanda de harina es dependiente. Este capítulo estudia sistemas de demanda independiente; el capítulo 7 examina los sistemas de demanda dependiente. Se hace notar que una parte de los análisis es común a los dos sistemas.

Los **tipos de inventario** en los sistemas de producción se clasifican según el valor agregado durante el proceso de manufactura. Las clasificaciones son materia prima, producto en proceso (PEP) y productos terminados. A continuación se definirá cada tipo.

La materia prima incluye todos los materiales requeridos para los procesos de manufactura y ensamble. Normalmente son los siguientes:

- Material que necesita más procesamiento (harina, madera, barras de acero)
- Componentes que forman parte de un producto tal como están (chips de computadora, tornillos)
- Artículos de consumo (soldadura, electrodos, pegamento, tornillos)

**El producto en proceso (PEP)** es inventario en el sistema de producción que espera para ser procesado o ensamblado y puede incluir productos semiterminados (una tuerca rosada pero sin recubrimiento) o subensambles (cinescopios de televisor).

**Los productos terminados** son las salidas de los procesos de producción, en ocasiones llamados artículos finales —cualquier mercancía, un automóvil, una camisa, un refresco—. La demanda de productos terminados por lo general es independiente. Los productos terminados de una organización de manufactura pueden ser materia prima para otra; por ejemplo, las llantas para los automóviles.

## 1.3 Costos de inventario

Se define un inventario como una "cantidad de un bien"; como tal, incurre en costos. El costo de compra es obvio. Otros tipos de costos son el costo de ordenar (de preparación), el costo de almacenaje, el costo por faltantes y el costo de operación del sistema. Se explicará cada uno en detalle.

El **costo de compra** es el costo por artículo que se paga a un proveedor (llamado también costo de materiales). Sea  $c$  el costo unitario y  $Q$  el número de unidades compradas (tamaño del lote). Entonces el costo total de compra es  $cQ$ , una función lineal de  $Q$ . En algunos casos el proveedor tiene una tabla de costos basada en la cantidad comprada. Este costo unitario es una función de  $Q$  y el costo de compra es una función más compleja (vea la sección 2.1.3).

Si se fabrica una unidad,  $c$  incluye tanto el costo del material como el costo variable para producirla. El costo total de manufactura para un lote de producción es  $cQ$ .

Un **costo de ordenar** —el costo de preparar y controlar la orden— es aquel en que se incurre cada vez que se coloca una orden con el proveedor. Es independiente del tamaño del lote que se compra y, por lo tanto, es un costo fijo denotado por  $A$ . Sin embargo, el costo anual de ordenar, que se estudiará más adelante, depende del tamaño del lote. Para un lote fabricado, el costo fijo está dominado por el costo de preparación, que incluye el costo de preparar la máquina para la corrida de producción (tiempo ocioso de la máquina y mano de obra) y quizás algunos costos de materiales para el arranque debido a rechazos iniciales. Se usa la misma notación,  $A$ , para el costo de preparación.

El costo total de comprar o producir un lote es

$$A + cQ$$

Consiste en una componente fija  $A$  y una componente variable  $cQ$ .

El inventario compromete el capital, usa espacio y requiere mantenimiento, y todo cuesta dinero. Esto se llama **costo de almacenaje** o de mantener el inventario e incluye lo siguiente:

- Costo de oportunidad  
Costos de almacenaje y manejo  
Impuestos y seguros  
Robos, daños, caducidad, obsolescencia, etcétera.

El costo de almacenar comienza con la inversión en el inventario. El dinero comprometido no puede obtener rendimientos en otra parte. Este costo es un costo de oportunidad, que por lo general se expresa como un porcentaje de la inversión. El valor más bajo de este costo de opor-

tunidad es el interés que ganaría el dinero en una cuenta de ahorros. La mayor parte de las empresas tienen mejores oportunidades que las cuentas de ahorros y muchas tienen una tasa mínima de retorno, que usan para evaluar inversiones, normalmente llamada costo de capital. La misma tasa se puede usar como parte del costo de mantener el inventario.

Los costos se calculan como un porcentaje de la inversión en inventario y se suman al costo de oportunidad, esto genera el costo total de mantener el inventario. Entonces, si el costo de capital es 25% anual y otros tipos de costo suman un 10% adicional, el costo total de almacenaje será 35%. Es decir, por cada dólar invertido en inventario, durante un año, se pagan 35 centavos. Se define

$$i = \text{costo total de mantener inventario (expresado como porcentaje)}$$

Éste es el costo de mantener \$ 1 de inventario durante una unidad de tiempo. Debido a que el inventario casi siempre se mide en unidades y no en dólares, y recordando que el costo de una unidad es  $c$ , se obtiene

$$h = ic$$

donde  $h$  es el costo de mantener una **unidad** en inventario durante una unidad de tiempo, expresado en dólares. Los valores típicos anuales de  $i$  van de 25 a 40%, pero  $i$  puede llegar hasta 60%.

En el ejemplo de la tienda de donas, se introdujo el concepto de **costo por faltante**. Un faltante ocurre cuando existe una demanda de un producto que no se tiene. Un faltante puede surtirse atrasado o perderse; la demanda de bienes durables con frecuencia se satisface con atraso. Así, si la tienda no tiene el televisor que desea, usted puede estar dispuesto a esperar hasta que lo tengan. Por otro lado, la demanda puede perderse si la tienda de donas no tiene el tipo que quiere. Si usted va a otro lado se llama venta perdida.

En ambos casos se paga una sanción. Si la demanda se pierde, la pena más importante es la ganancia perdida y la pérdida de la buena voluntad. Si la demanda se surte atrasada existe un costo adicional al expedirla, costos de registro en libros y la reputación de un mal servicio al cliente. Lo común es que un faltante de material para producción se surta atrasado, por tanto, la sanción es que la producción se detiene, volver a arrancarla y tal vez la entrega tardía del producto final al cliente.

Existen dos tipos de costos por faltantes. Uno es el resultado de que falte una unidad; el otro considera el tiempo que la unidad falta.

Se define:

$$n = \text{costo de faltante por unidad}$$

$$n = \text{costo de faltante por unidad que falta por unidad de tiempo}$$

Casi siempre se usa TI para las ventas perdidas; los faltantes usan ambas. Observe que  $n$  es para los faltantes lo que  $h$  es para el inventario. Es difícil estimar el costo por faltantes y puede ser una estimación subjetiva.

Por último, existen costos relacionados con la operación y el control de los sistemas de inventario, que reciben el nombre de **costo de operación del sistema**. Este costo puede ser grande; incluye, por ejemplo, el costo de computadoras y programas para el control del inventario. Irónicamente, la mayoría de los modelos de inventarios se desarrollaron antes o muy al principio de la era de las computadoras y este costo con frecuencia no se tomaba en cuenta.

## 1.4 Medidas de efectividad

El inventario es, en términos básicos, una entidad de servicio. Si el inventario satisface la demanda cuando ocurre, entonces el servicio es perfecto; de otra manera hay problemas con el servicio. Proporcionar un alto nivel de servicio no es gratis. El estudio de los sistemas de inventarios es un análisis de trueques entre los beneficios y los costos de mantenerlos. La meta es maximizar los beneficios al mismo tiempo que se minimiza el costo, una difícil misión. Esa meta es aún más compleja cuando el inventario contiene muchos artículos diferentes.

Primero se estudian los costos; los beneficios se ven como un costo de oportunidad. Más adelante se examinan los modelos que hacen alusión al beneficio de los servicios. Existen dos enfoques para medir la efectividad, un enfoque de modelado y un enfoque gerencial.

El **enfoque de modelado** optimiza el sistema de inventarios. El criterio que se emplea en la mayoría de los modelos es minimizar el costo; aunque, en principio, también se podría usar maximización. Estos criterios son equivalentes para la mayoría de los sistemas de inventario, porque la ganancia es la diferencia entre el precio y el costo. Aquí se estudian los modelos de costo porque son más sencillos. Otra razón es que mientras que el costo es un *hecho*, los precios son una *política*. Los costos se conocen y los precios pueden diferir por políticas administrativas o por presión del mercado.

Una medida de efectividad común para los sistemas de inventario es el *costo total promedio mínimo por unidad de tiempo*. Una unidad de tiempo puede ser días, semanas, meses o años. El costo total incluye los elementos de costo que se definieron. Se usa el promedio porque los costos de almacenaje y faltantes son proporcionales al nivel de inventario que puede variar durante el periodo. Para calcular el costo total promedio se promedia el inventario o los faltantes en el tiempo y se multiplican por  $h$  o  $\tilde{n}$ .

El **enfoque gerencial** casi siempre se usa para sistemas de inventarios de múltiples artículos. La meta inmediata es reportar el tamaño del inventario a la gerencia. Una medida del tamaño del inventario es la inversión total en la fecha del reporte. Se multiplica la cantidad disponible de cada artículo por su costo y se suma el resultado para todos los artículos. Para obtener una medida relativa sobre si se tiene "demasiado" o "muy poco" inventario o para comparar el desempeño con los "estándares industriales" y con el de los competidores se usan otras dos medidas:

Inversión en inventario total

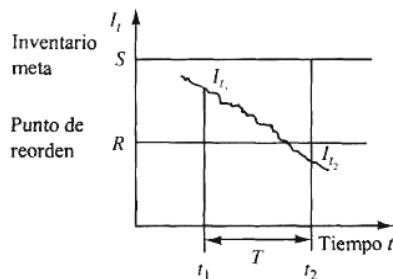
$$\text{Meses de abastecimiento} = \frac{\text{Inversión en inventario total}}{\text{Demanda promedio pronosticada (\$/mes)}}$$

12 [demanda promedio pronosticada (\\$/mes)]

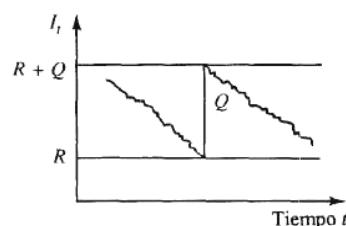
$$\text{y Rotación del inventario anual} = \frac{\text{Inversión en inventario total}}{12 [\text{demanda promedio pronosticada (\$/mes)}]}$$

La primera medida indica cuánto tiempo se podrá satisfacer la demanda futura con el inventario disponible; la segunda indica la rapidez de rotación del inventario; mientras más alto sea el valor, más baja será la inversión en inventario. Estas medidas cambian un poco con los diferentes objetivos y con los tipos de inventario (materia prima, producto terminado). Para verificar el desempeño futuro, se usa el pronóstico de demanda y para la evaluación del desempeño pasado se usa la demanda real. Una manera rápida de calcular la rotación del inventario a partir de la hoja de balance de una compañía es

$$\text{Rotación de inventario} = \frac{\text{Valor de las ventas}}{\text{Valor de Inventario}}$$



**FIGURA 6-1**  
Política de revisión periódica



**FIGURA 6-2**  
Política de revisión continua

La comparación de esta cifra con la rotación para otras compañías o los estándares industriales da una indicación del desempeño de la operación del inventario.

## 1.5 Políticas de inventario

El elemento principal que afecta el inventario es la demanda. Desde el punto de vista del control de la producción, se supone que la demanda es una variable incontrolable. Existen tres factores importantes en un sistema de inventario, llamados variables de decisión, que se pueden controlar:

- ¿Qué debe ordenarse? (decisión de variedad)
- ¿Cuándo debe ordenarse? (decisión de tiempo)
- ¿Cuánto debe ordenarse? (decisión de cantidad)

Para entender mejor estas decisiones de inventarios, se examina un sistema de un solo artículo. La decisión de variedad es irrelevante y las otras dos se toman usando dos políticas de control de inventarios diferentes, conocidas como de revisión periódica y de revisión continua.

**Política de revisión periódica.** Se verifica el nivel del inventario  $I_t$ , en intervalos de tiempo fijo, digamos una semana, un mes o cualquier tiempo  $T$ , llamado periodo de revisión, y se coloca una orden si  $I_t$  es menor que cierto nivel predeterminado  $i^*$ , llamado punto de reorden (decisión de tiempo). El tamaño de la orden  $Q$  es la cantidad requerida para aumentar el inventario a un nivel predeterminado  $S$  (decisión de cantidad). El tamaño de  $Q$  varía de un periodo a otro. La figura 6-1 presenta esta política suponiendo que la demanda es de una unidad a la vez y que las órdenes se entregan instantáneamente. En  $t_x$ , el nivel del inventario está por arriba del punto de reorden  $i^*$ , por lo que no se ordena. En el siguiente tiempo de revisión  $t_2$ ,  $T$  periodos después de  $t_x$ ,  $I_{t_2} < R$  y se ordenan  $Q = S - I_{t_2}$  unidades. Con frecuencia se hace referencia a esta política como política periódica o política de tiempo fijo.

**Política de revisión continua.** En esta política el nivel del inventario se controla continuamente. Cuando el nivel llega al punto de reorden  $R$  (decisión de tiempo), se ordena una cantidad fija  $Q$  (decisión de cantidad). Ésta es una política continua ( $Q, R$ ), o política de cantidad fija de reorden. La figura 6-2 presenta esta política suponiendo entrega instantánea de la orden y demanda de una unidad a la vez.

Antes de la era de las computadoras, los sistemas de revisión periódica eran más populares porque su manejo manual era más sencillo. Con las computadoras disponibles en cualquier parte, la implantación de las políticas de revisión continua se ha facilitado. La revisión continua tiene ciertos méritos sobre la revisión periódica; sin embargo, esta última todavía tiene un lugar, como se verá cuando se estudien las decisiones de control (sección 4.2).

## **1.6 Relevancia de los modelos de inventarios**

Muchos modelos de inventarios clásicos se desarrollaron en la era de las teorías clásicas de la administración. En el capítulo 2 se estudió la teoría emergente que lleva a la manufactura de clase mundial y que toma un punto de vista sobre el inventario completamente distinto: reducir el inventario todo lo que se pueda, en lugar de optimizarlo. Así, existe un dilema al presentar muchos de los modelos clásicos. Si a la luz de las nuevas teorías de producción son obsoletos, ¿por qué enseñarlos? La respuesta de los autores es que pensamos que son tan relevantes en el "nuevo ambiente" como lo fueron antes.

Pensamos que aun en el pasado, una de las mayores ventajas de los modelos de inventarios era la visión que proporcionaban. De cientos de modelos de inventarios desarrollados, el que más se ha usado es el modelo del lote económico (EOQ), que se desarrolló ¡en 1915! Un gran beneficio que se obtiene al usar diferentes modelos de sistemas de inventarios es la comprensión del comportamiento de estos sistemas, las relaciones entre los diferentes parámetros y variables y la sensibilidad respecto a las inexactitudes en los datos. Esta comprensión prevalecía en el pasado y será muy importante en el futuro. Por ejemplo, en un sistema de inventarios real con 100 000 artículos es difícil calcular y actualizar el costo por faltante para cada artículo. Sin embargo, al entender el impacto del costo por faltantes a partir de los costos que se obtienen en los modelos, los sistemas de inventarios se administran mejor. Otro ejemplo es la reducción del tiempo de preparación; sus implicaciones se pueden estudiar y entender usando modelos de inventarios.

Aun hoy, el inventario no es un mal. Para ilustrar, la planta GM Saturn opera uno de los sistemas de justo a tiempo (sin inventario) más exigentes en Estados Unidos (Woodruff *et al.*, 1992). Pero encontraron que era necesario agregar más inventario entre departamentos como un amortiguador, para que fuera menos probable que se retrasara el ensamble final.

Como se ha establecido, los modelos de inventario clásicos son importantes no sólo por los resultados que se obtienen, sino también por el mayor entendimiento del comportamiento del sistema. El ingeniero industrial o el administrador de operaciones del futuro debe entender los modelos clásicos con el fin de ayudar a desarrollar los modelos futuros.

Este capítulo está orientado a las decisiones y dividido en tres áreas principales: decisiones de cantidad, decisiones de tiempo y decisiones de control. El siguiente capítulo analiza los sistemas de demanda dependiente.

## **SECCIÓN 1 EJERCICIOS**

- 6.1. Utilice la definición de inventario para clasificar las siguientes entidades como "inventario" o "sin inventario". Explique
  - Mercancía en una tienda

- Agua en un depósito
  - Dinero en una cuenta de ahorros
  - Árboles en un bosque
  - Troncos cortados en una fábrica de pulpa
  - Cuerdas de alambre para puentes
  - Barras de acero en una fábrica metalúrgica
  - Una mina de hierro
  - Brandy en barriles en una destilería
  - Botella de brandy en casa
- 6.2. Enumere y explique unos cuantos factores exógenos que contribuyan a la necesidad de inventario.
- 6.3. Sponga que la demanda de un producto se conoce con certidumbre. ¿Todavía se requiere un inventario? ¿Por qué? Proporcione un ejemplo.
- 6.4. Considere un producto como una bicicleta que se está fabricando. Haga un bosquejo sencillo de ese producto e identifique lo siguiente:
- Artículos con demanda independiente y dependiente
  - Inventario de materia prima
  - Inventario en proceso
  - Inventario de productos terminados
- 6.5. Un embotellador de refrescos sabe que el desglose de sus costos es el siguiente:
- Costo de materia prima para un galón de refresco, \$ 1.80
  - Costo de embotellado para un galón de refresco, \$ 1.20
  - Costo de una botella vacía de 1/12 galón, \$0.05
  - Costo de preparación para una corrida de embotellado \$5000
  - Costo de mantener inventario, 35% anual
- Evalué  $c$ , el costo total unitario de producción.
  - ¿Cuál es el costo total de producción para tamaños de lote de 1000, 10 000, 50 000 y 100 000 botellas de 1/12 galón?
  - Sea
- $$\frac{A}{A + cQ} = y$$
- Grafique  $y = f(Q)$ . ¿Qué puede concluir?
- d) La compañía estima la demanda en 10 000 botellas diarias. La política es tener un inventario de producto terminado correspondiente a 5 días de demanda. ¿Cuál es la inversión en este inventario?
- é) Evalúe el costo de mantener el inventario en dólares por año.
- 6.6. La compañía A tiene \$10 millones en inventario, el equivalente al abasto de tres meses. La compañía B, que está en la misma línea de negocios, tiene \$5 millones en inventario el equivalente a una rotación de inventario de 4 (esto es, cuatro ciclos de inventario por año). Analice esta situación.
- 6.7. Una hoja de balance tiene siempre un elemento de "bienes actuales", que representa la inversión en inventario. La OPCABLE Company fabrica cables de fibra óptica. Su hoja de balance para el 31 de diciembre de 1996 mostraba un rendimiento total de \$50 millones y bienes actuales por \$10 millones.
- á) Dé un aproximado de los meses de abasto y la rotación del inventario para este año. b) Si el "estándar de la industria" es de seis rotaciones de inventario anuales, ¿qué puede decirle a la administración de OPCABLE?

- 6.8. La OPCABLE Company hizo un análisis de costos de sus sistemas de materiales y obtuvo los siguientes datos para los últimos seis meses. Calcule el costo total promedio por mes.

Mes	Costo de ordenar (\$1000)	Costo de almacenar (\$1000)	Costo de compra (\$ millones)
1	5	200	5
2	8	180	4
3	6	220	6
4	7	170	2
5	—	190	—
6	4	180	5

- 6.9. Tres compañías en la industria electrónica tienen los siguientes ciclos de inventario:

**Compañía A 6**

**Compañía B 8**

**Compañía C 4**

¿Qué compañía tendrá el menor costo de mantener inventario? Explique por qué.

- 6.10. Considere las tres variables de decisión en los sistemas de inventarios. Analice las relaciones entre ellos.
- 6.11. Compare las dos políticas de revisión de inventarios para los casos de ambientes de demanda determinística y estocástica.
- 6.12. Además de las dos políticas de revisión de inventario "puras", puede haber una política "híbrida".
- Dé un ejemplo en el que una política híbrida sea útil.
  - Muestre la gráfica para una política "híbrida" (como las de las figuras 6-1 y 6-2).
- 6.13. Las siguientes situaciones representan ambientes "tipo inventario" que se encuentran en la vida diaria. Clasifíquelas según si, por implicación, usan una política de revisión periódica o continua. Explique.
- El tanque de gasolina de un automóvil
  - El dinero en una cuenta de cheques
  - Los alimentos en un refrigerador
  - Las botellas de vino en una cava
  - El aceite del motor de un vehículo
- 6.14. La compañía METCUT lo contrató para trabajar en su departamento de costos. Ellos acaban de comprar un nuevo paquete de software para inventarios y, entre otras cosas, tienen que darle el valor de A. Su primera tarea es obtener este valor usando los registros históricos, con los siguientes datos.
- |  |            |
|--|------------|
| 1. Costo de preparación de equipo  | \$200      |
| 2. Costo de carga/descarga por artículo  | \$1.80     |
| 3. Corrida inicial de prueba por lote  | \$15/lote  |
| 4. Costo de preparación de una orden de producción por lote, tiempo estándar y dibujos | \$120      |
| 5. Costo de capital  | 25% anual  |
| 6. Costo de manejo de una unidad   | \$2/unidad |

## **2 DECISIONES DE CANTIDAD**

Esta sección analiza una de las decisiones más importantes relacionadas con los sistemas de inventarios: la decisión de cantidad (es decir, cuánto ordenar). Esta decisión tiene un impacto considerable a nivel del inventario que se mantiene y, por esto, influye directamente en los costos de inventario.

Se presentan los modelos más comunes desarrollados a lo largo de muchos años y se analizan juntos para proporcionar un panorama claro de lo que se ha hecho. El factor común de estos modelos es que manejan una demanda conocida y un solo artículo (excepto por la parte de la sección 2.1.4 que cubre modelos de varios artículos restringidos en recursos) y todos se pueden extender a un ambiente de artículos múltiples, si no hay dependencia entre ellos. Más aún, se pueden aplicar en un ambiente de producción al igual que en otros ambientes, tales como ventas al menudeo. Con algunos ajustes, se aplican a inventarios de materia prima, productos terminados y en algunos casos a inventarios de PEP.

Por lo general, los modelos para decisiones de cantidad se llaman modelos de tamaño de lote. Existen muchos de ellos, aquí se agruparon bajo dos grandes rubros:

- **Modelos estáticos de tamaño de lote** que se usan para demanda uniforme (constante) durante el horizonte de planeación.
- **Modelos dinámicos de tamaño de lote** que son modelos empleados para cambiar la demanda durante el horizonte de planeación. Se supone que la demanda es conocida con certidumbre, lo que en ocasiones se llama *demandas irregulares*.

Es posible una subclasificación; la estructura general de esta sección y los modelos analizados aparecen en la figura 6-3.

### **2.1 Modelos estáticos de tamaño de lote**

Un ambiente de demanda constante y uniforme no es común en el mundo real. Sin embargo, es un punto de inicio conveniente para desarrollar modelos de inventarios y lograr entender las relaciones dentro de un sistema de inventarios. Se desarrollan cuatro modelos en esta Categoría (vea la figura 6-3).

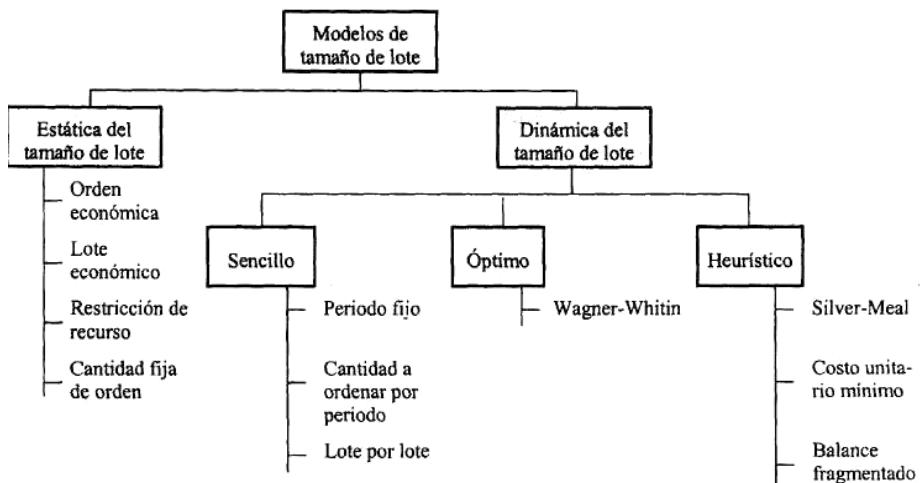
#### **2.1.1 Cantidad económica a ordenar (EOQ)**

Éste es el modelo fundamental de los modelos de inventarios; Harris los introdujo en 1915. También se conoce como la fórmula de Wilson, ya que fue él quien promovió su uso. La importancia de este modelo es que todavía es uno de los modelos de inventarios que más se usan en la industria, y sirve como base para modelos más elaborados.

Se supone el siguiente ambiente para la toma de decisiones:

- Existe un solo artículo en el sistema de inventario.

La demanda es uniforme y determinística y el monto es de  $D$  unidades por unidad de tiempo —día, semana, mes o año—. Se usará la demanda anual, pero puede ser cualquier otra unidad, siempre y cuando el resto de los parámetros se calculen en la misma unidad de tiempo.



**FIGURA 6-3**  
Clasificación de los  
modelos de tamaño de lote

- No se permiten faltantes.
- No hay un tiempo de entrega (tiempo desde que se coloca la orden hasta que se recibe).
- Toda la cantidad ordenada llega al mismo tiempo; esto se llama tasa de reabastecimiento infinito.

Este modelo es adecuado para la compra de materia prima en producción o para el ambiente de ventas al menudeo. La variable de decisión para este modelo es  $Q$ , el número de unidades a ordenar, un número entero positivo. Los parámetros de costo se conocen con certidumbre y son los siguientes:

$$c = \text{costo unitario } (\$/\text{unidad})$$

$$i = \text{costo total anual de mantener el inventario } (\% \text{ por año})$$

$$h = ic - \text{costo total anual de mantener el inventario } (\$ \text{ por unidad por año})$$

$$A = \text{costo de ordenar } (\$/\text{orden})$$

Además, se define

$$D = \text{demanda por unidad de tiempo}$$

$$T = \text{longitud de ciclo, el tiempo que transcurre entre la colocación (o recepción)}$$

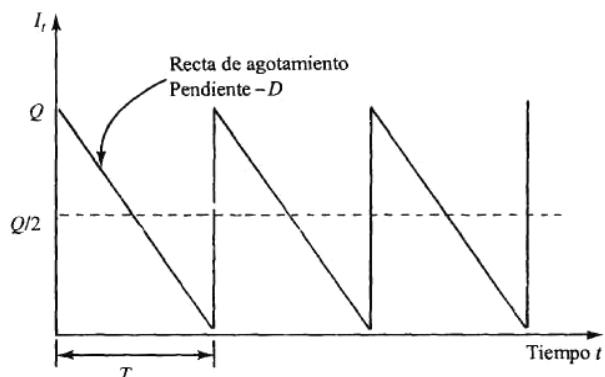
$$\text{de órdenes sucesivas de abastecimiento } K(Q) = \text{costo total anual}$$

promedio como una función del tamaño de lote  $Q$

$$I_t = \text{inventario disponible en el tiempo } t \text{ (cantidad real de material que hay en almacén)}$$

El concepto básico de este modelo es crear un balance entre dos costos opuestos, los costos de ordenar y los costos de almacenar. El costo de ordenar es un costo fijo; si se ordena más, el costo por unidad será menor. El costo de almacenar es un costo variable que disminuye si el inventario que se tiene disminuye. Este balance se logra minimizando  $K(Q)$  el costo total anual promedio.

Una herramienta útil al analizar los sistemas de inventarios es la *geometría del inventario*, una descripción gráfica de  $I_t$ , que se muestra en la figura 6-4.



**FIGURA 6-4**  
Geometría del inventario EOQ

Se supone que el nivel de inventario es  $Q$  en el tiempo cero. Cuando pasa el tiempo, el inventario se agota a una tasa de  $D$  unidades por año (es decir, la pendiente de la recta del inventario es  $-D$ ). Cuando el nivel de inventario llega a cero, se ordenan  $Q$  unidades. Como se supone que el tiempo de entrega es cero y la tasa de reabastecimiento es infinita, el nivel de inventario se elevará a  $Q$  de inmediato y el proceso se repetirá. Debido a la geometría del inventario, en ocasiones este método se llama modelo de diente de sierra.

Este patrón se llama un ciclo y puede haber varios ciclos en un año. Sea  $T$  la longitud del ciclo del inventario. De la geometría del inventario se observa que

$$T = \frac{Q}{D}$$

Sea  $\bar{I}$  el inventario promedio. De la figura 6-4 se tiene

$$\bar{I} = \frac{\text{Área bajo la curva de inventario}}{T}$$

$$\text{o } \bar{I} = \frac{\text{Área del triángulo del inventario}}{T} = \frac{1}{T} \frac{QT}{2} = \frac{Q}{2}$$

Este resultado se puede obtener de manera intuitiva, ya que el nivel del inventario fluctúa entre  $0$  y  $Q$ , por lo que el promedio es  $Q/2$ . El nivel máximo de inventario es

$$Uc = Q$$

Existen tres tipos de costos: costo de compra, costo de ordenar y costo de mantener inventario. Para *cada ciclo*, los costos son

$$cQ = \text{costo de compra}$$

$$A = \text{costo de ordenar (o de preparación)}$$

$$icT \frac{Q}{2} = hT \frac{Q}{2} = \text{costo promedio de mantener el inventario}$$

Así, el costo promedio por *ciclo* es

$$cQ + A + hT \frac{Q}{2}$$

Observe que en lo anterior,  $hT$  es el costo de mantener una unidad en inventario durante  $T$  unidades de tiempo.

Para obtener el costo promedio anual  $K(Q)$ , se multiplica el costo promedio por ciclo por el número de ciclos, que es  $D/Q$ . Se obtiene

$$K(Q) = \frac{cQ}{T} + \frac{A}{T} + h \frac{Q}{2}$$

Como  $t/T = D/Q$ , el costo total anual promedio es

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + h \frac{Q}{2}$$

Se quiere encontrar el valor de la variable de decisión  $Q$  que minimiza  $K(Q)$ . Esto se logra resolviendo la ecuación

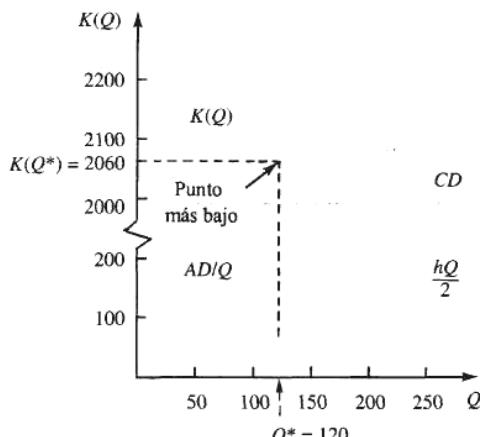
$$K'(Q) = \frac{dK(Q)}{dQ} = -\frac{AD}{Q^2} + \frac{h}{2} = 0$$

Como la segunda derivada de  $K(Q)$  es positiva,  $K(Q)$  es una función convexa y alcanza su mínimo en el punto donde la derivada es cero. Al resolver la ecuación anterior se llega a

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

$Q^*$  se conoce como la cantidad económica a ordenar o lote económico o EOQ.

La figura 6-5 es una descripción gráfica de  $K(Q)$ . La curva de  $K(Q)$  es la suma de tres curvas individuales, que representan las componentes de la función  $K(Q)$ .  $Q^*$  ocurre en el punto de intersección de las curvas para  $hQ/2$  y  $AD/Q$ ; ahí es donde se balancean los dos costos opuestos, el costo de ordenar y el costo de mantener el inventario. (En general, el mínimo de la



Un bosquejo de  $K(Q)$  para el ejemplo 6-1

suma de las dos funciones no tiene que ocurrir en la intersección.) El costo de compra anual  $cD$  no afecta el valor de  $Q^*$ .

Al sustituir el valor de  $Q^*$  en  $K(Q)$ , y después de algunas manipulaciones algebraicas, se obtiene el costo total anual promedio mínimo:

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{2ADh}$$

El costo anual de ordenar (de preparación) es  $AD/Q^*$  y el costo anual de almacenar es  $h(Q^*/2)$ .

**Ejemplo 6-1. Lote económico.** Un pequeño taller de soldadura usa varillas para soldar ¡i una tasa uniforme. Marvin, el dueño, compra las varillas a un proveedor local. Él estima que la demanda anual es de alrededor de 1000 libras. Para colocar una orden, tiene que gastar cerca de \$3.60 por la llamada telefónica y el papeleo. Marvin paga \$2 por libra de varilla y sus costos de almacenaje están basados en una tasa anual de 25%. Analice el sistema.

*Solución.* Pimero se identifican los parámetros.

$$A = \$3.60 \text{ por orden } D =$$

$$1000 \text{ libras por año } c = \$2$$

$$\text{por libra } i = 25\% \text{ anual}$$

$$h = 0.25 \times \$2 = \$0.5 \text{ por libra por año}$$

El tamaño del lote económico es

$$Q^* = \text{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{(2)(3.6)(1000)}{0.5}} = 120$$

Es mejor para Marvin ordenar 120 libras. Él debe colocar una orden cada  $T = 120/1000 = 0.12$  años, es decir, 1.44 meses. El costo total anual promedio es

$$K(Q^*) = cD + \sqrt{2ADh} = (2)(1000) + \sqrt{(2)(3.6)(1000)(0.5)} = \$2060$$

El costo anual de ordenar es  $AD/Q^* = (3.6 \times 1000)/120 = \$30$ . El costo anual de mantener el inventario es  $hQ^*/2 = (0.5 \times 120)/2 = \$30$ .

El hecho de que los costos anuales de almacenar y de ordenar sean iguales no debe sorprender. Se demostró que el óptimo se encuentra en la intersección de las dos curvas. Este problema también se puede resolver sobre la base de cantidades mensuales o semanales. Se sugiere al estudiante que intente esto como práctica adicional.

La suposición de un tiempo de entrega de cero es limitante, pero se relajará cuando se analicen las decisiones de tiempo (sección 3). Otras extensiones de la fórmula del EOQ incluyen la sensibilidad de  $K(Q^*)$  a los errores en  $Q^*$  y a la ampliación de la suposición de que no se admiten faltantes.

**Sensibilidad de  $K(Q^*)$ .** En el mundo real en ocasiones no es práctico ordenar exactamente  $Q^*$  unidades. Suponga, por ejemplo, que  $Q^* = 1357$  y que el artículo de interés vien; en cajas de 1000 unidades cada una. ¿Deben ordenarse una o dos cajas? Esta pregunta lleva a examinar

la sensibilidad de la función  $K(Q)$  a las desviaciones de  $Q$  respecto al valor óptimo  $Q^*$ . Esta sensibilidad se mide con la razón

$$\frac{K(Q)}{K(Q^*)}$$

Cuando no hay desviación ( $Q = Q^*$ ), el valor de esta razón es 1. Para facilidad de cálculo, se ignora el costo de compra  $cD$  en esta razón, ya que no cambia la forma general de la curva de costo sino simplemente la mueve hacia arriba una cantidad  $cD$ . Se obtiene

$$\begin{aligned}\frac{K(Q)}{K(Q^*)} &= \left( \frac{\frac{AD}{Q} + h \frac{Q}{2}}{\sqrt{2ADh}} \right) = \frac{1}{2Q} \sqrt{\frac{2AD}{h}} + \frac{Q}{2} \sqrt{\frac{h}{2AD}} \\ &= \frac{Q^*}{2Q} + \frac{Q}{2Q^*} = \frac{1}{2} \left[ \frac{Q^*}{Q} + \frac{Q}{Q^*} \right]\end{aligned}$$

La descripción gráfica de esta función aparece en la figura 6-6. La forma de esta gráfica sugiere que colocar una orden más grande que  $Q^*$  (es decir,  $Q/Q^* > 1$ ) costará menos que una orden más pequeña por la misma cantidad.

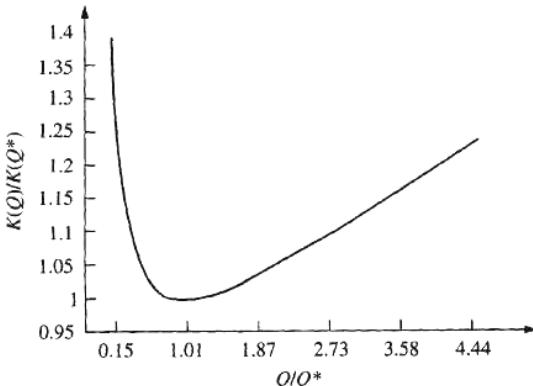
**Ejemplo 6-2. Sensibilidad de los EOQ.** Suponga que las varillas de soldadura del ejemplo 6-1 se ordenan en paquetes de 75 libras cada uno. ¿Cuántos paquetes debe ordenar Marvin?

**Solución.** En el ejemplo 6-1, el lote económico es 120 libras y la nueva cantidad a ordenar debe ser un paquete (75 libras) o dos (150 libras). Si se aplica el análisis de sensibilidad se obtiene

$$\frac{K(Q)}{K(Q^*)} = \frac{1}{2} \left[ \frac{Q}{Q^*} + \frac{Q^*}{Q} \right]$$

1. Se establece  $Q = 75$ ; entonces

$$K(75)/K(120) = (1/2)(75/120 + 120/75) = 1.1125$$



**FIGURA 6-6**  
Análisis de sensibilidad del EOQ a valores de  $Q$

2. Se establece  $Q = 150$ ; entonces

$$A: (150)/A: (120) = (1/2 \times 150/120 + 120/150) = 1.025$$

Marvin tendrá mejores resultados si ordena dos paquetes cada vez. En la figura 6-6 se da la descripción gráfica de  $K(Q)/K(Q^*)$ , suponiendo que las varillas se pueden comprar una a la vez.

## **2.1.2 Cantidad económica a producir (EPQ) con extensiones**

Esta extensión del modelo EOQ relaja la suposición de una tasa de reabastecimiento infinita. En su lugar se tiene una tasa finita, que es lo normal para artículos fabricados, en donde el lote se entrega a través del tiempo de acuerdo con la tasa de producción.

También se permite que ocurran faltantes y se cumplan las órdenes atrasadas, suponiendo que existe un nivel mínimo de atraso que la administración está dispuesta a tolerar. Los faltantes ocurren en los sistemas de producción debido a falta de material, falta de capacidad o ambas. Recuerde que un faltante tiene dos costos asociados,  $n$  y  $n$  (sección 1.3). Como  $n$  es para el faltante lo que  $h$  es para el inventario, se evalúa de la misma manera, considerando el faltante promedio. Como  $n$  es el costo por faltante (sanción), se necesita conocer el faltante máximo para evaluarlo. Sea

\|  $i$  = tasa de producción, medida en las mismas unidades que la demanda  $Q$   
 $=$  tamaño del lote de producción  $A$  = costo de preparación  $c$  = costo  
 unitario de producción  $B$ , = nivel de faltante (orden atrasada) en el tiempo  
 $t$   $B$  = nivel promedio de faltantes  $b = \text{máx}B$ ,

La geometría del inventario para este caso se muestra en la figura 6-7.

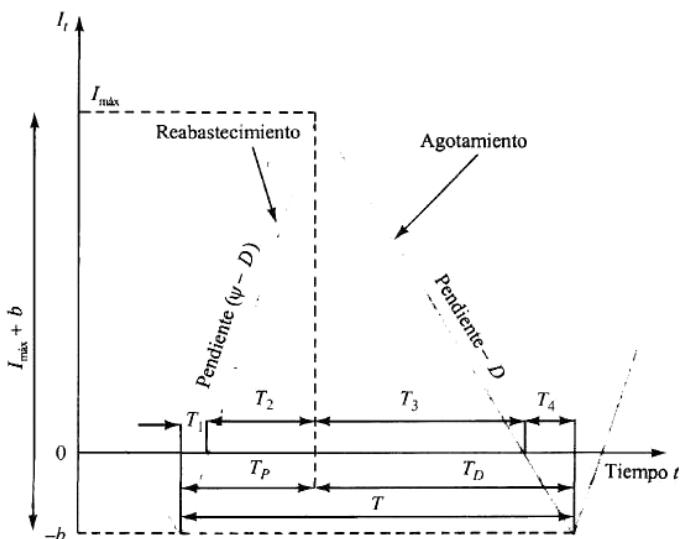
Se supone que en el tiempo cero el nivel de inventario es  $-b$ . En este punto se emite una orden de producción por  $Q$  unidades y como el tiempo de entrega es cero, la producción comienza de inmediato. La tasa de producción es  $i$ , pero como al mismo tiempo hay una demanda, la tasa de reabastecimiento neta es  $i - D$  y la recta de reabastecimiento tiene una pendiente positiva. Una vez que se han fabricado  $Q$  unidades, el inventario alcanza su valor máximo,  $I_{\max}$ , y la producción se detiene. El inventario se agota a la tasa de la demanda  $D$ . Cuando el nivel de inventario alcanza  $-b$ , la producción se reanuda y el ciclo se repite.

Siguiendo un procedimiento básico similar al del caso del lote económico:

$$T = \frac{Q}{D} \quad \text{tiempo de ciclo}$$

$$T_p = \frac{Q}{\psi} \quad \text{tiempo para producir } Q \text{ unidades}$$

$$T_d = \frac{I_{\max}}{D} \quad \text{tiempo para agotar el inventario máximo}$$



Geometría del inventario: EPQ con faltantes

De la geometría del inventario:

$$I_{\max} + b = T_p (\psi - D) = \frac{Q}{\psi} (\psi - D) = Q \left(1 - \frac{D}{\psi}\right)$$

$$\text{o} \quad I_{\max} = Q \left(1 - \frac{D}{\psi}\right) - b$$

El inventario disponible es positivo durante  $T_2 + T_3$ , mientras que los faltantes se surten durante  $T_1$  y  $T_4$ . La producción se lleva a cabo durante  $T_p = T_1 + T_2$ , mientras que el agotamiento del inventario ocurre durante  $T_D = T_3 + T_4$ . De la geometría del inventario se obtiene

$$T_1 = \frac{b}{\psi - D} \quad \text{tiempo para recuperarse del faltante}$$

$$T_2 = \frac{I_{\max}}{\psi - D} \quad \text{tiempo para generar } I_{\max}$$

$$T_3 = \frac{I_{\max}}{D} \quad \text{tiempo para agotar } I_{\max}$$

$$T_4 = \frac{b}{D} \quad \text{tiempo para generar el faltante de } b$$

Para obtener la ecuación para  $K(Q, b)$ , se necesitan  $IyB$ . Ambos se obtienen de la geometría del inventario. De nuevo, éstos son promedios por ciclo.

que después de introducir los términos para  $T_{\max}, T_2$  y  $T_3$  lleva a

$$\bar{I} = \frac{\left[ Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right) - b \right]^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

Además,

$$\bar{B} = \frac{1}{2T} b(T_1 + T_4)$$

e introduciendo los términos para  $T_1$  y  $T_4$  se obtiene

$$\bar{B} = \frac{b^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

El costo promedio anual de mantener el inventario es

$$\frac{1}{T}(h\bar{I}) = h\bar{I} = \frac{h \left[ Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right) - b \right]^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

El costo total por faltantes por ciclo es

$$\pi b + \hat{\pi} T \bar{B}$$

y el costo promedio anual por faltantes es

$$\frac{1}{T}[\pi b + \hat{\pi} T \bar{B}] = \frac{\pi b D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

El costo total anual promedio es

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{h \left[ Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right) - b \right]^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)} + \frac{\pi b D}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

Para encontrar  $Q^*$  y  $b^*$  se resuelven las dos ecuaciones

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial K}{\partial b} = 0$$

Con  $\hat{\pi} \neq 0$ , la solución de estas dos ecuaciones lleva a

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$y \quad b^* = \frac{(hQ^* - \pi D) \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}{(h + \hat{\pi})}$$

Para obtener  $K(Q^*, b^*)$ , se sustituyen  $Q^*$  y  $b^*$  en  $AT(0, b)$ .

Si  $7i = 0$ ,  $Q^*$  y  $\zeta > 0$  tendrán valores positivos finitos. Si  $T_i > O_y T_i$  es suficientemente grande, se puede obtener un valor negativo en el denominador del radical en  $Q^*$ . En este caso no deben permitirse faltantes, es decir,  $b^* = 0$ . Si  $n = 0$  y  $n > 0$ , se puede demostrar que la política óptima es no permitir faltantes o no almacenar el artículo. En el último caso, toda la demanda se va a órdenes atrasadas antes de satisfacerla. En el ambiente de manufactura esto se llama producir por pedido.

**Ejemplo 6-3. EPQ con faltantes.** SuperSauce produce un aderezo de ensalada. La demanda de este aderezo es alrededor de 400 libras por mes y SuperSauce puede fabricarlo a una tasa de 2000 libras por mes. Para iniciar la producción, tienen que verificar y limpiar las máquinas en forma exhaustiva y cada preparación cuesta \$ 120. El costo de producir este aderezo es \$3 por libra y el costo de mantenerlo en inventario se estima en 20% anual. Si la demanda de este aderezo excede a lo disponible en inventario la orden se surte después. La administración piensa que los faltantes incurren en dos tipos de costo, la pérdida de buena voluntad y una sanción por el faltante. La pérdida de la buena voluntad se estima en \$0.1 por libra que falta y la sanción se estima en \$ 1.2 por libra que falta por mes. Analice este problema.

*Solución.* Los parámetros del problema son

$$A = \$120 \text{ por preparación}$$

$$/ = 20\% \text{ anual}$$

$$c = \$3 \text{ por libra}$$

$$h = 0.2 \times \$3 = \$0.6 \text{ por libra por año}$$

$$it = \$0.1 \text{ por libra}$$

$$it = \$1.2 \text{ por libra por mes} = \$14.4 \text{ por libra por año}$$

$$D = 400/\text{mes} = 4800/\text{año}$$

$$i = 2000/\text{mes} = 24\,000/\text{año}$$

El costo total anual de inventario es

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{h \left[ Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right) - b \right]^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)} + \frac{\pi bD}{Q} + \frac{\hat{\pi} b^2}{2Q \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)}$$

y la cantidad económica a producir es

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h \left( 1 - \frac{D}{\psi} \right)} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$\begin{aligned}
 &= \sqrt{\frac{(2)(120)(4800)}{(0.6)\left(1 - \frac{4800}{24\,000}\right)} - \frac{[(0.1)(4800)]^2}{(0.6)(0.6 + 14.4)} \sqrt{\frac{0.6 + 14.4}{14.4}}} \\
 &= 1605
 \end{aligned}$$

El máximo nivel de faltantes óptimo es

$$\begin{aligned}
 b^* &= \frac{(hQ^* - \pi D)\left(1 - \frac{D}{\psi}\right)}{(h + \hat{\pi})} \\
 &= \frac{[(0.6)(1605) - (0.1)(4800)]\left(1 - \frac{4800}{24\,000}\right)}{(0.6 + 14.4)} \\
 &= 25.76 = 26
 \end{aligned}$$

El tamaño del lote económico es 1605 libras, el nivel máximo de órdenes atrasadas es 26 libras y la producción toma  $4800/24\,000 = 20\%$  del tiempo. El costo total anual del inventario es

$$\begin{aligned}
 K(Q^*, b^*) &= K(1605, 26) = (3)(4800) + \frac{(120)(4800)}{1605} \\
 &\quad + \frac{(0.6)\left[\left(1605\left(1 - \frac{4800}{24\,000}\right) - 26\right)^2\right]}{(2)(1605)\left(1 - \frac{4800}{24\,000}\right)} + \frac{(0.1)(25)(4800)}{1605} \\
 &\quad + \frac{(14.4)(26)^2}{(2)(1605)\left(1 - \frac{4800}{24\,000}\right)} = \$15\,136
 \end{aligned}$$

Del modelo EPQ con faltantes se obtienen dos casos especiales, EPQ sin faltantes y EOQ con faltantes.

En este caso, se prohíben los faltantes estableciendo el costo por faltantes como infinito. Es obvio que no se planean faltantes para este caso, por lo que  $b = 0$ . Las ecuaciones de costo se convierten en

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2}\left(1 - \frac{D}{\psi}\right)$$

haciendo  $b = 0$  en la ecuación de costo anterior. De la misma manera se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\psi}\right)}}$$

En este caso el valor de  $Q^*$  es mayor que en el caso EOQ, porque  $(1 - D/\psi) < 1$ . Sin embargo, el valor de  $Q^*$  es menor que antes, debido a que en un periodo se combina el abastecimiento con el agotamiento. El término  $(1 - D/\psi)$  es la tasa de abasto efectiva. Observe que cuando  $\psi \rightarrow \infty$ , se obtiene el EOQ.

**Ejemplo 6-4. Lote económico de producción.** La compañía Rainbow Paint Manufacturing tiene una variada línea de productos. Uno de ellos es la pintura de látex. Rainbow puede fabricar pintura a una tasa anual de 8000 galones. El costo unitario de producir un galón de pintura es \$0.25 y el costo anual de mantener el inventario es 40%. Antes de cada corrida de producción se realiza la limpieza y verificación de las operaciones a un costo de \$25. Analice este problema.

**Solución.** La información básica para la producción de la pintura de látex es

$$\begin{aligned} A &= \$25 \text{ por preparación } i \\ &= 40\% \text{ anual } c = \$0.25 \\ &\text{por galón} \\ h &= 0.40 \times \$0.25 = \$0.10 \text{ por galón por año } D \\ &= 4000 \text{ galones por año } |i = 8000 \text{ galones por año} \end{aligned}$$

El costo total de inventario promedio anual está dado por

$$K(Q) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{hQ}{2} \left(1 - \frac{D}{\psi}\right)$$

y la cantidad económica a producir es

$$EPQ = Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\psi}\right)}} = \sqrt{\frac{(2)(25)(4000)}{(0.1)\left(1 - 4000/8000\right)}} = 2000$$

Calculando,

$$T_p = \frac{Q}{\psi} = \frac{2000}{8000} = 0.25 \text{ años} = 3 \text{ meses}$$

$$T = \frac{Q}{D} = \frac{2000}{4000} = 0.5 \text{ años} = 6 \text{ meses}$$

es decir, hay dos ciclos por año. En cada uno la producción se lleva a cabo durante  $T_p/T$  del ciclo, o la mitad del tiempo. Se sugiere al lector que dibuje la geometría del inventario para este ejemplo.

Este caso tiene una tasa infinita de reabastecimiento en la que se permiten faltantes. Cuando  $|i| > \hat{x}$  se obtiene

$$K(Q, b) = cD + \frac{AD}{Q} + \frac{h(Q-b)^2}{2Q} + \frac{2\pi bD + \hat{\pi}b^2}{2Q}$$

que, para  $\hat{\pi} \neq 0$ , lleva a

$$Q^* = \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h+\hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h+\hat{\pi}}{\hat{\pi}}}$$

$$b^* = \frac{hQ^* - \pi D}{(h+\hat{\pi})}$$

**Ejemplo 6-5. EOQ con faltantes.** Jane, entre otros productos, vende solventes. La demanda es muy estable de 500 galones al año. El costo de colocar una orden es \$50 y por cada galón Jane paga \$2. El costo de mantenerlo en inventario es 20% anual. Si la demanda excede el inventario, Jane estima que habrá dos tipos de costos asociados con la orden atrasada. La pérdida de la buena voluntad es de \$0.2 por unidad faltante y un costo de "contabilidad" de \$0.2 por unidad faltante por año. Analice este problema.

*Solución.* Los distintos parámetros son

$$A = \$50$$

$$D = 500 \text{ galones/año}$$

$$= 20\%$$

$$c = \$2/\text{unidad} \rightarrow h = ic = \$0.4 \text{ unidades-año}$$

$$= 0.2 \text{ por galón ít } = 0.2 \text{ por galón por año}$$

Como Jane permite faltantes, el costo anual promedio del inventario es

$$K(Q, b) = \frac{AD}{Q} + cD + h \frac{(Q - b)^2}{2Q} + \frac{(2\pi Db + \hat{\pi}b^2)}{2Q}$$

y la cantidad económica a ordenar y el nivel máximo óptimo de faltantes serán

$$\begin{aligned} Q^* &= \sqrt{\frac{2AD}{h} - \frac{(\pi D)^2}{h(h + \hat{\pi})}} \sqrt{\frac{h + \hat{\pi}}{\hat{\pi}}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 500}{0.4} - \frac{[0.2 \times 500]^2}{0.4(0.4 + 0.2)}} \sqrt{\frac{0.4 + 0.2}{0.2}} = 500 \text{ galones} \\ b^* &= \frac{hQ^* - \pi D}{(h + \hat{\pi})} = \frac{(0.4)(500) - (0.2)(500)}{0.4 + 0.2} = 166.7 \approx 167 \end{aligned}$$

El costo mínimo total anual promedio es

$$\begin{aligned} K(500, 167) &= \frac{(50)(500)}{500} + (2)(500) + \frac{(0.4)(500 - 167)^2}{(2)(500)} \\ &\quad + \frac{(2)(0.2)(500)(167) - (0.2)(167)^2}{(2)(500)} \\ &= \$1133.33 \end{aligned}$$

Como  $Q^* = 500$  es igual a  $D$ , el ciclo de reorden es un año. El porcentaje de tiempo que el inventario está agotado se puede encontrar con la razón

$$\frac{T_4}{T} = \frac{b}{TD} = \frac{167}{500} = 33.3\%$$

Se sugiere al lector que dibuje la geometría del inventario para este ejemplo.

### **2.1.3 Descuentos por cantidad**

El modelo EOQ supone que el costo unitario es constante, independientemente de qué cantidad se compre. En realidad, los proveedores pueden inducir a sus clientes a colocar órdenes más grandes ofreciéndoles descuentos por cantidad. Si la cantidad comprada es mayor que una cantidad específica de "precio con descuento", el costo por unidad se reduce. Es práctica común incluir esta política de descuento en las cotizaciones publicadas.

La tendencia del comprador es aprovechar esta situación, en especial si el artículo comprado se usa todo el tiempo. Sin embargo, la compra de grandes cantidades significa un inventario mayor, con un costo más alto de almacenaje. Entonces, los ahorros obtenidos por la compra a un costo unitario más bajo pueden perderse con la acumulación de un costo de inventario mayor. De nuevo se observa la necesidad de balancear costos opuestos. ¿Debe comprarse más para aprovechar los descuentos o debe comprarse menos para mantener un inventario bajo, obteniendo un menor costo de mantener el inventario? Este balance se obtiene modificando el modelo EOQ básico.

Es común encontrar dos tipos de planes de descuento. El **descuento en todas las unidades** aplica el descuento en el precio a todos los artículos, desde el primero, si la cantidad excede el corte del descuento. El otro tipo aplica el descuento sólo al precio de las unidades que exceden la cantidad del corte, que es el plan de **descuento incremental**. Se introduce la notación para los descuentos por cantidad. A menos que se establezca otra cosa, la notación es la misma que para EOQ. Sea

$$m = \text{número de cortes de precios}$$

$q_j$  = límite superior del y-ésimo intervalo de corte de precio  $C_j$  = costo de una unidad en el y-ésimo intervalo  $[^-, q_j]$  de corte de precio  $Q_j$  = cantidad EOQ, calculada usando  $c_j Q_j$  = la mejor cantidad a ordenar en el intervalo  $j$   $Q^*$  = cantidad óptima a ordenar para todos los precios  $K_j(Q) = \text{costo}$  de  $Q$  unidades en el intervalo  $j$   $K_j(Q_j)$  = costo de EOQ unidades en el intervalo  $j$   $K(Q_j)$  = costo mínimo en el intervalo  $j$   $K^*(Q^*)$  = costo mínimo para todos los precios  $C_j(Q) = \text{costo}$  de compra de  $Q$  unidades en el intervalo  $j$

Por definición,  $q_0 = 0$  y  $q_{m+1} = \infty$ , y lógicamente,  $c_j > c_{j+1}$ . Para el plan de descuento en todas las unidades, el precio de compra de  $Q$  unidades es

$$C_j(Q) = c_j Q \quad \text{para } q_{j-1} \leq Q < q_j$$

pero el plan de descuento incremental tiene

$$C_j(Q) = \sum_{k=1}^{j-1} c_k q_k + c_j(Q - q_{j-1}) \quad \text{para } q_{j-1} \leq Q < q_j$$

En el ejemplo 6-6 se ilustran estas políticas.

**Ejemplo 6-6. Descuentos por cantidad.** Coldpoint es un fabricante de electrodomésticos. La compañía compra cierta componente para sus productos. Southern Electronics y Electro Tech son dos compañías que producen esta componente, y sus productos y servicios son iguales, de manera que comprarán la componente con base sólo en el costo. Ambas compañías ofrecen descuentos por cantidad según el tamaño de la orden. No obstante, estas dos empresas tienen diferentes planes de precios. En Southern Electronics, si la cantidad ordenada es menor que 500 ( $Q_1$ ) unidades, el precio es \$0.60 por unidad; si la cantidad es 500 o más, pero menos de 1000 ( $Q_2$ ), el precio unitario es \$0.58; cualquier cantidad mayor o igual a 1000 unidades tiene un precio unitario de \$0.56. ElectroTech ofrece el mismo rango de precios y cantidades; sin embargo, la tasa de descuento se aplica sólo a la cantidad ordenada en exceso. Es decir, si la cantidad ordenada es 500 unidades, las primeras 499 cuestan \$0.60 y la que sigue cuesta \$0.58. Si se ordenan 1000 unidades, las primeras 499 cuestan \$0.60 y las siguientes 500 [500,999] cuestan \$0.58. Cualquier cantidad mayor o igual a 1000 cuesta \$0.56. La tabla 6-1 describe los dos planes de precios.

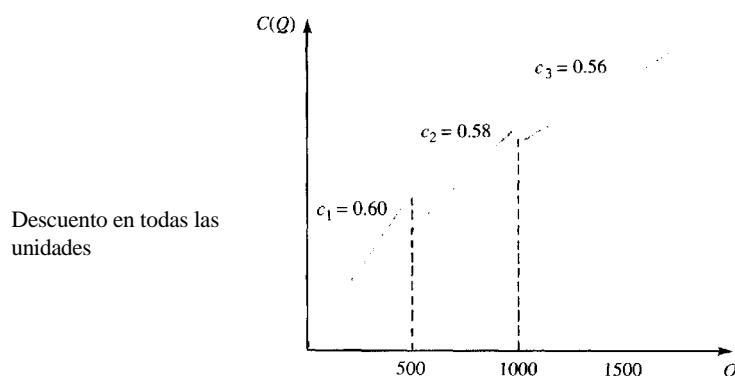
Cantidad ( $Q$ )	Southern Electronics	ElectroTech
$0 < Q < 500$	0.600	0.60
$500 < Q < 1000$	0.580	$0.6 \times 500 + 0.58(0 - 500)$
$1000 < Q < \infty$	0.560	$0.6 \times 500 + 0.58 \times 500 + 0.56(0 - 1000)$

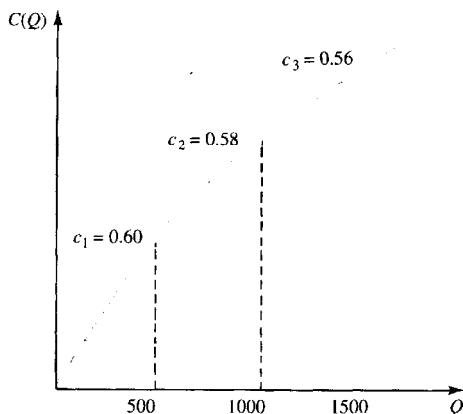
La descripción gráfica de los dos planes se muestra en las figuras 6-8 y 6-9. El coste promedio por unidad, ( $C_j(Q)/Q$ ), es igual a  $c_j$  en el plan de descuento en todas las unidades y es mayor que  $c_j$  en el plan de descuentos incremétales (vea la tabla 6-2).

Como antes, el objetivo es encontrar la cantidad  $Q$  que minimice el costo total anual promedio. Sea

$$Q_j = \sqrt{\frac{2AD}{ic_j}}$$

$$K_j(Q_j) = c_j D + \sqrt{2ADic_j}$$





Descuento incremental

Éstas son las cantidades óptimas a ordenar y el costo mínimo, dado un precio  $c_j$ . Como  $c_j$  cambia,  $c_j$  debe formar parte de la ecuación de costo. Si  $q_{j-1} \leq Q_j < q_j$ , el precio  $c_j$  es válido, por lo que  $Q_j$  es la mejor cantidad a ordenar para el intervalo  $[q_{j-1}, q_j]$ . Sea  $Q_j^* = Q_j$  y  $K_j^*(Q_j^*)$  su costo.

#### Southern

Siembargo,  $Q_j$  puede (Electronic el intervalo de corte de precios. En este caso, es necesario encontrar la mejor cantidad a ordenar para el intervalo. Considere la figura 6-10 con dos intervalos de cortes de precios. Se muestran tres casos diferentes para la posición de  $Q_j$  respecto a  $q_1$ . En el caso a),  $Q_j^*$  está fuera de la región válida  $[0, q_1]$ , y no se puede comprar la cantidad de  $c_1$  por unidad. El costo menor para una cantidad dentro de  $[0, q_1]$  corresponde a  $q_1$ . Se hace  $Q_1^* = q_1$  con un costo  $K_1(q_1)$ . El caso a) tiene a  $Q_2$  en el intervalo  $[q_1, \infty]$ , de manera que  $Q_2^* = Q_2$  y su costo es  $K_2(Q_2^*)$ . Esta función  $K_2(Q_2^*)$  es menor que  $K_1(q_1)$  porque  $c_2 < c_1$ , entonces  $Q^* = Q_2^*$  y  $K^*(Q^*) = K_2(Q_2^*)$ .

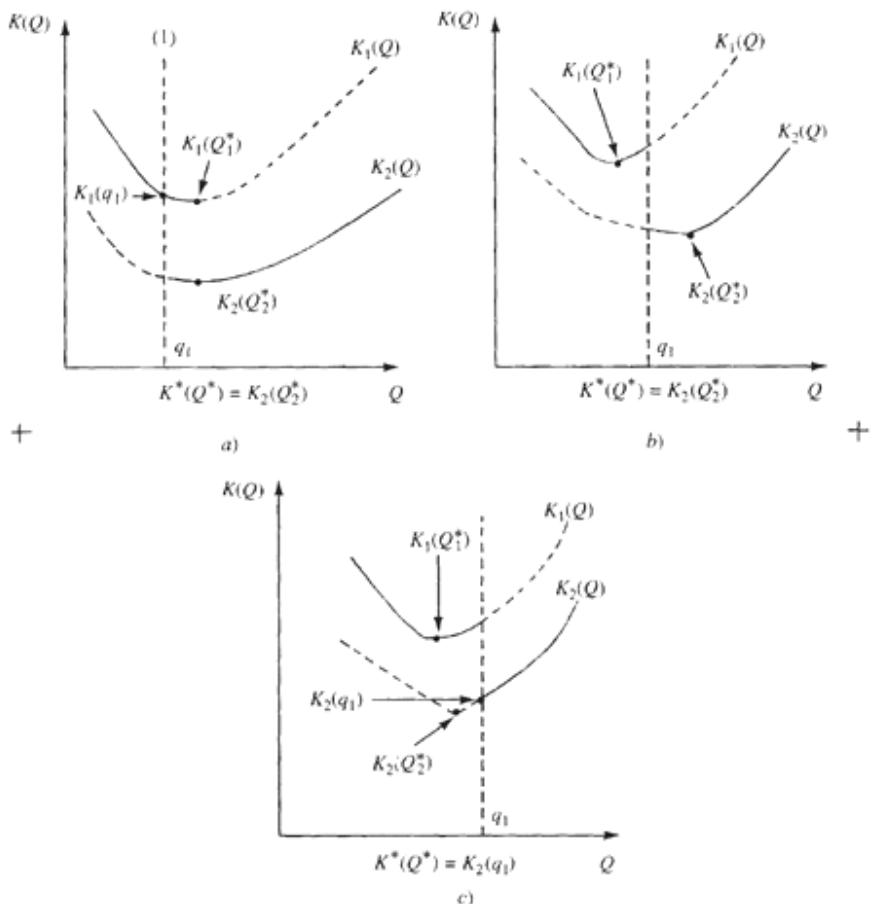
En b), los dos valores  $Q_1^*$  y  $Q_2^*$  caen dentro de sus regiones válidas, pero como  $c_2 < c_1$ ,  $K_2(Q) < K_1(Q)$  para toda  $Q$ , entonces la cantidad óptima a ordenar sería  $Q^* = Q_2^*$  con un costo mínimo  $K^*(Q^*) = K_2(Q_2^*)$ . El caso c) tiene  $Q_1^*$  en  $[0, q_1]$  mientras que  $Q_2^* < q_1$ . Debido a que  $K_2(q_1) < K_1(Q_1^*)$ , entonces  $Q^* = q_1$  con un costo óptimo  $K^*(Q^*) = K_2(q_1)$ .

De esta presentación se obtienen las conclusiones:

- Como  $c_j > c_{j+1}$ ,  $K_j(Q) > K_{j+1}(Q)$  para toda  $Q$ .
- Las únicas cantidades en el intervalo  $[q_{j-1}, q_j]$  que pueden ser óptimas para todo el problema son  $Q_j$  y  $q_j$ . Como  $K(Q)$  es una función convexa, las únicas posibilidades son  $Q_j$ ,  $q_{j-1}$  o  $q_j$ . Como  $K_{j-1}(Q) > K_j(Q)$ ,  $q_j$  tendrá el costo menor en el intervalo  $[q_j, q_{j+1}]$  y no tiene que tomarse en cuenta en el intervalo  $[q_{j-1}, q_j]$ .

**TABLA 6-2**  
Costo unitario promedio.

Cantidad ( $Q$ )	Southern Electronics	ElectroTech
$0 \leq Q < 500$	0.60	0.60
$500 \leq Q < 1000$	0.58	$10/Q + 0.58$
$1000 \leq Q \leq \infty$	0.56	$30/Q + 0.56$

**FIGURA 6-10**

Curvas de costo para descuento en todas las unidades

Ésta es la base de la formulación del procedimiento para encontrar la solución óptima para la política de descuento en todas las unidades:

- Paso 0: Se hace  $Q^* = 0$ ,  $K^*(Q^*) = \infty$  y  $j = m$ .
- Paso 1: Se calcula  $Q_j$ ; si  $q_{j-1} \leq Q_j \leq q_j$ , se va al paso 3. De otra manera, se hace  $Q_j^* = q_j$  y  $K_j(Q_j^*) = K_j(q_j)$ .
- Paso 2: Si  $K_j(Q_j^*) < K^*(Q^*)$ , se hace  $Q^* = Q_j$  y  $K^*(Q^*) = K_j(Q_j^*)$ . Se establece  $j = j - 1$  y se va al paso 1.
- Paso 3: Se hace  $K^*(Q_j^*) = c_j D + \sqrt{2ADc_j}$ . Si  $K_j(Q_j^*) < K^*(Q^*)$ , entonces  $Q^* = Q_j^*$  y  $K^*(Q^*) = K_j(Q_j^*)$ . El proceso se detiene; la cantidad óptima a ordenar es  $Q^*$  con costo total  $K^*(Q^*)$ .

El siguiente ejemplo ilustra este procedimiento.

**Ejemplo 6-7- Descuento en todas las unidades.** Continuamos con el ejemplo de Coldpoint. La compañía estima que el costo de colocar una orden es \$20 y que la demanda anual uniforme para esta

subcomponente es 800 unidades. El costo de mantener el inventario es 20% anual. Se desea encontrar la mejor política de compra si la subcomponente se ordena a Southern Electronics.

*Solución.* Se observa que los parámetros básicos de este problema son:

$$\begin{aligned} A &= \$20 \\ D &= 800 \text{ unidades por año} \\ i &= 20\% \text{ anual} \\ m &= 3 \end{aligned}$$

Paso 0: Se hace  $Q^* = 0$ ,  $K^*(Q^*) = \infty$  y  $j = m = 3$ .

Paso 1: Se calcula  $Q_3$  con  $c_3 = 0.56$ :

$$Q_3 = \sqrt{\frac{(2)(20)(800)}{(0.2)(0.56)}} = 535$$

Como  $Q_3 < 1000$ , se establece  $Q_3^* = 1000 = q_3$  y se calcula

$$\begin{aligned} K_3(q_3) &= c_3 D + \frac{AD}{q_3} + i c_3 \frac{q_3}{2} \\ &= (0.56)(800) + \frac{(20)(800)}{1000} + (0.20)(0.56)\left(\frac{1000}{2}\right) \\ &= 520 \end{aligned}$$

Paso 2:  $\wedge(1000) < K^*$  ( $\$520$ ), por lo que  $Q^* = 1000$  y  $K^*(1000) = 520$ .  $j = 3 - 1 = 2$  y se va al paso 1.

Paso 1: Se calcula  $Q_2$  con  $C_j = 0.58$ :

$$Q_2 = \sqrt{\frac{(2)(20)(800)}{(0.2)(0.58)}} = 525$$

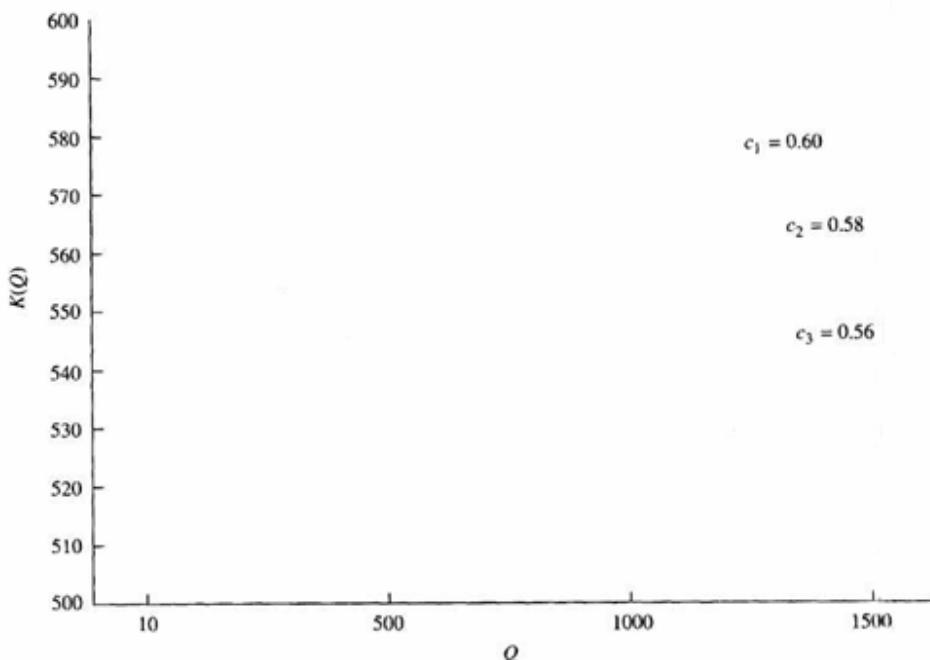
Como  $500 < 525 < 1000$ , ésta es una cantidad factible a ordenar al precio dado; se va al paso 3.

Paso 3: Se calcula

$$\begin{aligned} K_2(Q_2^*) &= c_2 D + \sqrt{2ADic_2} \\ &= (0.58)800 + \sqrt{(2)(20)(800)(0.20)(0.56)} \\ &\approx 525 \end{aligned}$$

Como  $525 > 520$ , la cantidad económica a ordenar es 1000 unidades y el costo anual promedio del inventario es \$520 a un precio unitario de \$0.56. En la figura 6-11 se comparan las tres curvas de costo.

**Descuento incremental.** Ahora se examinará la opción de descuento incremental de Electro-Tech presentada en el ejemplo 6-6. Como se muestra en la tabla 6-2, se puede evaluar el costo unitario promedio para cada región de corte de precios. El costo unitario que se usa para evaluar el costo total anual promedio es el costo unitario en el intervalo  $j$ , es decir,  $C_j(Q)/Q$ .

**FIGURA 6-11**

Curvas de costo para  
Southern Electronics

La función del costo promedio anual para  $q_{j-1} < Q < q_j$  es

$$K_j(Q) = \frac{C_j(Q)}{Q} D + \frac{AD}{Q} + i \left( \frac{C_j(Q)}{Q} \right) \left( \frac{Q}{2} \right)$$

$K_j(Q)$  es válida sólo entre los puntos de corte de precios  $[q_{j-1}, q_j]$ . Se puede demostrar que el punto del costo mínimo nunca ocurrirá en el punto de corte de precios (Hadley y Whitin, 1963). Más aún, si la  $Q$  óptima para un intervalo está en el intervalo, no hay garantía de que sea la mejor para todos los valores; se debe calcular la mejor  $Q$  para cada corte de precios, calcular el costo para cualquier  $Q$  que cae dentro de su propia región y elegir el costo menor. Derivando  $K_j(Q)$  e igualando el resultado a cero, la  $Q$  óptima para el intervalo  $j$  es

$$Q_j = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_{j-1}) - c_j q_{j-1}]}{ic_j}}$$

donde  $C(q_{j-1})$  es el costo total en el punto de corte  $j - 1$ .

El algoritmo para el problema de descuento incremental es

Paso 0: Se hace  $Q^* = 0$ ,  $K^*(\text{f} > *) = \infty$  y  $j = 1$ .

Paso 1: Se calcula  $Q_j$ ; si  $q_{j-1} < Q_j < q_j$ , se calcula  $K_j(Q_j)$ . Si  $Q_j$  no está en el intervalo, se establece  $K_j(Q_j) = \infty$ .

**Paso 2:** Se hace  $j = j + 1$ . Si  $j \leq m$ , se va al paso 1.

**Paso 3:** Sea  $K_j(Q_j) = \min_{j=1,m} K_j(Q_j)$ ; entonces  $Q^* = Q_j$  y  $K^*(Q^*) = K_j(Q_j)$ .

Este procedimiento se ilustra con el ejemplo 6-8.

**Ejemplo 6.8. Descuento incremental.** Si Coldpoint considera comprar a ElectroTech la componente, ¿cuál es la mejor política de compra?

**Solución.** Recuerde que  $A = \$20$ ,  $D = 800$  unidades/afio e  $i = 0.20$  anual. En la tabla 6-3 se presentan otros datos relevantes y algunos cálculos. Se sigue el procedimiento del descuento incremental para encontrar  $Q^*$ .

**Paso 0:** Se hace  $Q^* = 0$ ,  $K^*(Q^*) = \infty$  y  $j = 1$ .

**Paso 1:** Calcular

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2D[A + C(q_0) - cq_0]}{ic}} = \sqrt{\frac{2 \times 800[20 + 0 - 0]}{0.2 \times 0.6}} \approx 516$$

Como  $Q_1 = 516 > 500$ , no está en el intervalo, de manera que  $K_1(Q_1) = \infty$ .

**Paso 2:** Se hace  $j = 1 + 1 = 2 < 3 = m$ , por lo que se va al paso 1.

**Paso 1:** Se encuentra  $Q_2 \approx 643$  (verifique), que está en el intervalo  $(500, 1000]$ . Por lo tanto, se calcula

$$\begin{aligned} K_2(Q_2) &= \frac{C_2(Q_2)}{Q_2} D + \frac{AD}{Q_2} + i\left(\frac{C_2(Q_2)}{Q_2}\right)\left(\frac{Q_2}{2}\right) \\ K_2(643) &= \left(0.58 + \frac{10}{643}\right)800 + \frac{20 \times 800}{643} + 0.2\left(0.58 + \frac{10}{643}\right)\left(\frac{643}{2}\right) \\ &= \$539.63 \end{aligned}$$

**Paso 2:** Se hace  $j = 2 + 1 = 3 \leq m$ , entonces se va al paso 1.

**Paso 1:** Se encuentra  $Q_3 \approx 845$ , que no está en el intervalo  $(1000, \infty]$ , de manera que se establece  $K_3(Q_3) = \infty$ .

—

—

Por lo tanto, si Coldpoint coloca un orden con ElectroTech, cada orden debe ser por 643 unidades y el costo anual promedio es \$539.62. Este costo es más alto comparado con las 1000 unidades y el costo anual promedio de \$520 por la compra a Southern Electronics. Es evidente que debe preferirse Southern Electronics, no sólo por la ventaja en el costo, sino también por la conveniencia de hacer menos pedidos al afio como consecuencia de la cantidad a ordenar mayor. En la figura 6-12 se muestran las tres curvas de costo para el plan de descuento incremental. Compárelas con las de la figura 6-11 para el plan de descuento en todas las unidades.

**TABLA 6-3**  
Cálculos para  
ElectroTech

$j$	$q_j$	$c_j$	$C_j(Q)$	$C(q_j)$
1	500	0.60	$0.6Q$	300
2	1000	0.58	$300 + 0.58(Q - 500)$	590
3	> 1000	0.56	$590 + 0.56(Q - 1000)$	—

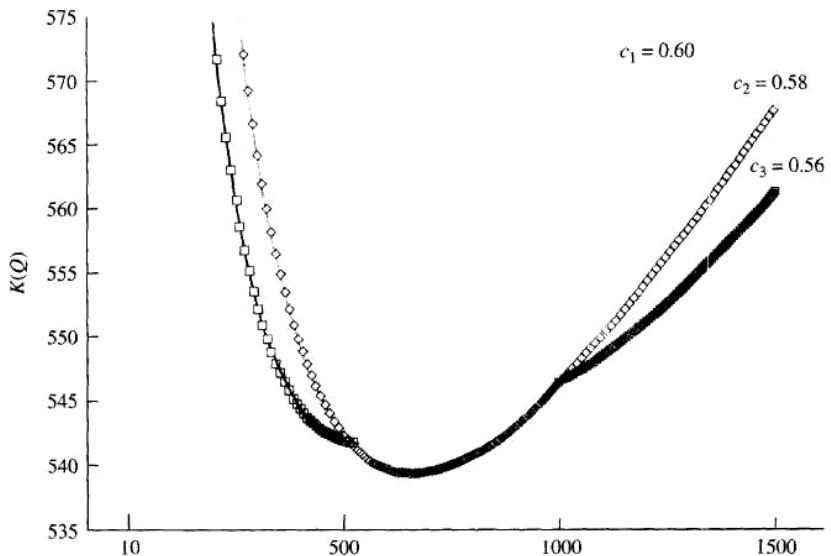


FIGURA 6-12  
Curvas de costo para  
ElectroTech

### **2.1.4 Modelos de artículos múltiples con restricción de recursos**

El modelo clásico del lote económico (EOQ) es para un solo artículo. ¿Qué pasa cuando se tiene más de uno?

La respuesta inmediata y trivial es calcular el EOQ para cada artículo. Para decirlo de otra manera, el sistema con múltiples artículos se maneja como múltiples sistemas de un artículo. Este procedimiento es adecuado cuando no hay interacción entre los artículos, como compartir recursos comunes. Los recursos comunes pueden incluir, por ejemplo, presupuesto] capacidad de almacenaje o ambos. Entonces el procedimiento del EOQ ya no es adecuado, ya que estos recursos comunes son limitados y el resultado puede violar la restricción de recursos. Por esa razón se necesita una modificación del modelo EOQ clásico.

Se formula el problema como un modelo de optimización restringido y se resuelve usando multiplicadores de Lagrange. En muchas aplicaciones existen sólo una o dos restricciones. Para introducir este enfoque se considerará el caso de una restricción, digamos presupuesto. Se requiere que en cualquier punto en el tiempo, la inversión total en inventario no exceda  $C$  dólares, es decir,

$$\sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq C$$

donde  $n$  es el número de artículos. No se tomará en cuenta la posibilidad de que las órdenes estén desfasadas y que los niveles máximos de inventario de todos los artículos no ocurran al mismo tiempo.

El objetivo todavía es minimizar el costo total anual promedio,

$$K(Q) = \sum_{i=1}^n K_i(Q_i) = \sum_{i=1}^n \left( c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + h_i \frac{Q_i}{2} \right)$$

donde  $X$  es el multiplicador de Lagrange. El multiplicador actúa como una penalización para re-

La ecuación de Lagrange considera tanto el objetivo como la restricción y es

$$K(Q, \lambda) = K(Q) + \lambda \left\{ \sum_{i=1}^n c_i Q_i - C \right\}$$

ducir cada  $Qf$  para minimizar el costo al mismo tiempo que satisfacer la restricción. El valor mínimo de  $K$  se encuentra tomando derivadas parciales de la función  $K(Q, X)$ . Los pasos requeridos para encontrar la solución óptima son:

1. Se resuelve el problema no restringido. Si se satisface la restricción, ésta es la solución óptima.
2. Si no ocurre así, se establece la ecuación para  $K(Q, X)$ .
3. Se obtiene  $Qf$  resolviendo las  $(n + 1)$  ecuaciones dadas por

$$\frac{\partial K(Q, \lambda)}{\partial Q_i} = 0 \quad \text{para } i = 1, 2, \dots, n$$

$$\frac{\partial K(Q, \lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

Se ilustra este procedimiento con el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 6-9. Artículos múltiples, una restricción.** HiEnd, una pequeña compañía de computadoras, compra dos tipos de lectoras de discos. Debido al bajo volumen que maneja la compañía, el gerente limita la inversión en inventario a un máximo de \$5000. El precio de estas dos lectoras es de \$50 y \$80, respectivamente, y su demanda anual es 250 y 484 unidades, respectivamente. La compañía tiene un gasto de \$50 para procesar la orden de cualquiera de estas lectoras, y el gerente usa un 20% anual para las evaluaciones financieras.

*Solución.* Se analiza el problema estableciendo los parámetros básicos:

$$A = \$50$$

$$i = 20\% \text{ anual}$$

$$C = \$5000$$

$$c_1 = \$50 \rightarrow h_1 = \$10 \text{ por unidad por año}$$

$$D_1 = 250 \text{ unidades por año}$$

$$c_2 = \$80 \rightarrow h_2 = \$16 \text{ por unidad por año}$$

$$D_2 = 484 \text{ unidades por año}$$

Paso 1: Se calcula el EOQ para cada lectora; es decir, se resuelve el problema no restringido.

$$Q_1 = \sqrt{\frac{(2)(50)(250)}{(0.2)(50)}} = 50 \text{ unidades}$$

$$Q_2 = \sqrt{\frac{(2)(50)(484)}{(0.2)(80)}} = 55 \text{ unidades}$$

Usando estos dos valores se calcula la inversión en inventario:

$$(50)(50) + (80)(55) = 6900 > 5000$$

es decir, se viola la restricción de presupuesto, por lo tanto, se aplica el método de multiplicadores de Lagrange.

Paso 2: La ecuación de multiplicadores de Lagrange es

$$K(Q_1, Q_2, \lambda) = \sum_{i=1}^2 \left( c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right) + \left( \sum_{i=1}^2 c_i Q_i - C \right)$$

Se calculan  $Q_1$  y  $Q_2$  usando derivadas parciales:

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda)}{\partial Q_1} = 0$$

implica que

$$\begin{aligned} Q_1^* &= \sqrt{\frac{2 A_i D_i}{h_i + 2\lambda c_i}} \\ &= \sqrt{\frac{25000}{10 + 100\lambda^*}} \\ &= \frac{50}{\sqrt{1 + 10\lambda^*}} \end{aligned}$$

y

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda)}{\partial Q_2} = 0$$

implica que

$$\begin{aligned} Q_2^* &= \sqrt{\frac{48400}{16 + 160\lambda^*}} \\ &= \frac{55}{\sqrt{1 + 10\lambda^*}} \end{aligned}$$

Por último,

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda)}{\partial \lambda} = 0$$

implica que

$$c_1 Q_1^* + c_2 Q_2^* = 5000$$

Se hace

$$X = \sqrt{1 + 10\lambda^*}$$

Entonces

$$c_1 Q_1^* + c_2 Q_2^* = (50)\{(50)/X\} + (80)\{(55)/X\} = 5000$$

Despejando  $X = 6900/5000 = 1.38$  da  $\lambda^* = 0.09044$ . Así,

$$Q_1^* = 50/1.38 = 36.23 \approx 36$$

$$Q_2^* = 55/1.38 = 39.86 \approx 40$$

Entonces la función de Lagrange es

$$\begin{aligned} K(36, 40, 0.09044) &= \left[ (50)(250) + \frac{(50)(250)}{36} + \frac{(10)(36)}{2} \right] \\ &\quad + \left[ (80)(484) + \frac{(50)(484)}{40} + \frac{(16)(40)}{2} \right] \\ &\quad + (0.09044)[(50)(36) + (80)(40) - 5000] = 52\,672.22 \end{aligned}$$

(Observe que el último término es cero, ¿por qué?) Entonces, la inversión total en inventario es

$$(36)(50) + (40)(80) = 5000$$

Artículos múltiples con restricción de recursos: extensión. Se mencionó que las dos restricciones más comunes en los sistemas de inventarios son espacio y presupuesto. Se extiende el análisis anterior a un caso de dos restricciones. La formulación del problema general es

$$\begin{array}{ll} \text{minimizar} & K(Q) = \sum_{i=1}^n K_i(Q_i) = \sum_{i=1}^n \left( c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + h_i \frac{Q_i}{2} \right) \\ \text{sujeta a} & \sum_{i=1}^n c_i Q_i \leq C \quad (\text{restricción de presupuesto}) \\ & \sum_{i=1}^n f_i Q_i \leq F \quad (\text{restricción de espacio}) \\ & Q_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{array}$$

, es el espacio requerido para una unidad del artículo tipo  $i$  y  $F$  es el espacio total disponible.

Este problema es más complicado, una o ambas restricciones pueden ser inactivas. Por lo tanto, el procedimiento de una sola restricción cambia como sigue:

1. Se resuelve el problema no restringido. Si ambas restricciones se satisfacen, esta solución es la óptima.
2. De otra manera se incluye una de las restricciones, digamos la de presupuesto, y se resuelve el problema de una restricción para encontrar  $Q_v$ . Si la restricción de espacio se satisface, esta solución es la óptima.
3. De otra manera se repite el proceso sólo con la restricción de espacio.
4. Si las dos soluciones con una restricción no llevan a la solución óptima, entonces ambas restricciones son activas, y debe resolverse la ecuación de Lagrange con ambas restricciones:

$$K(Q_1, \lambda_1, \lambda_2) = \sum_{i=1}^n \left( c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + h_i \frac{Q_i}{2} \right) + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^n c_i Q_i - C \right) + \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^n f_i Q_i - F \right)$$

Para encontrar  $\{Q_i\}$  óptimo, se resuelven las siguientes  $(n + 2)$  ecuaciones simultáneas:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial Q_i} &= 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial K}{\partial \lambda_1} &= 0 \quad \frac{\partial K}{\partial \lambda_2} = 0 \end{aligned}$$

Este procedimiento se ilustra en el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 6-10. Artículos múltiples: dos restricciones.** HiEnd no tiene mucho espacio para almacenar las lectoras de discos. Suponga que cada tipo de lectora requiere 10 y 8 unidades de espacio, respectivamente, y cuenta con un total de 500 unidades. ¿Satisfacen los resultados previos la restricción de espacio? Resuelva este problema como se necesite.

**Solución.** Recuerde el procedimiento en el ejemplo 6-9.

- Paso 1: Como del ejemplo 6-9 se sabe que la solución no restringida viola la restricción de presupuesto, el paso 2 se puede omitir.
- Paso 2: Se selecciona una de las restricciones y se resuelve como un problema de una restricción. En el ejemplo 6-9 se resolvió el problema con la restricción de presupuesto. Por lo tanto, se selecciona el presupuesto como la única restricción, y se tiene la solución  $Q_1 = 36$  y  $Q_2 = 40$ .
- Paso 3: Se verifica la solución de la restricción de presupuesto para ver si se satisface la restricción de espacio:

$$(10)(36) + (8)(40) = 680 > 500$$

Se viola la restricción de espacio.

- Paso 4: Se resuelve el problema de multiplicadores de Lagrange con la restricción de espacio nada más.

$$K(Q_1, Q_2, \lambda_2) = \sum_{i=1}^2 \left( c_i D_i + \frac{A_i D_i}{Q_i} + \frac{h_i Q_i}{2} \right) + \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^2 f_i Q_i - F \right)$$

Se obtienen las derivadas parciales respecto a  $Q_1$ ,  $Q_2$  y  $\lambda_2$ , y se igualan a cero. Se obtiene

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda_2)}{\partial Q_1} = 0 \Rightarrow Q_1^* = \sqrt{\frac{2A_1 D_1}{h_1 + 2\lambda_2^* f_1}} = \frac{50}{\sqrt{1 + 2\lambda_2^*}}$$

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda_2)}{\partial Q_2} = 0 \Rightarrow Q_2^* = \sqrt{\frac{2A_2 D_2}{h_2 + 2\lambda_2^* f_2}} = \frac{55}{\sqrt{1 + \lambda_2^*}}$$

$$\frac{\partial K(Q_1, Q_2, \lambda_2)}{\partial \lambda_2} = 0 \Rightarrow f_1 Q_1^* + f_2 Q_2^* = 500$$

De las tres ecuaciones, se tiene

$$10 \left( \frac{50}{\sqrt{1 + 2\lambda_2^*}} \right) + 8 \left( \frac{55}{\sqrt{1 + \lambda_2^*}} \right) = 500$$

y al resolver se obtiene  $\lambda_2^* \approx 1.76$  y

$$Q_1^* = 23.51 \approx 23$$

$$Q_2^* = 33.11 \approx 33$$

Se verifica esta solución con la restricción de presupuesto

$$(23)(50) + (33)(80) = 3790 < 5000$$

No viola la restricción de presupuesto. Las cantidades óptimas a ordenar bajo las restricciones de presupuesto y espacio son  $Q^* = 26$ ,  $Q\% = 33$ .

Compare estos resultados con los del ejemplo 6-9.

## 2.1.5 Órdenes para múltiples artículos<sup>1</sup>

Una tendencia común en la industria actual es reducir el número de proveedores y hacer que cada uno entregue un número más grande de artículos, tanto en términos de cantidad como de variedad (capítulo 2). La lógica es que, por lo general, existe un contrato a largo plazo para todos los artículos que incurren en cierto costo inicial, y después las entregas se hacen de acuerdo con las órdenes emitidas para cada artículo (incurriendo en un costo de ordenar individual). Se analizará aquí este tipo de ambiente, es decir, un sistema de artículos múltiples con un solo proveedor. Al hacerlo, se seguirá de cerca el modelo presentado por Goyal (1974).

Suponga que se compran  $n$  artículos a un solo vendedor. El costo de ordenar tiene dos componentes, un costo principal común de ordenar  $A$  en el que se incurre siempre que se coloca una orden, y un costo de ordenar menor  $a_i$  si se incluye el artículo  $i$  en la orden. Se supone que la demanda del artículo  $i$  es constante con una tasa de  $D_i$  unidades por periodo (año). La notación adicional es

$N$  = número de órdenes de compra en el periodo de planeación (un año)

$N_i$  = número de reabastecimiento del artículo  $i$  en el periodo de planeación (un año)

$h_i$  = costo total anual de mantener el artículo  $i$ ésimo en inventario

$Q_i$  = cantidad a ordenar del artículo

$K(N)$  = costo variable total anual promedio para todos los artículos (costos de ordenar y mantener el inventario)

Se supone que se tiene el siguiente ambiente de decisiones:

- El tiempo de entrega es constante.  
No se permiten faltantes (esto es, costo de faltantes infinito).
- Existe una tasa de reabastecimiento infinita.  
Existe un horizonte de tiempo infinito.
- Las órdenes de compra se colocan a intervalos constantes
- Un artículo se reabastece en intervalos iguales.

Siguiendo el razonamiento de la formulación del EOQ,  $K(N)$  se puede expresar como

$$K(N) = AN + \sum_{i=1}^n a_i N_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \frac{h_i D_i}{N_i}$$

donde

$$Q_i = \frac{D_i}{N_i}$$

Suponga que el artículo  $i$  se ordena en todas las compras  $k_i$ . Entonces

$$k_i = \frac{N}{N_i}$$

<sup>1</sup>Tomado de Goyal (1974). Usado con permiso.

y éste es el número de veces que se ordenan artículos tipo  $i$ . El recíproco de  $k_i$  (esto es,  $N_i/N$ ) se define como la frecuencia relativa con que se ordena el artículo  $i$ . Así, si se conoce la frecuencia relativa de un artículo, se puede determinar su valor  $k$ . Se establece  $N_i = N/k_i$ , y se llega a

$$K(N) = N \left( A + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i} \right) + \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^n h_i D_i k_i$$

Para  $n$  artículos, es posible especificar el valor de  $k$  para cada uno mediante una (fombinación de  $\{k_1, k_2, \dots, k_n\}$ .

Suponga que se da una combinación específica de  $\{A, k_i\}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ . Entonces, para obtener el óptimo se toman las primeras ecuaciones en diferencias de  $K(N)$  y se tieie

$$K^*(k_i) = \sqrt{\left[ 2 \left( A + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i} \right) \sum h_i D_i k_i \right]}$$

Costo anual promedio mínimo como función de  $\{k_i\}$

$$N^*(k_i) = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n h_i D_i k_i \right) / \left[ 2 \left( A + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i} \right) \right]}$$

Número económico de órd;nes de compra como función d:

$$Q_i^*(k_i) = \frac{D_i k_i}{N^*(k_i)}$$

Cantidad económica a ordenar del artículo  $i$  como función de

Los valores anteriores son óptimos para un conjunto dado de  $\{k_1, k_2, \dots, k_l, \dots, k_n\}$ . Suponga que se puede considerar cambiar de  $k$ , a  $k_l$  con el fin de reducir el costo varis ble anual promedio mínimo dado por  $K^*(k_l)$ . El costo anual promedio mínimo con el valor A: cambiado para el artículo  $l$  está dado por

$$K(k_l) = \sqrt{\left[ 2 \left( A + \sum_{i=1}^{l-1} \frac{a_i}{k_i} + \sum_{i=l+1}^n \frac{a_i}{k_i} + \frac{a_l}{k_l} \right) \left( \sum_{i=1}^{l-1} h_i D_i k_i + \sum_{i=l+1}^n h_i D_i k_i + k_l D_l k_l \right) \right]} \\ \text{o} \quad K(k_l) = \sqrt{\left[ 2 \left( G_{k_l} + \frac{a_l}{k_l} \right) (W_{k_l} + h_l D_l k_l) \right]} \quad (1)$$

donde

$$G_{k_l} = \sum_{i=1}^{l-1} \frac{a_i}{k_i} + \sum_{i=l+1}^n \frac{a_i}{k_i}$$

$$W_{k_l} = \sum_{i=1}^{l-1} h_i D_i k_i + \sum_{i=l+1}^n h_i D_i k_l$$

El mínimo local de  $K(k_i)$  se obtiene si las dos condiciones siguientes se cumplen:

$$K(k_i) \leq K(k_i + 1) \quad (2)$$

$$K(k_i) < K(k_i - 1) \quad (3)$$

Se sustituye el valor de  $K(k_i)$  obtenido de (1) en (2). Simplificando, se tiene

$$\frac{W_i}{G_i H_i} \leq k_i (k_i + 1)$$

donde, para el artículo  $i$

$$H_i = \frac{h_i D_i}{a_i}$$

Se hace lo mismo con la ecuación (3) para obtener

$$\frac{W_i}{G_i H_i} > k_i (k_i - 1)$$

Combinando las dos últimas ecuaciones se llega a las condiciones óptimas:

$$k_i (k_i - 1) < \frac{W_i}{G_i H_i} \leq k_i (k_i + 1)$$

Si para el artículo  $i$  ocurre que  $k_i \neq k_i$ , la nueva combinación está dada por  $\{k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n\}$  y ésta tiene que mejorarse.

De la desigualdad anterior, se pueden evaluar las cotas superior e inferior para la razón  $W_i/(G_i H_i)$ . Algunos valores se presentan en la tabla 6-4.

Con base en el análisis anterior, Goyal (1974) propone el siguiente algoritmo para determinar la política óptima para ordenar:

1. Se calcula  $H_i = h_i D_i / a_i$  para cada artículo.
2. Se suponen valores iniciales arbitrarios para  $k_i$ , digamos 1, es decir,  $\{1, 1, \dots, 1\}$  denotados por  $\{k_{i0}\}$ .
3. Para el primer artículo en la lista, se determina  $k_i$  comparando la razón  $W_i/G_i H_i$  con los valores en la tabla 6-4. La nueva combinación es  $\{k_{i1}, 1, 1, \dots, 1\}$ . De manera similar, se obtienen valores de  $k_{ii}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ . Esto completa el primer conjunto de cálculos que llevan a  $\{k_{i1}\}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .
4. Se aplica el paso 3 a  $\{k_{i1}\}$  para obtener  $\{k_{i2}\}$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ . El valor óptimo se obtiene cuando

$$\{k_{ij+1}\} = \{k_{ij}\} = \{k_i^*\} \quad \text{para todo } i$$

Normalmente converge muy rápido.

TABLA 6-4  
Cotas superior e  
inferior para  $W_i/G_i H_i$

<b><i>k</i></b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>
Cota inferior	0	2	6	12	20	30	42	56	72	90
Cota superior	2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

5. La política óptima es la siguiente:

a) Número óptimo de órdenes de compra por año:

$$N^*(k_i^*) = \sqrt{\left( \sum_{i=1}^n h_i D_i k_i^* \right) / \left[ 2 \left( A + \sum_{i=1}^n \frac{a_i}{k_i^*} \right) \right]}$$

b) Número óptimo de reabastecimientos para el artículo  $i$ :

$$N_i^* = \frac{N^*(k_i^*)}{k_i^*} \quad \text{para toda } i$$

c) Cantidad óptima a ordenar para el artículo  $i$ :

$$Q_i^*(k_i^*) = \frac{D_i k_i^*}{N^*(k_i^*)} \quad \text{para toda } i$$

Este procedimiento se ilustra con el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 6-11. Pedidos de artículos múltiples.** Coldpoint decidió comprar todas sus componentes electrónicas a ElectroTech. Negocian un contrato una vez al año y el tiempo y papeleo involucrados les cuesta \$43.50. El valor anual de  $D_i$ ,  $h_i$  y  $a_i$  se presentan en la tabla 6-5.

**Solución.**  $A = \$43.50$ . Los valores de  $H_i = (h_i D_i) / a_i$  también se muestran en la tabla 6-5. Las pasos 2,3 y 4 del algoritmo se muestran en la tabla 6-6, que se puede generar usando una hoja de cálculo.

La tasa de cambio para los conjuntos sucesivos de cálculos se puede juzgar según los siguientes resultados.

Costo total anual promedio basado en  $\{k_m\} = 11\ 920$

Costo total anual promedio basado en  $\{k_n\} = 11\ 454$

**TABLA 6-5**

Datos para el ejemplo 6-11

$i$ (artículo)	$D_i$ (unidades/año)	$h_i$ (\$/unidad/año)	$a_i$ (\$)	$H_i = h_i D_i / a_i$
1	1 500	2	9	333
2	2 500	3	6	1 000
3	4 000	1.25	5	1 000
4	10 000	1	1	1 000
5	2 500	3	7	1 071
6	4 250	2	5	1 700
7	10 000	1.45	8	1 875
8	12 500	1.6	4.5	4 444
9	20 000	2	7	5 714
10	15 000	2	5	6 000
11	50 000	1	8	6 250
12	9 000	5	6	7 500
13	8 000	8	8	8 000
14	35 000	2	8	8 750
15	10 000	10	1	10 000

TABLA 6-6

Calculos para determinar la combinación ( $k^*$ )

*Primer conjunto de cálculos:*

**Cuando**

$$k_{i0} = 1 \text{ para } i = 1, 2, \dots, 15$$

$$W_{ii} = \sum_{i=1}^{l-1} h_i D_i k_{ii} + \sum_{i=l+1}^{15} h_i D_i k_{i0}$$

y

$$G_B = \sum_{i=1}^{l-1} a_i / k_{ii} + \sum_{i=l+1}^{15} a_i / k_{i0}$$

	$W_{ii}/G_B H_i$	$k_{ii}$	$k_{i2}$	$k_{i3}$
1	$470\,500/(141 \times 333) = 10.02$	3	4	4
2	$473\,500/(138 \times 1000) = 3.43$	2	2	2
3	$480\,500/(136 \times 1000) = 3.533$	2	2	2
4	$480\,500/(128.5 \times 1000) = 3.739$	2	2	2
5	$493\,000/(126.5 \times 1071) = 3.638$	2	2	2
6	$499\,500/(125 \times 1700) = 2.3505$	2	2	2
7	$502\,000/(119.5 \times 1812) = 2.318$	2	2	2
8	$511\,000/(119 \times 4444) = 0.966$	2	2	2
9 a 15	$k_{ij}$ se queda en 1 para estos artículos	1	1	1

Costo total anual promedio basado en  $\{k_{ij}\} = 11\,450$

Costo total anual promedio basado en  $\{k_{ij}\} = 11450$

$$\{\ast,\} = \{tf\} = \{4,2,2,2,2,2,1,1,1,1,1,1,1,1\} \text{ Del}$$

paso 5a) del algoritmo se obtiene

$$Ai^* = 46.6 = 47$$

El paso 5b) conduce al siguiente número óptimo de reabastecimientos por artículo (números redondeados):

$$(12, 23, 23, 23, 23, 23, 23, 47, 47, 47, 47, 47, 47, 47)$$

El paso 5c) lleva a la cantidad óptima a ordenar por artículo (números redondeados)

$$(129, 86, 172, 429, 107, 182, 429, 268, 429, 321, 1073, 193, 172, 751, 215)$$

Los valores de  $Q^*$  son menores que los obtenidos usando la fórmula del EOQ para cada artículo individual.

Una extensión de este análisis para el caso en el que se admiten faltantes se puede encontrar en Kumar y Arora (1990).

## **SECCIÓN 2.1 EJERCICIOS**

- 6.15.** Una tienda con venta directa de fábrica vende 26 "portaespejos" por mes. El costo de ordenar es \$ 1.00 por orden, y el costo de mantener el inventario es \$0.3 por unidad por mes

- Suponiendo que no se permiten faltantes, evalúe la cantidad a ordenar (EOQ).
- Dibuja la geometría del inventario para este caso.

- 6.16.** Harriet es la gerente de compras para la compañía High-Tech. Ahora se enfrenta al siguiente dilema. Su operación utiliza 10 000 unidades al año de conectores para cable de cobre. Elija sabe que se puede fabricar internamente a una tasa de 100 000 unidades al año a un costo de \$40 por unidad. Sin embargo, hay un costo de \$5000 asociado a cada corrida de producción y el costo anual de mantener inventario es  $i = 20\%$ .

Harriet tiene conciencia de los costos y ha decidido obtener una cotización de dos proveedores externos. La Electronic Hardware Company ofrece un precio de \$44 por unidad, siempre que envíe un mínimo de 1000 unidades; ellos pueden proporcionar hasta 6000 unidades al año. Metsamp Company fijó el precio en \$43.50 por unidad, con un costo fijo de \$200 por envío, sin importar la cantidad; ellos pueden proporcionar hasta 4000 unidades al año. ¿Cuál es la política óptima que debe usar Harriet, suponiendo que no se permiten faltantes?

- 6.17.** Encuentre la tasa de rotación óptima ((TR)<sup>\*</sup>) para los siguientes casos:

- El modelo EOQ, sin faltantes
- El modelo EPQ, con faltantes (*Sugerencia:* Considere el inventario promedio para el caso de faltantes).

- 6.18.** Considere el caso EPQ con faltantes. Suponga que en lugar de ordenar una cantidad  $Q^*$ , se ordena una cantidad  $\$Q^*$ , donde  $P > 0$ . Sea

$$= \frac{K(Q) - K(Q^*)}{K(Q^*)}$$

Desarrolle la ecuación para 8.

Muestre una gráfica de  $5 = /(P)$  y haga observaciones sobre la sensibilidad del sistema de inventario respecto a cantidades a ordenar no óptimas. ¿Puede dibujar una interpretación práctica?

- 6.19.** Considere un sistema de inventario con tasa de reabastecimiento infinita. Los faltantes no se surten atrasados, sino que se pierden. (Éste es el caso de "ventas perdidas".) Suponga  $q_i$  e la pérdida por unidad es  $n$ .

Desarrolle el modelo para este caso y muestre los valores óptimos. Pruebe que nunca es óptimo almacenar el artículo y permitir que se pierdan las ventas. (*Nota:* El costo por faltantes es proporcional al número de unidades que faltan, y *no* al tiempo transcurrido.)

- 6.20.** La Agrichem Company fabrica un compuesto químico líquido que se usa en la industria de fertilizantes. El producto es perecedero en cuanto a que se deteriora almacenado.

Con base en registros históricos, la empresa desarrolló un modelo de regresión no lineal y encontró que el costo de almacenar  $Q$  galones durante un tiempo  $t$  es  $cQt^m$  dólares, con  $c$  constante y  $m > 1$ . El compuesto se produce en lotes de  $Q_0$  galones. El costo de preparación es  $A$  dólares.

- Encuentre  $Q^*$ , suponiendo que no se permiten faltantes y tasa de reabastecimiento infinita.
- Evalúe el costo anual  $K(Q^*)$ .
- Analice el resultado para  $m = 1$  y  $m \rightarrow \infty$ .

- 6.21.** La compañía Bike tiene una línea especial de bicicletas de montaña, para la que se necesitan 5000 manubrios al año. Se pueden comprar por \$30 por unidad o producir internamente). El costo de producción es \$20 por unidad, y la tasa de producción es 20 000 unidades al año. El costo de preparación es \$ 110, mientras que emitir una orden de compra cuesta \$25. El costo de mantener el inventario es 25% anual.

- a) ¿Debe la compañía Bike hacer o comprar el artículo, suponiendo que no se permiten faltantes?
- b) Suponga que se permiten faltantes, con  $T_1 = \$0.15$  por unidad, y  $n = \$7$  por unidad por año. ¿Qué debe hacer Bike ahora?
- 6.22.** Cierto artículo tiene una demanda diaria de 1000 unidades. Se compra por lotes con un costo unitario de \$5 y un costo de ordenar de \$80 por orden. El costo anual de mantener el inventario es 30% y los faltantes se satisfacen atrasados con un costo de \$2 por unidad por mes. Las órdenes de compra están programadas de manera que cada 30 días se recibe un lote. Encuentre  $Q^*$  y  $b^*$ .
- 6.23.** Toys International tiene varias plantas de fabricación y ensamble. Una de las plantas de fabricación tiene que proveer 640 llantas de juguetes al día a la planta de ensamble. No se permiten faltantes para asegurar la continuidad del proceso de ensamble. La planta tiene una capacidad de 4200 llantas al día. El costo de preparación de la producción es \$400 y el costo de almacenaje es \$0.30 por unidad por día, mientras que el costo de producción es \$92 por llanta.
- a) Evalúe el costo mínimo promedio diario.
- b) ¿Evalúe  $T_c, T_p, T_D, I^*$ .
- c) ¿Cuál es el costo mínimo promedio diario si el costo de preparación es \$4000? Compare.
- 6.24.** Considere el caso de una tasa de reabastecimiento finita, en la cual no se permiten faltantes (figura 6-7). Durante  $T_D$ , la máquina está ociosa. Suponga que el costo del tiempo ocioso es  $c_d$  dólares por unidad de tiempo (ya que la máquina se puede usar para fabricar otros productos). Desarrolle una ecuación para  $Q^*$  que lleve al costo total mínimo promedio y que incluye el costo del tiempo ocioso.
- 6.25.** Utilice los resultados del problema 6.24 y evalúe la razón  $S \pm c$ . ¿Puede obtener una conclusión sobre el mundo real?
- 6.26.** Lou es el gerente de compras de un fabricante de zapatos que tiene una línea de botas de escalar fuertes. Él compra las agujetas para las botas a distintos proveedores. La demanda es 30 000 pares de agujetas al año, y no se permiten faltantes. Su principal proveedor tiene el siguiente plan de descuento en todas las unidades:

Cantidad	Precio unitario (\$)
$Q < 1000$	1.00
$1000 < Q < 3000$	0.98
$3000 < Q < 5000$	0.96
$5000 < Q < \infty$	0.94

Lou sabe que emitir una orden le cuesta \$100 y que el costo de mantener el inventario es de 35% anual.

- a) Calcule  $Q^*$ .
- b) Dibuje una gráfica de  $K(Q) = f(Q)$ .
- 6.27.** La tienda de curiosidades Pine Garden vende alrededor de 1000 llaveros al año. Se piensa que el costo de almacenaje es \$1 por unidad por año. Los faltantes se surten tarde a un costo de \$4 anuales por artículo. La tienda de curiosidades paga \$2 por unidad en cantidades menores que 2000 unidades y \$1.97 por unidad en cualquier otra cantidad. Estiman que su costo de ordenar es \$50.

Grafique  $K(Q) = f(Q)$ .

- a) Encuentre  $Q^*$  y  $b^*$ .

- 6.28.** Skatz Company es uno de los fabricantes importantes de patines de ruedas. En su planilla sólo ensamblan y todas las componentes las compran de proveedores externos. No están contentos con el proveedor actual de ruedas y decidieron encontrar una nueva fuente para su mejor modelo. La demanda es 400 000 ruedas al año y han recibido diferentes planes de precios de otros proveedores.

El proveedor A ofrece una tasa pareja de \$3 por rueda sin importar la cantidad.

El proveedor B tiene el siguiente plan de descuento en todas las unidades: \$3.25 por rueda si la cantidad ordenada es menor que 5000, \$3.00 por rueda si la cantidad ordenada es mayor que 5000 y menor que 15 000, y \$2.60 por rueda si ordenan más de 15 000.

El proveedor C ofrece un precio de \$3.25 si la orden es menor que 10 000 y \$2.83 por rueda por cada unidad comprada adicional a las 10 000, usando un descuento incremental.

Los tres proveedores tienen la misma calidad de ruedas. El costo de la orden es \$150 y el costo de mantener el inventario se toma como 30% anual.

- Evalué la cantidad óptima a ordenar.
- Haga una gráfica de sus resultados.

- 6.29.** La política administrativa de cierta compañía es nunca quedarse sin artículos. El departamento de ventas hizo un análisis sobre un artículo en particular para evaluar esta política. La demanda es determinística y constante a través del tiempo a 625 unidades por año. El costo unitario del artículo es \$50, independientemente de la cantidad ordenada. El costo de colocar una orden es \$5.00 y el costo anual de mantener el inventario es  $i = 0.20$ . Las órdenes atrasadas tienen un coste de \$0.20 por unidad por semana. Calcule la política óptima de operación bajo la suposición de que no se permiten faltantes y, también, suponiendo que hay faltantes al costo indicado. ¿Cuál es la pérdida anual en dólares causada por la política de que no haya faltantes, si las estimaciones del departamento de ventas son correctas para los parámetros pertinentes?

- 6.30.** Una compañía produce dos artículos, A y B, que son perecederos y se deterioran cuando se almacenan. Los datos concernientes son

	A	B
Demanda/año	2000	250
Costo por artículo	50	60
Tasa de costo anual de almacenaje	0.20	0.10
Costo de preparación	100	480
Costo por faltantes/unidad/aflo	$\infty$	2

La administración ha establecido la política de que la rotación del inventario total debe ser mayor o igual que 19 (recuerde que la rotación de inventario se define como la demanda anual de todos los artículos expresada en dólares, dividida entre la inversión total promedio en inventario).

Determine la política óptima de inventario y el costo de la política de rotación de inventario para la administración.

- 6.31.** Una compañía constructora requiere 600 lb anuales de varilla de soldadura de una aleación especial. Cada vez que colocan una orden incurren en un costo de \$8.00. El precio de compra depende de la cantidad ordenada y está dado por

Cantidad	Precio
$Q < 500$	\$0.30
$500 < Q < 1000$	0.29
$Q > 1000$	0.28

Este es un descuento en todas las unidades. Si la tasa de mantener el inventario por dólar por año es 0.20, ¿cuántas unidades deben ordenarse cada vez que se coloca una orden?

- 6.32.** En el modelo básico EOQ se supone una tasa de demanda constante  $D$ . Suponga que se encuentra la cantidad óptima a ordenar y que se sigue esta política, pero en realidad la demanda es  $D'(\text{conf}) > D$ . ¿De qué manera afectará esto al número de órdenes al año, al inventario promedio anual y al número de faltantes por año?
- 6.33.** Una compañía ordena una componente a un proveedor. La demanda anual es 6000 componentes y ordenan 1000 de ellas cada 365/60 días. Se permiten faltantes.
- Suponiendo que la compañía actúa de manera óptima, ¿qué puede decir sobre los valores relativos de los costos de inventario y de ordenar?
  - Si el gerente de control de la producción le ha informado que cuesta \$50 colocar una orden y cada componente cuesta \$180, ¿qué comentario haría usted sobre el costo de mantener el inventario?
  - ¿Qué tamaño de lote le recomendaría que ordenara?
- 6.34.** Una compañía ordena dos artículos. El artículo 1 cuesta \$10 y tiene una demanda anual de 100 unidades y un costo de ordenar de \$40. El artículo 2 cuesta \$40 y tiene una demanda anual de 180 y costos de ordenar de \$20. La tasa por mantener un inventario es 20% al año. El espacio de almacenamiento para los dos artículos está limitado y, como son del mismo tamaño, no puede haber más de 40 unidades en total en inventario en ningún momento. Además, el valor total del inventario debe estar dentro de un presupuesto de \$400 en todo momento. ¿Qué cantidad a ordenar recomendaría?
- 6.35.** Una frutería almacena tres productos —manzanas, melones y sandías—. Las demandas (en temporadas), costos unitarios, costos de ordenar y tamaños de los tres artículos son: manzanas, 2500, 0.50, 25.00, 1; melones, 1000, 1.00, 20.00, 3; sandías, 600, 3.50, 30.00, 10. Suponga que la tasa de costo de inventario es 10% por temporada. Los lotes económicos para los tres artículos son 1581, 632 y 321, respectivamente. Sin embargo, la frutería tiene sólo 6000 unidades de espacio, donde una manzana es igual a una unidad de espacio. Usando un multiplicador de Lagrange, un estudiante determina los tamaños de lote para el problema restringido en 1392, 536 y 300, con  $X = 0.37$ . Un carpintero local puede construir 500 unidades de espacio adicionales por \$160.00. ¿Debe la frutería contratar el espacio adicional?
- 6.36.** Considere el modelo determinístico del EOQ cuando se permiten órdenes atrasadas. Como es normal, sea  $Q$  la demanda,  $A$  el costo de ordenar y  $h$  el costo de almacenar por unidad por año. Suponga que el costo de una orden atrasada por unidad por año es  $\tilde{a} = ah$ , donde  $a$  es una constante.
- Determine  $Q^*$ , el tamaño del lote económico.
  - Determine  $b^*$ , la cantidad óptima de faltantes.
  - Grafique  $Q^*/b^*$  contra  $a$ .
- 6.37.** La Bench Company es un pequeño fabricante de bancos de madera. Su línea incluye cuatro tipos de bancos de diferente tamaño, material, terminado y color. Los datos relevantes de producción son:

	Tipo de banco			
	1	2	3	4
Demanda anual (unidades)	1000 6	5000 10	10 000 10 5	8000 8 2
Costo de preparación (\$)	10	3 1	1	1.5
Costo unitario (\$) Espacio por unidad ( $\text{ft}^2$ )	5			

Bench tiene un pequeño almacén para bancos terminados con un área de 1500  $\text{ft}^2$ . Cada tipo de banco tiene un lugar fijo. Suponiendo que  $i = 20\%$  anual, calcule las cantidades óptimas que deben almacenarse.

- Bench tiene una oferta del doble de espacio de almacén que dará como resultado un incremento de \$200 en los gastos anuales. ¿Debe Bench aceptar esta oferta?
- 6.38.** Suponga que Bench, además de un espacio limitado en el almacén, también tiene un límite en el presupuesto de \$3800 para inversión en inventario. Calcule las cantidades óptimas que deben almacenarse. Compare con los resultados del problema 6.37.
- 6.39.** Para el caso de descuento incremental, muestre que el punto de costo mínimo nunca ocurrirá en un punto de corte de precios. (*Sugerencia:* Evalúe la derivada de  $K_c(Q)$  y  $K_{c+1}(Q)$  en  $q_{j,+}$ , y demuestre que la derivada de  $K_{j+1}(Q)$  es menor que la derivada de  $K_j(Q)$ ).

## 2.2 Modelos de tamaño de lote dinámico (TLD)

Los modelos de tamaño de lote dinámico surgen cuando la demanda es irregular, es decir, cuando no es uniforme durante el horizonte de planeación. El análisis de los modelos de "demanda irregular" se organiza en cuatro grupos de técnicas de solución como sigue:

**Reglas simples** son reglas de decisión para la cantidad económica a ordenar que no están basadas directamente en la "optimización" de la función de costo, sino que tienen otra: i) características. Se trata de métodos muy sencillos que son significativos por su amplio uso, en especial en los sistemas de MRP (vea el capítulo 7).

**Reglas heurísticas** son aquellas que están dirigidas al logro de una solución de bajo costo que no necesariamente es óptima.

**Wagner-Whitin** es un enfoque de optimización de la demanda irregular.

**Regla de Peterson-Silver** es una prueba para determinar cuándo la demanda es irregular.

### 2.2.1 Reglas simples

Existen tres reglas simples que son comunes: demanda de periodo fijo, cantidad a ordenar en el periodo y lote por lote (con seudónimo de "L x L").

Demandas de periodo fijo Este enfoque es equivalente a la regla simple de ordenar '[m meses de demanda futura]'. Por ejemplo, si se quiere ordenar para la "demanda de dos meses", se suman las demandas pronosticadas para los próximos dos meses, y ésta es la cantidad ordenada. Se pueden usar semanas o días en lugar de meses. Esta regla es diferente de la medida de efectividad de "abasto para el mes" presentada en la sección 1.4. Ésta es una medida agregada basada en el valor en dólares de **todos** los artículos en inventario. La demanda de periodo fijo se refiere a un solo artículo y se basa en la cantidad.

**Ejemplo 6-12. Demanda de periodo fijo.** Considere los siguientes dos casos para los que la demanda pronosticada se da en la tabla 6-7.

*Solución.* Si se usa un periodo fijo de seis semanas, la cantidad a ordenar es 60 para a) y 52 para b). El EOQ se prefiere para una demanda constante.

TABLA 6-7

Demandas de periodo fijo

a) Demanda uniforme						
Semana	12	3	4	10	5	10
Demandas		10	10	10		
b) Demanda irregular						
Semana	12	3	4	10	5	8
Demandas		15	11	18		

Cantidad a ordenar para el periodo (COP). Ésta es una modificación de la regla anterior, en la que se usa la "estructura" para seleccionar el periodo fijo. El tamaño de lote promedio que se busca (por el método que sea) se divide entre la demanda promedio; se obtiene el periodo fijo que debe usarse. Si la cantidad a ordenar deseada es 60, entonces el periodo fijo para b) es cinco semanas, ya que la demanda promedio semanal es 12.

Lote por lote ( $Z, x /$ ). Éste es un caso especial de la regla de periodo fijo; la cantidad a ordenar es siempre la demanda para un periodo. En el ejemplo 6-12b) las cantidades pedidas serán 10, 15, 11, etcétera. Esta regla reduce el nivel de inventario y, por ende, el costo de mantenerlo; pero el resultado es un mayor costo de ordenar por colocar más órdenes. Casi siempre se usa para artículos muy caros (en términos de uso anual del dólar) y para artículos que tienen demanda irregular.

### **2.2.2 Métodos heurísticos**

Un método heurístico es un enfoque que aprovecha la estructura del problema. Mediante el uso de un conjunto de reglas "racionales", obtiene una solución "buena"; es decir, cercana a la óptima o, en ocasiones, la óptima. Los métodos heurísticos se usan cuando no es posible o no es computacionalmente factible obtener el óptimo. Se presentan tres enfoques heurísticos comunes: Silver-Meal, costo unitario mínimo y balanceo de parte del periodo, también conocido como costo total mínimo. El denominador común es que todos comparten el objetivo del EOQ de minimizar la suma de los costos de preparación e inventario, pero cada uno emplea un método distinto. Además, se supone que  $A$  y  $h$  son constantes para todo el horizonte de planeación.

Método Silver-Meal (SM) (Silver and Meal, 1973). El principio de esta heurística es que considera ordenar para varios periodos futuros, digamos  $m$ . Intenta lograr el costo promedio mínimo por periodo para el lapso de  $m$  periodos. El costo considerado es el costo variable, esto es, el costo de ordenar (preparar) más el costo de mantener el inventario. La demanda futura para los siguientes  $n$  periodos está dada y es

$$(D_{1t}, D_{2t}, \dots, D_{nt})$$

Sea  $K(m)$  el costo variable promedio por periodo si la orden cubre  $m$  periodos. Se supone que el costo de mantener inventario ocurre al final del periodo y que la cantidad necesaria para el periodo se usa al principio del mismo. Si se ordena  $D_1$  para cumplir con la demanda en el periodo 1, se obtiene

$$K(1) = A$$

Si se ordena  $D_1 + D_2$  en el periodo 1 para cumplir con la demanda de los periodos 1 y 2, se obtiene

$$K(2) = \frac{1}{2} (A + hD_2)$$

donde  $h$  es el costo de almacenar una unidad en inventario durante un periodo. Como se almacenan  $D_2$  unidades un periodo más, esa cantidad se multiplica por  $h$  y para obtener el costo promedio para los dos periodos, se divide entre 2. De manera similar

$$K(3) = \frac{1}{3} (A + hD_2 + 2hD_3)$$

y, en general,

$$K(m) = \frac{1}{m} (A + hD_2 + 2hD_3 + \dots + (m-1)hD_m)$$

Se calcula  $K(m)$ ,  $m = 1, 2, \dots, m$ , y se detiene cuando

$$K(m+1) > K(m)$$

es decir, el periodo en el que el costo promedio por periodo comienza a crecer. En el periodo 1 se ordena una cantidad que cumpla con la demanda de los siguientes  $m$  periodos; efecto es

$$Q_x = A + D_2 + \dots + D_m$$

en general,  $Q_x$  es la cantidad ordenada en el periodo  $i$  y cubre  $m$  periodos futuros. Si no se emite la orden en el periodo  $i$ , entonces  $Q_x$  es cero. El proceso se repite en el periodo  $(m+1)$  y continúa durante todo el horizonte de planeación.

**Ejemplo 6-13. Método de Silver-Meal.** James, el gerente de una tienda local de computadoras, estima que la demanda de discos de 3.5" para los próximos cinco meses será 100, 100, 5, 3, 50 y 210 cajas de 10 discos. Como la demanda es irregular, James aplica el método de Silver-Meal para ordenar la cantidad correcta. James tiene un costo de \$50 por colocar la orden independiente de su tamaño, y estima que almacenar una caja durante un mes le costará \$0.50. ¿Qué le puec e sugerir?

*Solución.* Los datos básicos para este problema son

$$\begin{aligned} A &= \$50 \quad h = \$0.50 \text{ por caja} \\ &\text{por mes} \end{aligned}$$

La demanda,  $D_i$ , para los siguientes cinco meses es

Mes	1	2	3	4	5
Demandas	100	100	50	50	210

Se aplica la fórmula de Silver-Meal para calcular  $K(m)$ :

$$K(m) = 1/m (A + hD_2 + 2hD_3 + 3hD_4 + \dots + (m-1)hD_m)$$

1.  $m = 1$

$$K(1) = 50$$

2.  $m = 2$

$$\begin{aligned} K(2) &= (1/2)(50+(0.5)(100)) \\ &= 50 < 50 = K(1), \end{aligned}$$

continuar

3.  $m = 3$

$$\begin{aligned} K(3) &= (1/3)(50+(0.5)(100)+(2)(0.5)(50)) \\ &= 50 < 50 = K(2), \end{aligned}$$

continuar

4.  $m = 4$

$$\begin{aligned} K(4) &= (1/4)(50+(0.5)(100)+(2)(0.5)(50) \\ &\quad + (3)(0.5)(50)) \\ &= 56.25 > K(3) = 50, \end{aligned}$$

DETENERSE

La primera cantidad a ordenar es

$$Q_x = 100 + 100 + 50 = 250 \text{ Se}$$

continúa con el procedimiento comenzando en el cuarto mes.

1.  $m = 1$ ; comienza en el mes 4.

$$\#(1) = 50$$

2.  $m = 2$

$$\begin{aligned} K(2) &= (1/2)(50 + (0.5)(210)) \\ &= 72.50 > K(1), \end{aligned}$$

DETENERSE

La cantidad de la segunda orden es  $Q_4 = 50$ , y se continúa con el procedimiento comenzando en el quinto mes.

1.  $m = 1$ ; comienza en el mes 5.

$$K(l) = 50$$

Como no hay información adicional, el procedimiento se detiene con  $Q_5 = 210$ .

De acuerdo con las demandas de los cinco meses, se ordenará tres veces, al principio del primero, cuarto y quinto meses. Las cantidades a ordenar son  $Q_1 = 25$ ,  $Q_4 = 50$  y  $Q_5 = 210$ . Sin embargo, cuando se disponga de cada nuevo pronóstico para un periodo posterior, las cantidades a partir del mes 5 se deben volver a calcular.

Cosío unitario mínimo (CUM). Este procedimiento es similar al heuristicó de Silver-Meal. La diferencia radica en que la decisión se basa en el costo variable promedio por unidad en lugar de por periodo. Sea

$K'(m)$  = costo variable promedio por unidad si la orden cubre  $m$  periodos

Siguiendo el mismo razonamiento que en el caso de Silver-Meals,

$$K'(1) = \frac{A}{D_1}$$

$$K'(2) = \frac{A + hD_2}{D_1 + D_2}$$

$$K'(3) = \frac{A + hD_2 + 2hD_3}{D_1 + D_2 + D_3}$$

y en general

$$K'(m) = \frac{A + hD_2 + 2hD_3 + \dots + (m-1)hD_m}{D_1 + D_2 + \dots + D_m}$$

Igual que antes, la regla de detención es

$$K'(m+l) > K(m)$$

y

$$Q_x = D_l + D_2 + \dots + D_m$$

De nuevo, el proceso se repite a partir del periodo  $(m + 1)$ .

**Solución.** Los datos básicos son los mismos de antes.

1.  $m = 1$ ; comienza en el mes 1.

$$K'(1) = A/D_1 = 50/100 = 0.5$$

2.  $m = 2$

$$\begin{aligned} K'(2) &= (50 + (0.5)(100))/(100 + 100) \\ &= 0.5 \leq K'(1) = 0.5, \quad \text{continuar} \end{aligned}$$

3.  $m = 3$

$$\begin{aligned} K'(3) &= [50 + (0.5)(100) + (2)(0.5)(50)]/(100 + 100 + 50) \\ &= 0.6 > K'(2) = 0.5, \quad \text{DETENERSE} \end{aligned}$$

La primera orden se coloca en el primer mes con

$$Q_1 = 100 + 100 = 200$$

El procedimiento continúa a partir del tercer mes.

1.  $m = 1$ ; comienza en el mes 3.

$$K'(1) = (50)/(50) = 1$$

2.  $m = 2$

$$\begin{aligned} K'(2) &= (50 + (0.5)(50))/(50 + 50) \\ &= 0.75 < K'(1) = 1, \quad \text{continuar} \end{aligned}$$

3.  $m = 3$

$$\begin{aligned} K'(3) &= (50 + (0.5)(50) + (2)(0.5)(210))/(50 + 50 + 210) \\ &= 0.92 > K'(2) = 0.75, \quad \text{DETENERSE} \end{aligned}$$

El segundo punto para ordenar es el tercer mes y

$$Q_3 = 50 + 50 + 210 = 310$$

Como no se dispone de más información, el procedimiento se detiene. Se ordenará dos veces, una en el primer mes y otra en el tercero. Las cantidades a ordenar son 200 y 310, respectivamente.

Balanceo de periodo fragmentado (BPF). Este método intenta minimizar la suma del costo variable para todos los lotes. Recuerde del análisis del EOQ que si la demanda es uniforme, el costo de ordenar (preparar) es igual al costo de almacenar. Aunque este argumento es correcto para demanda uniforme, no es cierto para demanda irregular, en la que el inventario promedio no es la mitad del tamaño de lote. Sin embargo, puede proporcionar soluciones razonables para la demanda irregular.

Para obtener el costo de mantener el inventario se introduce el periodo fragmentado, definido como una unidad del artículo almacenada durante un periodo. Entonces, 10 unidades en

inventario durante un periodo son iguales a 10 periodos fragmentados, lo que es igual a 5 unidades en inventario durante 2 periodos. Sea

$$PF_m = \text{periodo fragmentado para } m \text{ periodos}$$

Así,

$$PF_X = 0$$

$$PF_2 = D_2$$

$$PF_3 = D_2 + 2D_3$$

$$PF_m = D_2 + 2D_3 + \dots + (m-1)D_m$$

El costo de mantener el inventario es  $h(PF_m)$ , y se quiere seleccionar el horizonte de pedidos que cubra, en términos generales, el costo de ordenar  $A$ , esto es, elegir  $m$  tal que

$$A = h(PF_m)$$

o sea

$$PF_m = j$$

que también es la regla de detención. La razón  $A/h$  se llama "factor económico de periodo fragmentado". El tamaño de la orden es

$$Q_x = D_1 + D_2 + \dots + D_m$$

y el proceso se repite comenzando con el periodo  $m + 1$ . El método heurístico BPF también se conoce como de costo total mínimo (CTM) y es uno de los que más se aplican en la industria.

Ejemplo 6-15. Balanceo de periodo fragmentado. Se repite el problema de James con la aplicación del método de balanceo de periodo fragmentado.

*Solución.* El factor de periodo fragmentado  $= AIh = 50/0.5 = 100 = FPF$ . Se calcula el valor fragmentado con la fórmula

$$PF_m = D_2 + 2D_3 + 3D_4 + \dots + (m-1)D_m$$

1. Comenzando con el mes 1:

$$PF_X = 0$$

$$PF_2 = 100 < 100 = FPF$$

$$PF_3 = 100 + (2)(50) = 200 > FPF \quad \text{DETENERSE}$$

El punto para ordenar es en el mes 1, la cantidad a ordenar es

$$0, = 100 + 100 = 200 \text{ que}$$

cubre 2 meses.

2. Comenzando en el mes 3:

$$PF_X = 0$$

$$PF_2 = 50 < FPF$$

$$PF_3 = 50 + (2)(210) = 470 > FPF \quad \text{DETENERSE}$$

El segundo punto para ordenar es el mes 3 y la cantidad a ordenar es

$$Q_2 = 50 + 50 = 100 \text{ que}$$

también cubre dos meses.

Como el mes 5 es el último mes, se ordena la demanda del mes 5 al principio de ese mes. Se colocan tres órdenes en el periodo de cinco meses: en el primero, tercero y quinto mes, con cantidades a ordenar de 200,100 y 210, respectivamente. De nuevo, cuando se disponga de datos posteriores al mes 5, el resto de las cantidades debe volver a calcularse.

### **2.2.3 Algoritmo de Wagner-Whitin (WW)**

Este algoritmo tiene el mismo objetivo que algunos enfoques heurísticos, minimizar  $p$ \ costo variable de inventario, el costo de ordenar (preparar) y el de mantener inventario durante el horizonte de planeación. La diferencia es que el algoritmo de Wagner-Whitin genera una solución de costo mínimo que conduce a una cantidad óptima a ordenar  $Q_i$ . El procedimiento de optimización está basado en programación dinámica; evalúa todas las maneras posibles de ordenar para cubrir la demanda en cada periodo del horizonte de planeación. Su "elegancia" estriba en que no considera todas las políticas posibles; para un horizonte de  $n$  periodos, el número de políticas posibles es  $2^n$ . Se observa el hecho de que una orden debe satisfacer toda la demanda para cierto número de periodos. Esto es, una cantidad óptima a ordenar, digamos  $Q_i$ , satisface

$$Q_i = \sum_{k=i}^n D_k \quad \text{para alguna } j \geq i$$

y

$$I_i Q_{i+1} = 0 \quad \text{para toda } i = 0, 1, \dots, n-1$$

$Q_i$  es el número de unidades ordenadas en el periodo  $i$  para cubrir la demanda hasta el periodo  $j$ , con la siguiente orden colocada en el periodo  $j + 1$ . Este concepto, usado en los módulos heurísticos, reduce el número de políticas que se examinan a una cantidad del orden de  $n!$ , lo cual significa que el algoritmo ignora muchas de las políticas.

Wagner-Whitin sustituye al EOQ para el caso de demanda irregular. Sin embargo, como es un poco difícil de entender, normalmente no se aplica en la industria. Su mayor ventaja es que sirve como estándar para medir la efectividad de otros algoritmos para tamaño del lote dinámico.

Se establecerá formalmente el algoritmo usando la notación definida. Sea  $K_t$  el costo de colocar una orden para cubrir la demanda de los periodos  $t, t+1, \dots, l$ , suponiendo que el inventario al principio del periodo  $t$  y al final del periodo  $l$  es cero. Matemáticamente, este costo es

$$K_{t,l} = A + h \left( \sum_{j=t+1}^l (j-t) D_j \right) \quad t = 1, 2, \dots, n; \quad l = t+1, t+2, \dots, n$$

Ahora se determina el costo mínimo del periodo 1 al  $n$  suponiendo que no debe haber inventario restante al final del periodo  $n$ . La ecuación para este mínimo se puede encontrar de manera recursiva. Si  $K^*$  es este mínimo, estará dado por

$$K_l^* = \min_{t=1, 2, \dots, l} \{ K_{t-1}^* + K_{t,l} \}, \quad l = 1, 2, \dots, N$$

$K^*$  se define como cero, y el valor de la solución de costo mínimo está dado por  $K^*$ .

Considere el problema de James (ejemplo 6-13). Para  $N = 1$  se tiene

$$K_{1,1} = A + h \left( \sum_{j=1+1}^1 (j-1)D_j \right) = 50 + 0.5(0) = \$50$$

donde la suma de un índice mayor a uno menor (es decir, de 2 a 1) se define como cero. El costo óptimo, si no se tiene inventario al final del periodo 1, es

$$K_1^* = \min_{t=1} \{K_0^* + K_{1,1}\} = 0 + 50 = \$50$$

Para calcular  $K_{1,2}$  y  $K_{2,2}$  se tiene

$$K_{1,2} = A + h \left( \sum_{j=1+1}^2 (j-1)D_j \right) = 50 + 0.5(100) = \$100$$

$$\text{y } K_{2,2} = A + h \left( \sum_{j=2+1}^2 (j-2)D_j \right) = 50 + 0 = \$50$$

Para calcular el costo mínimo para los primeros dos periodos se tiene

$$\begin{aligned} K_2^* &= \min_{t=1,2} \{K_{t-1}^* + K_{t,2}\} \\ &= \min \{K_0^* + K_{1,2}, K_1^* + K_{2,2}\} \\ &= \min \{0 + 100, 50 + 50\} \\ &= \$100 \end{aligned}$$

Es sencillo realizar estas operaciones con una hoja de cálculo. En la tabla 6-8 se presentan los cálculos del ejemplo completos; los datos del problema se repiten para que sea claro. En lugar de calcular  $\bar{A}_T$ , se calculó  $K_{t,x} + K_t$ ; en las celdas y  $K^*$  es el valor mínimo en cada columna. Los cálculos en una columna con índice menor deben completarse antes de comenzar con la siguiente columna.

Por ejemplo, existen varias soluciones óptimas alternativas, todas con un costo total de \$225. Para encontrar las cantidades a ordenar, observe que el índice del renglón representa el periodo en el que se colocó la orden que cubre la demanda del periodo especificado por el índice de la columna. Se comienza con el último periodo (5) y se trabaja hacia atrás. Como el costo mínimo (\$225) para el periodo 5 ocurre en el renglón 5, en el periodo 5 se ordena sólo pa-

**TABLA 6-8**

Ejemplo resuelto por el algoritmo de Waener-Whitin

Periodo, $t$	1	2	3	4	5
Demanda pronosticada, $D_t$	100	100	50	50	210
Costo fijo, $A$	50	50	50	50	50
Costo de inventario, $h$	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
			$K_{t-1}^* + K_{t,t}$		
1	50	100	150	225	645
2		100	125	175	490
3			150	175	385
4				175	280
5					225
$K_t^*$	50	100	125	175	225

ra ese periodo ( $Q_5 = 210$ ). La demanda del periodo 5 quedó satisfecha con una orden en el periodo 5, entonces se procede al periodo 4. El mínimo para la columna 4 (\$175) se alearla en los renglones 2, 3 y 4, por lo que se tienen soluciones óptimas alternativas; se elige el renglón 3 de manera arbitraria. Así se ordena en el periodo 3 para los periodos 3 y 4 ( $Q_i = 100$ ). Corro se colocó una orden en el periodo 3, se examina a continuación el periodo 2, que también tiene mínimos alternativos (\$100) en los renglones 1 y 2. Arbitriamente se elige el renglón 1; si ordena en el periodo 1 para los periodos 1 y 2 ( $Q_i = 200$ ). El lector debe verificar que ( $\sum Q_i = 100$ ,  $Q_2 = 100$ ,  $Q_3 = 100$ ,  $Q_4 = 210$ ), ( $Q_x = 100$ ,  $Q_2 = 150$ ,  $Q_4 = 50$ ,  $Q_5 = 210$ ) y ( $Q_x = 100$ ,  $Q_2 = 200$ ,  $Q_5 = 210$ ), todas son soluciones óptimas.

Sólo el método heurístico BPF obtuvo una solución óptima. El de Silver-Meal que ió cerca con un costo de \$250, y el de CUM no fue efectivo ya que llegó a un costo total de \$385, 71% mayor que el óptimo. Por supuesto, con un conjunto distinto de datos, lo más probable es que estos resultados sean diferentes.

Ahora es posible comparar los tres métodos heurísticos y la solución óptima par^ el problema de James; esto se hace en la tabla 6-9.

## 2.2.4 Regla de Peterson-Silver

Los métodos para tamaño del lote dinámico se usan para demanda irregular. ¿Cómo se puede saber que la demanda es irregular? ¿Con sólo mirar? Debe haber una mejor manera. Pesterson y Silver (1979) propusieron una medida útil de la variabilidad de la demanda, llamada coeficiente de variabilidad. Éste es

$$V = \frac{\text{Variancia de la demanda por periodo}}{\text{Cuadrado de la demanda promedio por periodo}}$$

Ellos demostraron que  $V$  se puede evaluar mediante

$$V = \frac{n \sum_{t=1}^n D_t^2}{\left( \sum_{t=1}^n D_t \right)^2} - 1$$

donde  $D_t$  es la demanda pronosticada discreta para el periodo y  $n$  es el horizonte de planeación.

Peterson y Silver sugieren la siguiente "prueba de irregularidad":

Si  $V < 0.25$ , se usa el modelo EOQ con  $D$  como la demanda estimada.

Si  $V > 0.25$ , se usa un modelo de tamaño del lote dinámico.

TABLA 6-9

Comparación de métodos de tamaño del lote dinámico

Método	Periodo					Costo
	1	2	3	4	5	
Silver-Meal	$Q_1 = 250$			$Q_4 = 50$	$Q_5 = 210$	\$250
CUM	$Q_1 = 200$		$Q_3 = 310$			\$385
BPF	$Q_1 = 200$		$Q_3 = 100$		$Q_5 = 100$	\$225
Wagner-Whitin*	$Q_1 = 100$	$Q_2 = 200$			$Q_5 = 210$	\$225

\* Una solución óptima

Al aplicar esta regla a los datos del ejemplo 6-13, se obtiene

$$\sum_{t=1}^5 D_t^2 = 69100 \quad \left( \sum_{t=1}^5 D_t \right)^2 = 260100$$

$$V = \frac{5 \times 69100}{260100} - 1 = 0.328 > 0.25$$

Este resultado justifica el uso de métodos de tamaño del lote dinámico para el ejemplo.

## **SECCIÓN 2.2 EJERCICIOS**

**6.40.** En las siguientes tablas se dan los pronósticos de demanda para doce semanas:

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demanda	50	70	30	90	80	10	100	55	60	65	80	45

Semana	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Demanda	120	80		40			75	85		60		90

- a) *Demanda de periodo fijo.* Para ambas tablas, evalúe la cantidad a ordenar para 4, 8 y 12 semanas de demanda.
  - b) *Cantidad a ordenar por periodo.* Para ambas tablas, evalúe la COP para  $Q = 100,150,250$ , respectivamente.
  - c) Para ambas tablas, evalúe la cantidad a ordenar usando la regla de lote por lote.
  - d) Basándose en sus respuestas, haga observaciones sobre los tres métodos.
- 6.41.** La librería de la universidad vende varios posters. Uno de ellos, el "Jefe Huncho", tiene los siguientes pronósticos de demanda para los próximos 12 meses.

Mes,/ Demandas, D,	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	55	70	105	120	115	95	100	75	120	75	60	45

Colocar una orden cuesta \$20, el costo de un póster es de \$2.00 y el costo anual de mantener inventario es 20%.

Para cada uno de los siguientes métodos desarrolle el patrón de reabastecimiento para cubrir los 12 meses y el costo asociado a cada patrón.

- a) Método Silver-Meal
  - b) Costo unitario mínimo
  - c) Balanceo de periodo fragmentado
- 6.42.** La librería de la universidad también tiene pronósticos de 12 meses para otro póster, el "Jardín de rosas del edén"

Mes,/ Demandas, D <sub>t</sub>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
	580	440	288	202	150	102	68	50	38	24	15	12

Colocar una orden cuesta \$20, el costo de un póster es de \$2.00 y el costo anual de mantener el inventario es 20%

Para cada uno de los siguientes métodos, desarrolle el patrón de reabastecimiento para cubrir los 12 meses y el costo asociado a cada patrón.

- a) Método Silver-Meal
- b) Costo unitario mínimo
- c) Balanceo de periodo fragmentado

**6.43.** Utilice los resultados de los ejercicios 6.41 y 6.42 para analizar el comportamiento de los tres métodos con los distintos patrones de demanda.

**6.44.** Se proporciona el pronóstico de demanda de los calibradores que fabrica Lagrange Fou<sup>dry</sup> para las próximas seis semanas. La máquina de moldeo que hace los calibradores se usa para cíjtos productivos y debe prepararse cada vez que aquéllos se producen. Se necesitan dos mecánico<sup>s</sup> durante una hora para la preparación. Incluyendo prestaciones, un mecánico le cuesta a la compañía \$25 por hora. Los calibradores se venden en \$3.00 cada uno. Los costos de almacenaje para un calibrador se estiman en \$0.40 a la semana. Los costos de papeleo agregan alrededor de \$0.07 por unidad por semana y el costo de oportunidad, seguros, etcétera, se estima a una tasa de 50% anual del valor del artículo.

Semana,/	1	2	3	4	5	6
Demanda, $D_i$	100	100	200	100	120	80

o) ¿Qué tamaños de lote recomendaría?

b) Suponga que se puede invertir \$3000 y reducir el costo de preparación un 50%. Si la compañía usa un periodo de recuperación de un año, ¿debe invertir en la reducción de la preparación? Establezca cualesquiera suposiciones que tenga que hacer.

**6.45.** Rocky Mountain Wire firmó órdenes de rollos de cable de cobre calibre 12 para los siguientes seis períodos de planeación. Cada vez que fabrica el cable se realiza una preparación que cuesta \$ 150. Un equipo de reducción de preparaciones ha trabajado para reducir el tiempo de preparación e implementará sus resultados dentro de tres períodos; el costo de preparación se reducirá a \$100. El costo actual de fabricación de un rollo es \$5.00, pero un aumento en el precio del cobre incrementará este costo 20% en el periodo 3. Un nuevo contrato de trabajo se llevará a cabo en el periodo 5, aumentando \$1 al costo por rollo. El costo de almacenar un rollo es \$ 1 en los primeros dos períodos y \$2 en los subsecuentes. Dé una política de tamaño de lote óptima para Rocky Mountain.

Periodo,/	1	2	3	4	5	6
Demanda, $D_i$	60	100	10	200	120	15

**6.46.** Tydown produce sistemas de anclaje para instalaciones de almacenamiento, casas móviles, etcétera. Tienen un contrato con la compañía de energía eléctrica local para abastecerlos de juntas para postes de servicio. La compañía de energía eléctrica ha ordenado anclas para los siguientes seis meses. La cantidad, el costo de preparación, el costo variable y los costos de almacenar son:

Mes,/	1	2	3	4	5	6
Demanda, $D_i$	1500	100	700	1200	200	1700
Costo fijo, $A$ ,	150	150	150	200	200	200
Costo variable, $c$ ,	10.0	10.5	10.0	11.0	11.0	11.0
Costo de almacenar, $h$ ,	1.0	1.0	1.0	1.5	1.5	1.5

¿Cuántas anclas debe producir Tydown cada uno de los siguientes seis meses para minimizar su costo total?

- 6.47.** Utilice la regla de Peterson-Silver para verificar si los patrones de demanda en los ejercicios 6.40-6.42 son irregulares.

## **2.3 Resumen**

En la tabla 6-10 se presenta un resumen de los principales modelos de decisiones de cantidad estudiados en esta sección.

# **3 DECISIONES DE TIEMPO**

Esta sección analiza la segunda decisión más importante en los sistemas de inventarios: cuándo ordenar. Esta decisión tiene efecto no sólo en el nivel de inventario y, por ende, en el costo del inventario, sino también en el nivel del servicio que se proporciona al cliente. Las decisiones de tiempo juegan un papel primordial en las filosofías MDS; afectan el costo y los elementos "a tiempo todo el tiempo", dos ingredientes importantes de la satisfacción del cliente.

Al igual que en las decisiones de cantidad, se incluyen modelos "clásicos" para ayudar a entender el comportamiento de los sistemas de inventario respecto a las decisiones de tiempo. Se decidió incluir el concepto general de estrategias de servicio de inventarios para resaltar el análisis de los distintos métodos.

Se estudiarán los modelos bajo tres categorías importantes:

- Decisiones de una sola vez
- Sistemas de revisión continua, que son sinónimo de decisiones de tiempo continuo
- Sistemas de revisión periódica, que son sinónimo de decisiones intermitentes

Todos los modelos manejan un solo artículo, pero se pueden extender a artículos múltiples y muchos de ellos manejan demanda estocástica. La figura 6-13 muestra la estructura detallada de esta sección.

## **3.1 Decisiones de una sola vez**

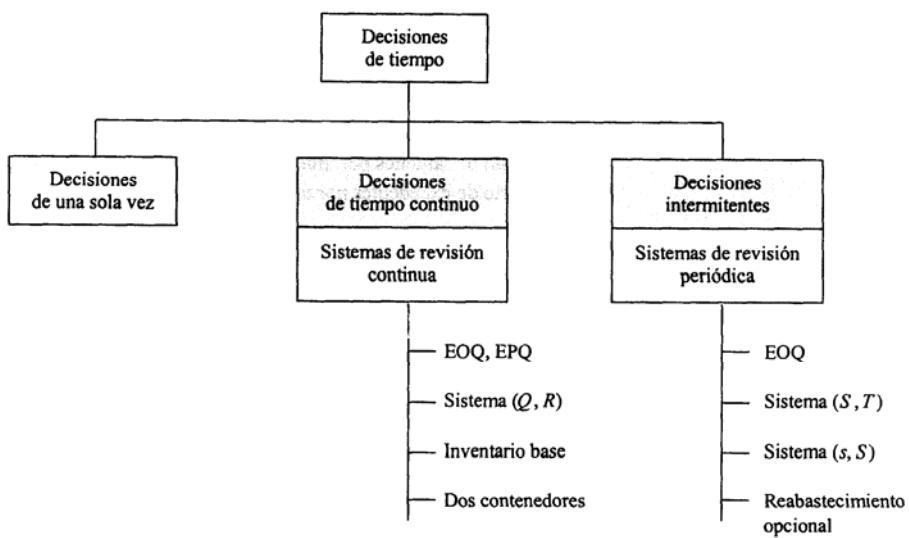
Las situaciones de decisiones de una sola vez son muy comunes en los ambientes tanto de manufactura como de venta al menudeo. Con frecuencia el problema se relaciona con bienes estacionales, que tienen demanda sólo durante períodos cortos. El valor del producto declina al final de la temporada e incluso puede ser negativo. El tiempo de entrega puede ser más largo que la temporada de ventas, por lo que si la demanda es más grande que la orden original, no se puede hacer un pedido urgente de productos adicionales. Entonces, existe una sola oportunidad de ordenar. Un ejemplo común es un puesto de periódicos. Si el dueño no compra suficientes periódicos para satisfacer la demanda, pierde su ganancia. Si ordena demasiados, el exceso no se vende y paga una sanción por regresarlos. Una situación similar ocurre con la venta de árboles y artículos navideños. Así, este modelo se llama con frecuencia "modelo del vendedor" o "modelo del árbol de Navidad". En la manufactura, el problema equivalente sería ¿cuántos productos terminados deben tenerse en inventario?

TABLA 6-10

Decisiones de cantidad: resumen

Método	Demanda	Solución	Objetivo	Cantidad	Aplicación	Observaciones
Cantidad económica a ordenar	Uniforme	Óptima	Minimizar el costo total	$\sqrt{\frac{2AD}{h}}$	Materia prima, producto terminado, venta	Modelo básico de inventarios
Cantidad económica a producir	Uniforme	Óptima	Minimizar el costo total	$\sqrt{\frac{2AD}{h\left(1 - \frac{D}{\psi}\right)}}$	Producción	Tasa de producción finita
Descuentos por cantidad	Uniforme	Óptima	Minimizar el costo total	$\sqrt{\frac{2AD}{h}}$	Materia prima, producto terminado, venta	Descuentos de precios
Restricción de recursos	Uniforme	Óptima	Minimizar el costo total	$\sqrt{\frac{2AD}{h + 2c\lambda}}$	Materia prima, producto terminado, venta	Artículos múltiples
Demanda de periodo fijo	Irregular	Arbitraria	Orden conveniente	Demanda de periodo arbitrario	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	
Cantidad a ordenar por periodo	Irregular	Arbitraria	Orden conveniente	Demanda calculada del periodo	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	
Lote por lote	Irregular	Arbitraria	Costo de almacenaje	$D_1$	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	Aplicación amplia
Silver-Meal	Irregular	Heurística	Costo/periodo	$\sum D_i$	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	
Costo unitario mínimo	Irregular	Heurística	Costo/unidad	$\sum D_i$	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	
Balaceo de periodo fragmentado	Irregular	Heurística	Costo balanceado	$\sum D_i$	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	Aplicación amplia
Wagner-Whitin	Irregular	Óptima	Minimizar el costo total	$\sum D_i$	Materia prima, en proceso, producto terminado, venta	Comparación

Todos los modelos de un solo artículo se pueden repetir para una población independiente de  $n$  artículos.



**FIGURA 6-13**  
Estructura de las decisiones de tiempo

Debe decidirse el número de artículos a ordenar antes del periodo de ventas, que puede ser un día, una semana o cualquier otro periodo. Si la demanda se conoce (el caso determinístico), el problema es trivial; se ordena el número exacto de unidades que se demanda. La situación práctica, y por lo tanto la de interés, es cuando la demanda *exacta* es desconocida, pero puede describirse como una variable aleatoria. Éste es el caso *estocástico*. Para dar un panorama claro, considere el ejemplo 6-16.

**Ejemplo 6-16. Decisiones de una sola vez.** La señora Kandell ha estado en el negocio de árboles de Navidad durante años. Ella lleva un registro del volumen de ventas por año y ha elaborado una tabla (tabla 6-11) de la demanda de estos árboles y su probabilidad. Es evidente que la demanda nunca fue menor que 22 árboles ni mayor que 36.

*Solución.* La demanda es una variable incontrolable y la variable de decisión es  $Q$ , la decisión de una sola vez sobre la cantidad que se debe ordenar. El enfoque de solución es un análisis económico marginal; se balancean los faltantes y los excedentes. La cantidad óptima a ordenar,  $Q^*$ , se encuentra optimizando el costo esperado, ya que se tiene un medio ambiente estocástico.

**TABLA 6-11**  
Demanda de árboles de navidad

Demandas	Probabilidad
$D$	$f(D)$
22	0.05
24	0.10
26	0.15
28	0.20
30	0.20
32	0.15
34	0.10
36	0.05

Sea  $D$  = demanda durante el periodo; una variable aleatoria con función de densidad de probabilidad  $f(D)$   $F(D)$  - función de probabilidad acumulada de  $D$ , es decir, la probabilidad de que la

demanda sea menor o igual que  $D$

$7t$  = costo de faltantes por unidad que falta al final del periodo % = costo de excedentes por unidad que sobra al final del periodo

El costo por faltantes puede ser la ganancia perdida y la pérdida de la buena voluntad.

El costo del excedente es el costo unitario más cualquier costo adicional para deshacerse del excedente, menos cualquier ingreso (valor de recuperación) que se pueda obtener. El costo de compra pu( de ignorarse porque no afecta la solución óptima, o bien, considerarse de manera implícita en los costos de excedentes o de faltantes. Se supone que no hay costo por colocar una orden. Como  $Q$  es la variable de decisión, el costo esperado de excedentes es

$$F(Q)c_0$$

y el costo esperado por faltantes es

$$[1 - F(Q)]\pi$$

El valor óptimo de  $Q$  en este caso el punto en donde estos dos costos son iguales

$$F(Q^*)c_0 = [1 - F(Q^*)]\pi$$

lo que conduce a

$$F(Q^*) = \frac{\pi}{\pi + c_0}$$

La razón de costo en la ecuación anterior se llama **razón crítica** y es un número entre 0 y 1. La razón crítica es la probabilidad de satisfacer la demanda durante el periodo si  $Q^*$  se compra para ese periodo, que no es lo mismo que la proporción de la demanda satisfecha.

Para calcular  $Q^*$  se debe usar la distribución de probabilidad acumulada, que es característica de los modelos estocásticos de inventarios. Para ilustrar esto se continúa con el ejemplo 6-16.

**Ejemplo 6-16 (continuación). Decisiones de una sola vez.** La señora Kandell estima que si compra más árboles de los que puede vender, le cuesta alrededor de \$40 por el árbol y por deshacerse de éste. Si la demanda es más alta que el número de árboles que ordena, pierde su ganancia de \$40 por árbol.

*Solución.* Se determina  $Q^*$  calculando primero la probabilidad acumulada de la demanda, la cual aparece en la tabla 6-12. El valor crítico es

$$\frac{\pi}{c_0 + \pi} = \frac{40}{40 + 40} = 0.50$$

Debe encontrarse el valor de  $Q^*$  para el que  $F(Q^*) = 0.50$ . De la tabla se observa que  $Q^* = 28$ , la cantidad de árboles que la señora Kandell debe comprar.

**TABLA 6-12**  
Probabilidad  
acumulada

Demand <i>D</i>	Probabilidad <i>F(D)</i>
22	0.05
24	0.15
26	0.30
28	0.50
30	0.70
32	0.85
34	0.95
36	1.00

Desarrollo matemático. La razón crítica también se puede obtener matemáticamente. Sea  $f(D)$  una función de distribución de probabilidad continua de la demanda. La cantidad vendida durante el periodo es

$$\min \{Q, D\}$$

por lo tanto, la posición del excedente es

$$Q - D \quad \text{si } D < Q$$

y la posición del faltante es

$$D - Q \quad \text{si } D > Q$$

Estas condiciones se pueden escribir como sigue:

$$\text{Excedente: } \max \{Q - D, 0\} = \begin{cases} Q - D & \text{si } Q > D \\ 0 & \text{si } Q \leq D \end{cases}$$

$$\text{Faltante: } \max \{D - Q, 0\} = \begin{cases} 0 & \text{si } Q \geq D \\ D - Q & \text{si } Q < D \end{cases}$$

Esto da la siguiente función de costo total

$$K(Q) = c_0 \max \{Q - D, 0\} + \pi \max \{D - Q, 0\}$$

El costo esperado es

$$E\{K(Q)\} = c_0 \int_0^Q (Q - D)f(D)dD + \pi \int_Q^\infty (D - Q)f(D)dD$$

Para obtener  $Q^*$ , se hace

$$\frac{dE\{K(Q)\}}{dQ} = 0$$

Esto (usando la regla de Leibnitz para derivar integrales) lleva a

$$c_0 \int_0^Q f(D)dD - \pi \int_Q^\infty f(D)dD = 0$$

$$\text{o} \quad c_0 F(Q) - \pi \{1 - F(Q)\} = 0$$

Rearreglando términos se tiene

$$F(Q^*) = \frac{\pi}{c_0 + \pi}$$

Éste es el mismo resultado que el que se obtuvo. Calculando la segunda derivada se tiene

$$\frac{d^2 E(K(Q))}{dQ^2} = (c_0 + \pi)f(Q)$$

Si  $c_0 + \pi > 0$ , entonces la segunda derivada es siempre no negativa, y  $E(K(Q))$  es convexa con un mínimo en  $g^*$ .

El modelo básico de decisión de una sola vez se puede aplicar en diferentes ambientes. En el siguiente ejemplo se considera el caso en el que la demanda es una variable aleatoria continua.

**Ejemplo 6-17. Decisión de una sola vez: versión continua.** Los estudiantes de último año planean vender camisetas para recaudar dinero destinado a la conferencia regional. Se supone que la demanda de camisetas es igualmente probable para cualquier número entre 48 y 72. Cada camiseta cuesta \$3.50 y se venderá en \$5.00. Si no se compran suficientes camisetas, el único costo será la ganancia perdida. Como estas camisetas tienen el logo de la conferencia, se piensa que las (que no se vendan antes del evento) se podrán vender a \$2.50. Debido al alto costo de preparación sólo se puede hacer un pedido.

*Solución.* Primero se establecen los parámetros para este problema. Se observa que  $f(p)$  es una distribución uniforme, de manera que

$$f(D) = \frac{1}{b-a} = \frac{1}{24}$$

$\pi = 5 - 3.50 = \$1.50$ , que es igual a la ganancia perdida.

$c_0 = 3.50 - 2.50 = \$1.00$ , la diferencia entre el costo unitario y el rendimiento unitario.

Esto da una razón crítica de

$$\frac{\pi}{c_0 + \pi} = \frac{1.5}{1 + 1.5} = 0.60$$

Por lo tanto, el número de camisetas que deben ordenarse es

$$F(Q^*) = \int_{48}^{Q^*} \frac{1}{24} dx = 0.60$$

Integrando se tiene

$$\frac{Q^* - 48}{24} = 0.60$$

y despejando  $Q^*$  se obtiene

$$Q^* = 62.4 \approx 62$$

El número de camisetas no vendidas después de la conferencia que los estudiantes esperan es

$$\begin{aligned} \int_{48}^{Q^*} (Q^* - D)f(D)dD &= \frac{1}{24} \int_{48}^{62} (62 - D)dD \\ &= \frac{62}{24} D \Big|_{48}^{62} - \frac{D^2}{24 \times 2} \Big|_{48}^{62} \\ &= 4.08 \approx 4 \end{aligned}$$

De manera similar, el número esperado de camisetas faltantes es

$$\begin{aligned}\int_{Q^*}^{72} (D - Q^*) f(D) dD &= \frac{1}{24} \int_{62}^{72} (D - 62) dD \\ &= \frac{D^2}{24 \times 2} \Big|_{62}^{72} - \frac{72}{24} D \Big|_{62}^{72} \\ &= 2.08 \approx 2\end{aligned}$$

Entonces, el costo total esperado es

$$E\{K(Q^*)\} = E\{K(62)\} = 1 \times 4 + 1 \cdot 5 \times 2 = \$7.00$$

y la ganancia esperada es

$$E\{\text{ganancia}\} = 62 \times 1.5 - 7 = \$86.00$$

El caso de inventario inicial. El análisis anterior supuso que no se tenía inventario disponible al principio del periodo. Si existen  $Q^*$  unidades al inicio (digamos, adornos de Navidad del año anterior), entonces se reduce la cantidad a ordenar justo por esa suma, es decir, se ordenan

$$\max \{ (Q^* - Q_0), 0 \}$$

En este caso,  $Q^*$  es el inventario meta al principio del periodo.

## SECCIÓN 3.1 EJERCICIOS

- 6.48.** El restaurante Lakeshore planea ordenar tartas para el 4 de julio. Le costará \$3.50 cada tarta, y se venderán por \$10.00. Una tarta que se queda se puede vender a una agencia de ayuda social en \$2.00. La siguiente tabla proporciona la demanda potencial y sus probabilidades, a partir de datos históricos.

Demanda, $D$	250	300	350	400	450	500
Probabilidad, $f(D)$	0.25	0.20	0.20	0.15	0.10	0.10

- a) ¿Qué valor usaría, si lo hiciera, para el costo de la demanda insatisfecha?  
 b) Si el restaurante compra 350 tartas, ¿cuál es la ganancia esperada?  
 c) ¿Cuántas tartas les recomendaría que compraran?  
 b) Muestre cómo se puede manejar el costo de ordenar en el ejercicio del veoeador.
- 6.49.** El supermercado vende leche descremada que le entregan diario. La demanda diaria tiene una distribución uniforme entre 100 y 200 galones. La tienda paga por la leche \$ 1.0 y la vende en \$2.10. Al final del día, la leche que se queda se vende a una compañía química en \$0.25 el galón. Si ocurren faltantes, los clientes comprarán leche semidescremada en su lugar. La ganancia en esta última es \$0.50 por galón. ¿Cuánta leche deben comprar?
- 6.50.** Una tienda de un poblado apartado en Nepal sirve como el último punto de abastecimiento para quienes escalan los Himalaya. La temporada de alpinismo es corta y la tienda va reuniendo el inventario antes de que la temporada comience. Debido a su lejanía, no es posible que reciba reabastecimiento durante la temporada.

Entre los artículos almacenados tiene cajas de galletas. Se estima que la demanda tiene distribución uniforme entre 200 y 400, es decir,

$$f(D) = \begin{cases} \frac{1}{200} & 200 \leq D \leq 400 \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

La tienda compra las galletas a \$2.00 la caja y las vende a \$8.00 la caja. Las cajas que no se venden se regalan a una agencia de ayuda social. El dueño de la tienda estima que incurre en una sanción de \$ 1.00 por cada caja no vendida por concepto de manejo.

- a) Encuentre el número de cajas que debe ordenar la tienda para maximizar la ganancia.
  - b) Encuentre el número esperado de cajas que se regalarán si se compra la cantidad óptima.
  - c) Encuentre el número esperado para la cantidad óptima y la ganancia esperada si se ordenara una cantidad igual a la demanda esperada. Explique la diferencia.
- 6.51.** La Litengine Company fabrica motores de pistones para un equipo de vuelo ultraligeró. La em presa está estudiando la posibilidad de realizar una última corrida de producción de un modelo an tiguo que se va a eliminar en un año.

El costo unitario de producción es \$ 1000 y el motor se vende en \$ 1800. Los motores ñ vendidos se llevarán a un deshuesadero, a un costo por transporte y manejo de \$ 180 por unidad. El deshuesadero paga \$ 110 a Litengine por cada motor. Litengine estima una pérdida de buena voluntad de \$500 por cualquier faltante.

El patrón de demanda de los motores es exponencial con función de densidad de probabilidad

$$f(d) = \frac{1}{75} e^{-D/75} \quad D \geq 0$$

- a) Encuentre el lote óptimo de producción que maximice la ganancia esperada.
  - b) Encuentre el número esperado de motores no vendidos.
  - c) Encuentre la ganancia esperada debida a la cantidad óptima y la ganancia esperada si se orde nara una cantidad igual a la demanda esperada
- 6.52.** Con referencia al ejercicio 6.51, suponga que existen 20 motores en el inventario de producto ter minado y que el costo de preparación para una corrida de producción es de \$2400. Evalí le de nue vo a) y b).
- 6.53.** La Florería Parker promete a sus clientes entregar en un lapso de cuatro horas en todas las órdenes de arreglos florales. Todas las flores se compran el día anterior y Parker las recibe a las 18:00 de la mañana del día siguiente. La demanda diaria de rosas es la siguiente:

Docenas de rosas	Probabilidad
7	0.1
8	0.2
9	0.4
10	0.3

Parker compra las rosas a \$5.00 la docena y las vende a \$15.00. Todas las rosas qu\_ no vende se donan a un hospital local. La política de la tienda es comprar rosas a un competidor a \$ 15.00 la docena si un cliente ordena rosas y Parker no tiene. Esto cuesta \$2.00 por docena. ¿CuÁJ es el costo esperado por faltantes de Parker?

- 6.54.** FunSki es una tienda de deportes en Leech Lake, Minnesota. Sus ventas principales han sido motos de nieve, patines de hielo y equipo para esquiar. Recientemente, se tomó la decisión de vender acuamotos para el verano. Las acuamotos se compran en \$2000, incluyendo envío, y se venden en \$2500. Como el lago est\_ lejos, s\_ o se hará un envío. Un estudio de mercado indica que las ventas

entre 500 y 600 son igualmente probables. Si FunSki no puede satisfacer la demanda, incurrirá en un costo de \$250 por la pérdida de buena voluntad. Al final de junio y hasta el siguiente verano es poco probable que se vendan acuamotos, por lo que un distribuidor de Fort Lauderdale está de acuerdo en comprar todas las unidades no vendidas en \$1800 cada una. Cuesta \$50 enviar cada acuamoto de Leech Lake a Fort Lauderdale.

- ¿Cuál es la cantidad óptima a comprar?
- ¿Cuál es el número esperado de faltantes?
- ¿Cuál es el costo total de este plan?

**6.55.** La Evergreen Company es propietaria de unos acres de arbustos que se cosechan y venden cada primavera. La compañía estima que el costo de podar y cortar los árboles es de \$2.50 por árbol. El costo promedio de mandarlos al distribuidor es alrededor de \$0.50 por árbol, y la compañía recibe cerca de \$5.00 por árbol que ordena el distribuidor. Sin embargo, los arbustos que se cortan y no se venden al distribuidor representan una pérdida total. No se incurre en costos de envío si no se venden. La distribución de la demanda histórica es normal con media de 24 000 y desviación estándar de 1500.

- ¿Cuántos arbustos deben cortarse para maximizar la ganancia?
- ¿Cuál es el número esperado de arbustos "perdidos"?

## 3.2 Sistemas de revisión continua

Los sistemas de revisión continua se introdujeron en la sección 1.5. Para examinar estos sistemas, se definen dos nuevas variables de estado para el inventario:

$X_t$  = posición del inventario en el tiempo  $t$

$O_t$  = posición de órdenes colocadas en el tiempo  $t$ , algunas veces llamada la "**tubería**" del inventario

Recuerde que  $i$ , es el inventario disponible en el tiempo  $t$  y  $s$ , es el nivel de faltantes (órdenes atrasadas) en el tiempo  $t$ . Entonces

$$X_t = i_t + O_t - s_t$$

Ya sea  $i$ , o  $s$ , o ambos serán cero en cualquier tiempo. Básicamente, la diferencia entre  $X_t$ , es que  $X_t$  considera el inventario como en una tubería. Sea

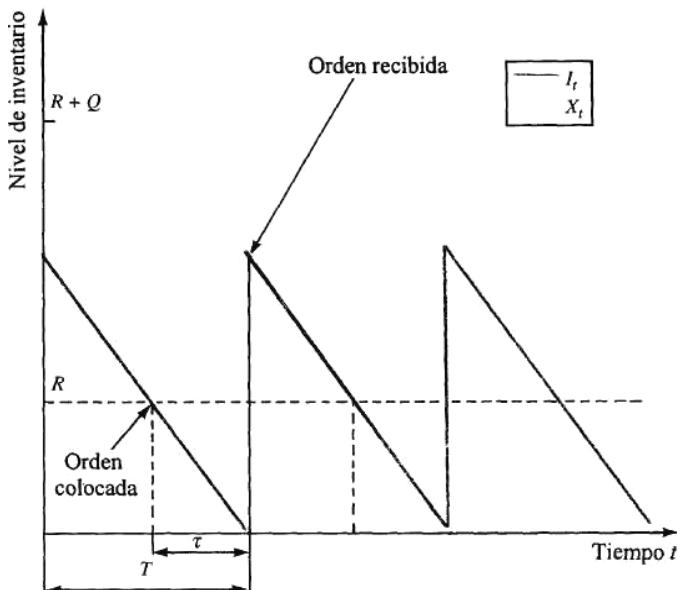
$R$  = punto de reorden, el nivel de  $X_t$  cuando se coloca una orden La decisión de tiempo, cuándo ordenar, es

si  $X_t < R$ , entonces se coloca una orden de  $Q$  unidades

$R$  determina el momento de la decisión de cantidad. Estos sistemas se llaman sistemas  $(Q, R)$ ; la política está definida por dos decisiones. La decisión de cantidad se analizó en la sección anterior y el punto de reorden es el tema de esta sección. Deben observarse dos cosas:

- La decisión de tiempo considera la **posición del inventario** total y no sólo del inventario disponible (*un error muy común en la práctica*).
- La cantidad ordenada,  $Q$ , se puede determinar por cualquier método para el tamaño del lote.

En primer lugar, se analizarán los sistemas de revisión continua en un ambiente determinístico y después se estudiará el caso estocástico.



**FIGURA 6-14**  
EOQ:  $/, X_t$

### 3.2.1 De nuevo EOQ, EPQ

En la sección 6.2.1 se obtuvieron la cantidad económica a ordenar y la cantidad económica a producir con tiempo de entrega cero. En esta sección se permitirá que el tiempo de entrega sea distinto de cero, pero se supondrá que es una constante conocida, digamos  $x$ . El lapso de una orden —expresado en las mismas unidades que los otros datos— es el tiempo que transcurre entre colocar la orden y su recepción.

Todavía se supone que las unidades ordenadas llegan al mismo tiempo  $T$  unidades después de colocar la orden. La demanda durante el tiempo de entrega se conoce con certidumbre. Como antes la demanda anual es uniforme y se denota por  $D$ .

Primero se examina el caso del EOQ. Si se quiere que la cantidad  $Q$  llegue cuando se ha agotado todo el inventario, se establece

$$R = Dx$$

Si no se permiten faltantes y no hay otras órdenes en camino (en la tubería), al colocar una orden, entonces

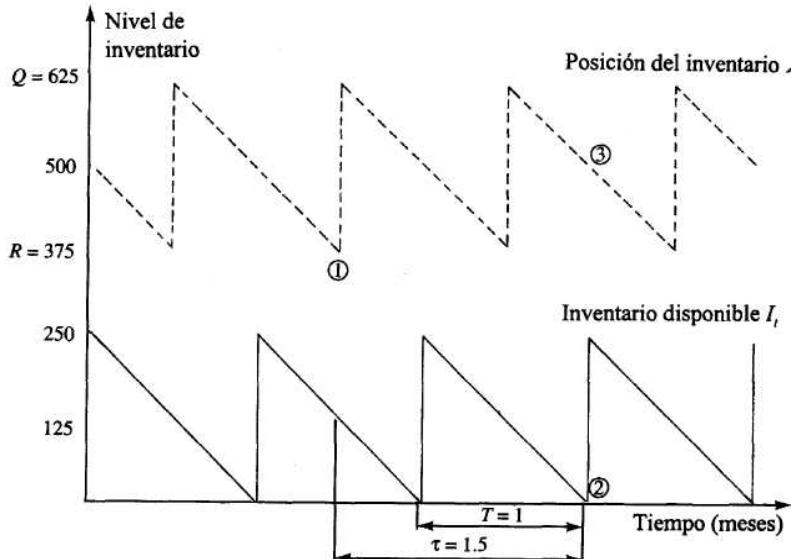
$$X_t = /,$$

y la decisión de tiempo es colocar la orden siempre que

$$I_t < L_n$$

La figura 6-14 describe el comportamiento de  $/$  y  $X_t$  a través del tiempo.

En esta figura la suposición tácita es que  $x < T$  (tiempo de ciclo), es decir, existen más órdenes en camino. Si  $x > T$ , la situación, de alguna manera, es más compleja, corriente se ilustra en el ejemplo 6-18.



**Ejemplo 6-18. EOQ con tiempo de entrega.** Larry ordena cierto fertilizante para su cosecha a una compañía local. La utilización anual uniforme es de alrededor de 3000 libras, y cada libra cuesta \$3.00. Larry gasta alrededor de \$12.50 al procesar cada orden. Por lo general, tiene que esperar mes y medio para recibir la orden. Estima que su costo de mantener el inventario es 40% anual. Se mostrará el comportamiento del inventario en este caso.

#### Solución

$$A = \$12.50 \quad D = 3000$$

Ib por año  $i = 40\%$   
anual

$$c = \$3.00 \rightarrow h = \$1.20 \text{ por libra por año} \\ x = 1.5 \text{ meses} = 1.5/12 \text{ años} = 1/8 \text{ años}$$

$$\text{EOQ} = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{(2)(12.5)(3000)}{1.2}} = 250$$

El tiempo de ciclo  $T$  es igual a  $250/3000 = 1/12$  años = 1 mes. El punto de reorden es  $R$

$$= (1.5/12)(3000) = 375 \text{ libras}$$

Observe que el tiempo de entrega de la orden, 1.5 meses, es mayor que el tiempo de ciclo. Esto se muestra en la figura 6-15.

En el punto  $t, X_t = R$ , se emite una orden por  $Q = 250$  unidades, haciendo  $X_t = R + 250 = 625$ . Note que  $/$ , no se afecta, puesto que no se hicieron cambios en el inventario disponible. La orden colocada en el punto 1 llega en el punto 2 después de  $T = 1.5$  meses. Justo en el momento en que el inventario disponible llega a cero, se reabastece hasta 250. En este punto  $X_t$  no cambia, porque  $/$ ,  $+ O_t$  sigue igual. Además, justo antes del punto 3 se tienen dos órdenes pendientes en  $O_t$ , pero después del punto 3 sólo hay una orden pendiente. (¿Por qué?)

Para el EPQ, el argumento es similar. Se hace

$$R = Dr$$

donde  $T$  es el tiempo de entrega requerido para preparar la nueva corrida de producción). Cuando la posición del inventario es menor o igual que  $R$ , se inicia una nueva orden de producción. No obstante, debido a la tasa de reabastecimiento finita,  $X$ , se comporta diferente, como se muestra en la figura 6-16.

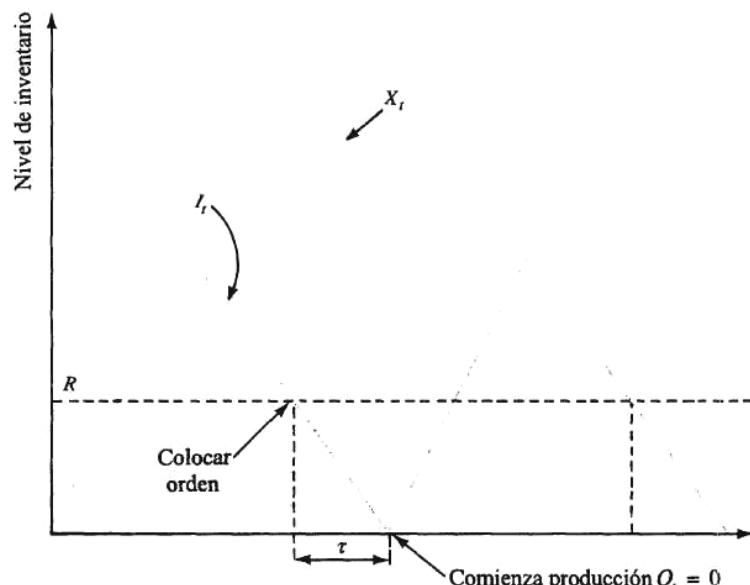
Tanto para el EOQ como para el EPQ con un tamaño de faltantes máximo de  $b$ , la decisión de tiempo es la misma. El punto de reorden se convierte en

$$R = Dr - b$$

Ambos casos suponen que todo se conoce con certidumbre. En realidad, ambas demandas y tiempos de entrega pueden variar. Si llega una orden después de lo esperado o la demanda durante el tiempo de entrega es mayor que la esperada, pueden tenerse faltantes. Para evadir esto, se puede mantener un inventario de seguridad.

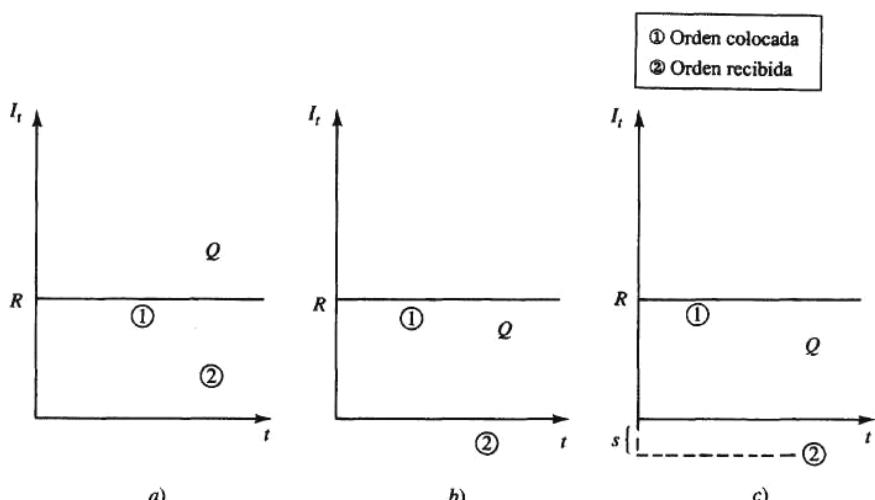
Se vio (sección 1.1) el papel del inventario de seguridad como protección contra la incertidumbre en la demanda y el tiempo de entrega. Se explorará más este tema.

Se definió el inventario como un "amortiguador" entre dos procesos —abastecimiento y demanda—. Como tal, el inventario es una función de servicio. El concepto más sencillo de servicio es que siempre que un cliente necesite un artículo del inventario, esté ahí. En este caso el servicio es perfecto y el objetivo se cumple. El inventario de seguridad es inventarié adicio-



**FIGURA 6-16**

EPQ: /,,  $X_t$ ,



**FIGURA 6-17**  
Configuraciones de inventarios

nal para asegurar que se cumple el objetivo de servicio. Sin embargo, más inventario significa más costo de mantenerlo y menos oportunidad de que un cliente se enfrente a un faltante. Todo se reduce a un *trueque*, el de cuánto servicio proporcionar comparado con el costo. Más adelante se desarrollarán herramientas para ayudar al administrador a tomar esta decisión de trueque. La "prueba de servicio" para un inventario no se hace cuando el inventario está en su máximo nivel, sino cerca de la llegada del lote ordenado. Recuerde que existe incertidumbre tanto en la demanda como en el tiempo de entrega. Así, se considerarán los valores esperados. Sea

$$D_x = \text{valor esperado de la demanda en el tiempo de entrega}$$

Se verá el caso de tasa de reabastecimiento infinita (EOQ). En el modelo determinístico, el punto de reorden  $R$  es igual a la demanda del tiempo de entrega  $D_x$ . De manera similar, para el modelo estocástico se establece  $R = D_x$ . La figura 6-17 muestra los casos posibles.

Los tres casos tienen el mismo punto de reorden. Debido a la naturaleza estocástica del ambiente, la *emisión* de la orden ocurre en el mismo nivel del inventario, pero su tiempo de llegada varía. La orden llega cuando todavía hay inventario disponible en el caso a). En el caso b), la orden llega justo cuando se agota el inventario. Por último, en el caso c), se tienen faltantes y por un tiempo el inventario no cumple su misión; mantener un inventario más alto previene los faltantes en el caso c). Para tener más inventario disponible, se establece el punto de reorden en

$$R = D_x + s$$

donde  $s$  es el inventario de seguridad. La diferencia entre el modelo determinístico del EOQ y el modelo estocástico estriba en el cálculo del punto de reorden, que incluye el inventario de seguridad.

$D_x$  es una variable incontroable, de manera que básicamente una decisión sobre  $R$ , la decisión de tiempo, es una decisión sobre el nivel del inventario de seguridad  $s$ . El valor de  $s$  determina el trueque entre el servicio y la inversión. Existen dos enfoques para encontrar el valor de  $s$ : uno de optimización que usa un costo por faltantes  $n$ , y otro administrativo, en el que se establece la política del nivel de servicio. Antes de investigar estos aspectos, se examina el método para evaluar  $D_x$ .

Demandas en el tiempo de entrega. Recuerde que tanto la demanda durante el tiempo de entrega como el tiempo de entrega mismo son no determinísticos. Para simplificar los desarrollos, inicialmente se supone que el tiempo de entrega es determinístico. Esto da una buena aproximación al valor esperado en el caso estocástico. La demanda es una variable aleatoria, por lo general, dada para cierto periodo —semana, mes o año—. Es común que el valor de la demanda se obtenga mediante un método de pronósticos (capítulo 4). Se supone que la demanda es una variable aleatoria continua con función de densidad de probabilidad  $f(D)$  y función de distribución acumulada  $F(D)$ . Sea

$\bar{D}$  = valor esperado (o media) de la distribución de la demanda en un periodo

$\sigma$  = desviación estándar de la distribución de la demanda

$r$  = tiempo de entrega, igual que en el caso determinístico

El periodo para el que se da la demanda puede ser distinto del tiempo de entrega. Por ejemplo, la demanda puede estar dada para una semana, mientras que el tiempo de entrega es cuatro semanas. Entonces se ajusta la demanda pronosticada a la longitud del tiempo de entrega. Se supone que las demandas para cada periodo son variables aleatorias independientes. Por lo tanto, la distribución de la demanda en el tiempo de entrega tiene los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} \text{Valor esperado (media)} &= \bar{D}_r \\ \sigma_r^2 &= \sigma^2 r \end{aligned}$$

donde  $a^2$  es la variancia de la demanda en el tiempo de entrega,  $a^2$  es la variancia de  $Z$ ) y  $x$  está dado en las mismas unidades de tiempo que  $D$  (días, semanas, etc.). Se obtiene

$$\sigma_r = \sigma \sqrt{r} \quad | \text{desviación estándar de la demanda en el tiempo de entrega}$$

$$D_r = \bar{D}r$$

Ejemplo 6-19. Demanda en el tiempo de entrega. La demanda anual de azúcar de un fabricante local de refrescos tiene distribución normal con  $D = 800$  tons y  $\sigma = 25$  tons. El tiempo de entrega del azúcar es 5 días hábiles. Se supone que hay 250 días hábiles en un año. *Solución.* La demanda en el tiempo de entrega también tiene distribución normal con

$$\bar{D}_r = \bar{D}\tau = (800)\left(\frac{5}{250}\right) = 16$$

$$\sigma_r^2 = \sigma^2\tau = (25)^2\left(\frac{5}{250}\right) = 12.5$$

En la realidad, no sólo la demanda puede variar, sino también el tiempo de entrega. Éste puede ser el caso en el que la fuente de abastecimiento no es confiable —por huelgas, pluma, etcétera—. Por lo tanto, se tienen que ajustar las ecuaciones para tomar en cuenta la variabilidad en el tiempo de entrega. El caso general es muy complejo, así que se harán dos suposiciones para simplificarlo: los tiempos de entrega sucesivos son variables aleatorias independientes (una suposición similar a la demanda variable) y las órdenes no se cruzan; las órdenes se reciben en la secuencia en que se emitieron. Este fenómeno puede ocurrir si los tiempos de entrega varían. Para un solo proveedor es poco probable que se crucen las órdenes.

Con estas dos suposiciones simultáneas, es sencillo incorporar al análisis la variabilidad del tiempo de entrega. Suponga que el tiempo de entrega tiene una distribución de probabilidad con media  $\mu_L$  y variancia  $\sigma_L^2$ . Se sabe también que la demanda en el tiempo de entrega es una variable aleatoria con media  $\bar{D}_r = \bar{D}r$  y variancia  $\sigma_r^2 = \sigma^2 r$ . Hadley y Whitin (1963, p. 153) demuestran que en este caso, considerando variabilidad en el tiempo de entrega, la media y la variancia de la demanda en el tiempo de entrega toman los siguientes valores:

$$\bar{D}_r = \bar{D}\mu_L$$

$$\sigma_r^2 = \mu_L\sigma^2 + \bar{D}^2\sigma_L^2$$

Vale la pena comentar que cuando en la práctica se ajusta una distribución a  $D_r$  y no se hace el ajuste a  $D$  y  $r$  por separado y después se convoluciona, entonces no importa si  $r$  es o no una variable aleatoria.

Ejemplo 6-20. Se considera de nuevo el fabricante de refrescos del ejemplo 6-19. Suponga que el tiempo de entrega ya no es constante, sino que varía con media 5 y desviación estándar 1.

**Solución.** Se observa que

$$\bar{D} = 800 \text{ unidades anuales} \quad \sigma = 25 \quad \mu_L = \frac{5}{250} \quad \sigma_L = \frac{1}{250}$$

La demanda durante el tiempo de entrega tiene las siguientes media y variancia:

$$\bar{D}_r = \bar{D}\mu_L = 800\left(\frac{5}{250}\right) = 16$$

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{5}{250}\right)(25)^2 + (800)^2\left(\frac{1}{250}\right)^2 = 22.74$$

Observe que debido a la variabilidad en el tiempo de entrega, la variancia de la demanda en ese tiempo tuvo un aumento sustancial.

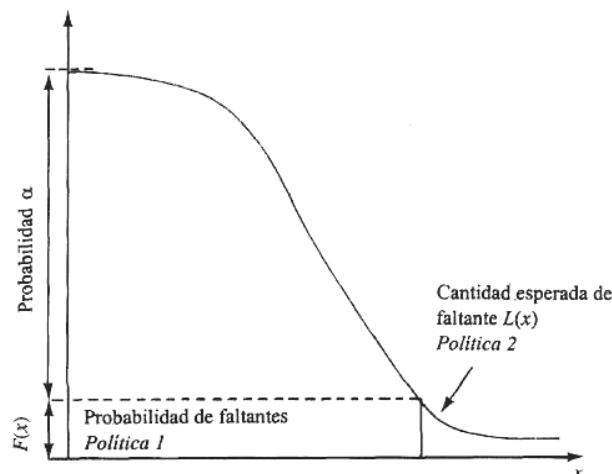


FIGURA 6-18  
Probabilidad acumulada de la demanda

Existen dos políticas de nivel de servicio primordiales, ambas relacionadas con las probabilidades de faltantes. La figura 6-18 ayudará a definirlas. Se muestra  $F(x)$  como la distribución *acumulada* de una variable aleatoria  $x$ . La función de densidad de probabilidad de  $x$  es  $/(*)$ . Para cualquier valor dado de  $x$ , la altura de la curva  $F(x)$  es la probabilidad de que la siguiente observación exceda a  $x$ , es decir, caiga en el intervalo  $[x, \infty]$ . Las dos políticas que se muestran en la gráfica son las siguientes:

**Política 1:** Esta política especifica la probabilidad de no quedarse sin inventario durante el tiempo de entrega, esto es, en ningún ciclo del inventario. Con frecuencia se llama "nivel de servicio de ciclo". En la figura 6-18 esta probabilidad es igual a  $1 - F(x)$ , que se denotará por  $\alpha$ . Otra manera de ver esta política es a través de la función de densidad de la demanda del tiempo de entrega  $D_r$ . Ésta se muestra en la figura 6-19, suponiendo que esta distribución es normal con media  $\bar{D}_r$ . Esta figura ilustra la influencia de  $s$  sobre  $R$  y la probabilidad de faltantes, a también puede verse como la proporción de ciclos en los que no ocurren faltantes. Esta política es muy útil cuando el impacto de un faltante no depende del número de unidades que faltan.

Ejemplo 6-21. Política 1. De nuevo, considere al fabricante de refrescos del ejemplo 6-19. Suponga que guardan 5 tons como inventario de seguridad. ¿Cuál es el nivel de servicio obtenida?

**Solución.** Recuerde que

$$R = \bar{D}_r + s = \bar{D}_r + s = 16 + 5 = 21$$

y

$$F(R) = \alpha$$

para encontrar  $F(R)$  se evalúa la desviación estándar normal  $z$ :

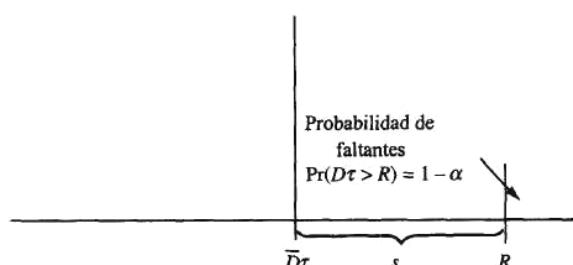
$$z = \frac{x - \mu}{\sigma} = \frac{R - \bar{D}_r}{\sigma_r} = \frac{21 - 16}{3.54} = 1.41$$

De la tabla A-1,

$$F(z \leq 1.41) \approx 0.92$$

o sea, el nivel de servicio es cercano al 92%. En otras palabras, la probabilidad de un faltante para cada ciclo de órdenes es 8%, o el 8% de los ciclos al año tendrán uno o más faltantes.

**Política 2:** En esta política se establece la porción preferida de la demanda anual (en unidades, órdenes de clientes o dólares) que se surte de manera instantánea del inventario. Con frecuencia se conoce como "tasa de surtido" y se denota por  $p$ . Esta medida determina la canti-



Política 1

dad de faltante esperada durante cada tiempo de entrega. La cantidad de faltante esperada está dada por el área sombreada de la figura 6-18, con un valor de  $(1 - \beta)\bar{D}$ . Esta área se evalúa tomando esperanzas parciales, denotadas por  $L(z)$ . Se usa la misma idea que en el problema del voceador. Formalmente, para cualquier valor  $z$  de  $x$ ,

$$L(z) = \int_z^{\infty} (x - z) \phi(x) dx$$

donde  $\phi(x)$  es la función de densidad de  $x$ .  $L(z)$  se puede tabular para distintas distribuciones. La tabla A-2 en el apéndice da valores de esperanzas parciales para la distribución normal estandarizada,  $\{N(0, 1)\}$ , como una función de la variable normalizada  $z$ . Como  $L(z)$  se evalúa para  $\sigma = 1$ , para obtener la cantidad esperada de faltante durante el tiempo de entrega, se tiene que multiplicar por  $\sigma_{\tau}$ , es decir,

$$\sigma_{\tau} L(z)$$

Recuerde que  $\sigma_{\tau}$  es la desviación estándar de la demanda del tiempo de entrega. Como la política 2 se relaciona con la demanda anual, el número esperado de unidades faltantes por año está dado por

$$\sigma_{\tau} L(z) \left( \frac{\bar{D}}{Q} \right)$$

donde  $Q$  es la cantidad a ordenar,  $D/Q$  es el número esperado de ciclos de inventario por año y  $\bar{D}$  es la demanda promedio anual. Usando la tasa de surtido (3, el número deseado de unidades faltantes por año es

$$(1 - \beta)\bar{D}$$

que se iguala con el valor anterior. Entonces, se obtiene

$$(1 - \beta)\bar{D} = \sigma_{\tau} L(z) \left( \frac{\bar{D}}{Q} \right)$$

$$L(z) = \frac{(1 - \beta)Q}{\sigma_{\tau}}$$

**Ejemplo 6-22. Política 2.** De regreso en el problema de los refrescos, se evalúa la tasa para un inventario de seguridad de 5 tons. Se supone que la cantidad a ordenar es 20 tons.

*Solución.* Los datos básicos disponibles son

$$D \sim N(800, 625)$$

$$\{N(\mu, \sigma^2)\}_{\tau} = 5/250 \text{ años}$$

$$D_{\tau} \sim N(16, 12.5)$$

$$Q = 20 \text{ tons}$$

$$s = 5 \text{ tons}$$

Para encontrar  $\beta$  se evalúa  $L(z)$ .

$$\sigma_{\tau} = \sqrt{12.5} = 3.54$$

$$z = \frac{R - \bar{D}\tau}{\sigma_\tau} = \frac{21 - \left(800 - \frac{5}{250}\right)}{3.54} = 1.41$$

De la tabla A-2 en el apéndice,

$$L(1.41) = 0.0359$$

de manera que

$$L(z) = 0.0359 = \frac{(1-\beta)Q}{\sigma_\tau}$$

o

$$\frac{(1-\beta)20}{3.54} = 0.0359$$

El manejo algebraico da

$$\beta = 1 - \frac{(0.0359)3.54}{20} = 99.4\%$$

Éste es un valor bastante distinto del obtenido para la política 1. Este resultado pone de manifiesto el hecho de que las dos políticas miden distintos tipos de servicio.

El número esperado de unidades faltantes por año es

$$\sigma_\tau L(z) \frac{\bar{D}}{Q} = 3.54(0.0359) \frac{800}{20} = 5 \text{ tons}$$

Aun con un inventario de seguridad de 5 tons, el faltante esperado es 5 tons de azúcar al año.

Ahora se calcula el inventario de seguridad  $s$  para cada política, basado en  $\alpha = \beta = 0.95$ .

*Política 1:* De la tabla A-1 en el apéndice,

$$F(z) = 0.95 \Rightarrow z = 1.65$$

$$y \quad z = \frac{R - \bar{D}\tau}{\sigma_\tau} = \frac{\bar{D}\tau + s - \bar{D}\tau}{\sigma_\tau} = \frac{s}{\sigma_\tau}$$

Entonces

$$s = z\sigma_\tau = (1.65)(3.54) = 5.84 \approx 6$$

*Política 2:* Recuerde que

$$L(z) = \frac{(1-\beta)Q}{\sigma_\tau} = \frac{0.05 \times 20}{3.54} = 0.282$$

y de la tabla de  $L(z)$ ,

$$L(0.26) = 0.282, \quad \text{de manera que } z = 0.26$$

Esto implica que

$$s = z\sigma_\tau = (0.26)(3.54) = 0.92 \approx 1$$

Observe que  $s$  es mucho menor que la  $s$  determinada para la política 1.

Se hace hincapié en que las dos políticas son completamente diferentes; la política 1 da la proporción de ciclos anuales en los que no ocurren faltantes, sin importar la magnitud del fal-

tante, y la política 2 da la proporción de la demanda anual satisfecha con el inventario, sin relacionarla con el número de ciclos con faltantes. En la industria, la tasa de surtido es más común que la política 1.

### **3.2.3 Modelo (Q, R)**

Ahora se considerará el modelo estocástico esencial para el sistema de revisión continua. Se presenta un enfoque administrativo, en el cual se establece una política de servicio, y un enfoque de optimización, que es la versión estocástica del EOQ determinístico. Recuerde que en el caso de revisión continua (sección 1.5)  $i^*$  es una variable de decisión, al contrario del caso determinístico, en el que  $R$  se obtuvo a partir de la demanda en el tiempo de entrega. Las dos variables de decisión  $Q$  y  $R$ , definen la política para este modelo.

Enfoque administrativo: decisión de cantidad. Se evalúa la cantidad a ordenar usando el modelo EOQ, sustituyendo el valor esperado de la demanda aleatoria por la de la demanda conocida:

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}}$$

Este valor no es el valor de  $Q$  que se usa en el enfoque de optimización.

Enfoque administrativo: decisión de punto de reorden. El punto de reorden está dado por

$$R = \bar{D}\tau + s$$

de forma que el inventario de seguridad determina a  $R$ . El inventario de seguridad maneja la variabilidad de la demanda durante el tiempo de entrega, que se mide por  $\sigma_r$ . Por lo tanto, el inventario de seguridad se mide en "unidades de desviación estándar" y es

$$K\sigma_r$$

donde  $K$  es el factor de seguridad elegido para proporcionar el nivel de servicio deseado.

Si la demanda en el tiempo de entrega tiene distribución normal, se puede conocer mejor el valor de  $K$ . Considere la figura 6-19. Por la naturaleza de la distribución normal,

$$s = z \sigma_r$$

donde  $z$  es una variable normal estándar, y mide el número de desviaciones estándar a partir de la media. Observe que en este caso  $K = z$ . Para el resto de este análisis, se supondrá una distribución normal para la demanda en el tiempo de entrega; así,

$$R = \bar{D}_r + z\sigma_r = \bar{D}\tau + z\sigma_r$$

Esta estructura general para evaluaré es la misma para ambas políticas 1 y 2 de nivel de servicio. La diferencia está en el *valor asignado a z*.

*Punto de reorden: política 1.* El nivel de servicio requerido es  $a$ . El procedimiento es

1. En la tabla A-1, se encuentra el valor de  $z$  que corresponde a

$$F(z) = a$$

2. Se evalúa  $R$  usando el valor obtenido de  $z$ .

**Ejemplo 6-23. Punto de reorden: política 1.** Se trabajará de nuevo en el ejemplo 6-21; pero se invierte el orden. Se desea encontrar  $R$  y  $s$  para un nivel de servicio especificado de  $\alpha = 0.95$ .

**Solución.** Recuerde que

$$D \sim TV(800, 625)$$

y

$$D_x \sim N(16, 125)$$

*Paso 1:*

$$F(z) = 0.95$$

y de la tabla de la distribución normal (tabla A-1) se encuentra

$$z = -1.65$$

*Paso 2:*

$$R = D_x + ZCT_T = 16 + 1.65 \times 3.54 = 21.84$$

El inventario de seguridad más grande,  $5 = 5.84$  tons, proporciona un mejor nivel de servicio que  $s = 5$  tons en el nivel de servicio de 92%.

*Punto de reorden: política 2.* El nivel de servicio requerido es  $\beta$  (tasa de surtido). El procedimiento es

1. Se evalúa

$$L(z) = \frac{(1-\beta)Q}{\sigma_t}$$

2. En la tabla A-2 se usa  $L(z)$  para obtener  $z$ .
3. Se evalúa  $R$  usando el valor de  $z$ .

**Ejemplo 6-24. Punto de reorden: política 2.** De nuevo se trabaja con el ejemplo 6-22J calculando los valores de  $Q$  y  $s$  en lugar de asignarles valores arbitrarios.

**Solución.** Otra vez se observa que

$$D \sim N(800, 625)$$

$$D_t \sim N(16, 125)$$

Suponga que se requiere una tasa de surtido de  $\beta = 95\%$  y que

$$A = \$50$$

$$c = \$4000 \text{ por ton}$$

$$i = 20\%$$

$$h = 800$$

Entonces

$$Q = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{2 \times 50 \times 800}{800}} = 10 \text{ tons}$$

*Paso 1:*

$$L(z) = \frac{(1-\beta)Q}{\sigma_t} = \frac{(1-0.95)10}{3.54} = 0.14$$

*Paso 2: De la tabla A-2 en el apéndice,*

$$z = 0.71$$

*Paso 3:*

$$R = \bar{D}_t + z\sigma_t = 16 + 0.71 \times 3.54 = 18.51$$

Entonces  $s = 2.51$  tons,  $Q = 10$  tons y  $\beta = 95\%$  comparado con los valores arbitrarios de  $s = 5$  y  $= 21$ , lo que da  $\beta = 99.4\%$ .

Un faltante puede ocurrir sin importar qué nivel de servicio se elija. Si es así, se paga una sanción por faltantes implícita en el nivel de servicio elegido. Para evaluar el costo por faltantes implícito se analiza el modelo ( $Q, R$ ) usando el enfoque de análisis marginal usado para el problema del vendedor. En un ciclo de inventario, es económico mantener una unidad adicional en el inventario de seguridad, siempre y cuando su costo de mantenerla no sea mayor que el costo esperado por faltantes para un faltante de una unidad. Si se examina la figura 6-19, la probabilidad general de un faltante es  $F(z)$ , donde  $[1 - F(z)] = \pi$  es un valor seleccionado específico. Utilizando una notación familiar, sea  $h$  el costo anual de mantener una unidad,  $n$  el costo por unidad que falta y  $D/Q$  el número de ciclos de inventario por año. Entonces, *por ciclo*, el balanceo de los costos de mantener y por faltantes da

$$\frac{h}{\left(\frac{D}{Q}\right)} = [1 - F(z)]\pi$$

o, después de manipulación algebraica,

$$\pi = \frac{hQ}{[1 - F(z)]\bar{D}}$$

El costo implícito por faltante es una manera útil de que la administración juzgue si una elección de un nivel de servicio en particular es apropiada. La ecuación pará: se cumple para ambas políticas de nivel de servicio. De nuevo, la diferencia está en la evaluación del valor adecuado de  $z$ . En el siguiente ejemplo se muestra lo anterior.

Ejemplo 6-25. Costo implícito por faltantes. Se calcula el costo implícito por faltantes para el fabricante de refrescos de los ejemplos anteriores.

*Solución.* Recuerde:

$$\begin{aligned} A &= \$50 \\ i &= 20\% \\ c &= \$4000 \\ h &= 800 \\ D &= N(800, 625) \\ Q &= 10 \\ D_t &= N(16, 12.5) \end{aligned}$$

*Política 1:*

$$\alpha = 95\% \quad y \quad F(z) = 0.95$$

$$\pi = \frac{hQ}{[1 - F(z)]\bar{D}} = \frac{800 \times 10}{[1 - 0.95]800} = \$20 \text{ por ton que falta}$$

*Política 2:*

$$\beta = 95\% \quad \text{y} \quad L(z) = 0.14$$

De la tabla A-2 en el apéndice,

$$z = 0.71$$

De la tabla de la distribución normal (tabla A-1), para  $z = 0.71$ ,

$$F(z) = 0.7611$$

$$\pi = \frac{hQ}{[1 - F(z)]\bar{D}} = \frac{800 \times 10}{(1 - 0.7611)800} = \$41.85 \text{ por ton que falta}$$

¿Por qué  $\pi$  es distinta para las políticas 1 y 2?

Curva de intercambio de nivel de servicio. Una curva de intercambio, por su naturaleza, muestra un *trueque* entre dos entidades de interés. En este caso, concierne el trueque ejitre la inversión en un inventario de seguridad y el faltante. Se estudiará este enfoque para un solo artículo; pero se puede extender a artículos múltiples.

Considere la política 2 —tasa de surtido—. Para cada valor de  $(z)$  se pueden calcular dos medidas. Éstas son

El número esperado de unidades faltantes por año es igual a

$$(1 - \beta)\bar{D}$$

- La inversión en inventario de seguridad es

$$Cz\sigma_r$$

Cada valor de  $\beta$  genera un valor diferente de  $z$ . La curva de intercambio obtenido se muestra en la figura 6-20. Conforme la tasa de surtido aumenta, la inversión en inventario de seguridad aumenta y el número de unidades faltantes disminuye. Ésta es una buena manera de evaluar las implicaciones de un nivel de servicio establecido. Se puede generar una curva de intercambio similar para la política 1.

Ejemplo 6-26. Curva de intercambio de nivel de servicio. Se desarrolla una curva de intercambio para la política 2 para el fabricante de refrescos.

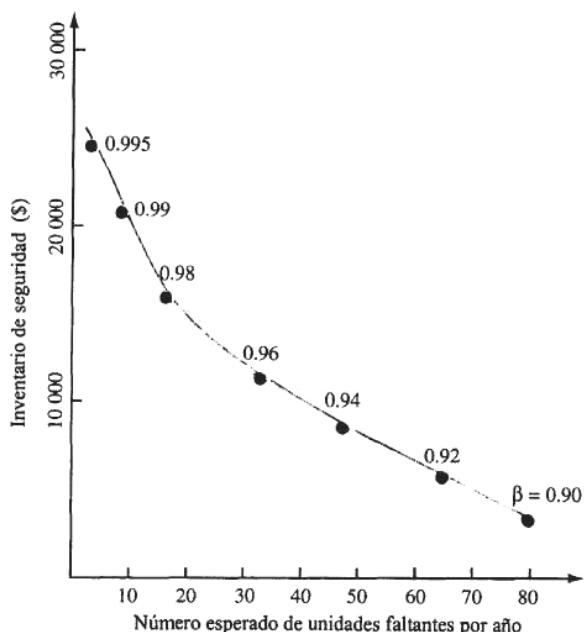
*Solución.* Recuerde que

$$D_x \sim N(16, 12.5)$$

$$D \sim N(800, 625)$$

$$c = \$4000 \text{ por ton}$$

$$Q = 10 \text{ tons}$$



**FIGURA 6-20**  
Curva de intercambio  
para la política 2

$$L(z) = \frac{(1-\beta)Q}{\sigma_t} = \frac{(1-\beta)10}{3.54} = 2.824(1-\beta)$$

La tabla 6-13 contiene los datos para generar la curva de intercambio dada en la figura 6-20. Ahora se desarrolla una curva de intercambio para la política 1; recuerde que el número de ciclos con faltantes es

$$(1-\alpha)\frac{\bar{D}}{Q} = (1-\alpha)\frac{800}{10} = 80(1-\alpha)$$

Los datos para la curva de intercambio están dados en la tabla 6-14; la gráfica de estos datos se muestra en la figura 6-21. De nuevo observe que el inventario de seguridad para la política 1 normalmente es más alto que el de la política 2.

**TABLA 6-13**  
Datos de intercambio  
para la política 2

(3 tasa de surtido	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99	0.995
(1 - P)Z, número de unidades faltantes	80	64	48	32	16	8	4
L(z), esperanza parcial	0.282	0.225	0.169	0.113	0.056	0.028	0.014
z, variable normalizada	0.26	0.41	0.60	0.83	1.20	1.51	1.80
cza <sub>x</sub> , costo del inventario de seguridad (\$)	3682	5806	8496	11 753	16 992	21 382	25 488

TABLA 6-14  
Datos de intercambio para la política 1

$\alpha$ , tasa de surtido	0.90	0.92	0.94	0.96	0.98	0.99	0.995
$z$ , variable normalizada	1.29	1.41	1.56	1.76	2.06	2.33	2.57
$D(I - \alpha)/Q$ , número de ciclos con faltantes	8	6.4	4.8	3.2	1.6	0.8	0.4
$c z \sigma_t$ , inventario de seguridad (\$)	18 266	19 966	22 090	24 921	29 169	32 993	36 391

El enfoque de optimización. El enfoque de optimización encuentra un valor óptimo para las dos variables de decisión ( $I^*$ ,  $Q^*$ ) que minimiza el costo total anual esperado. El valor  $I^*$  se usa debido a la naturaleza aleatoria de la demanda. Como antes, las componentes de costo son costo de compra, costo de ordenar, costo de mantener inventario y costo por faltantes. Primero se desarrollan estos costos por ciclo de inventario y después se transforman a costo anual. La geometría del inventario se muestra en la figura 6-22. Los valores de las componentes de costo por ciclo son

El costo de compra es igual a  $cQ$ , donde  $c$  es el costo unitario.

El costo de ordenar es igual a  $A$ .

El costo del inventario promedio es igual a  $hl$ , donde  $h$  es el costo de mantener el inventario por unidad por unidad de tiempo.

En promedio, el nivel del inventario fluctúa entre  $s + Q$  y  $s$ , por lo cual una aproximación al inventario promedio es

$$\bar{I} = \frac{1}{2}(s + Q + s) = \frac{Q}{2} + s$$

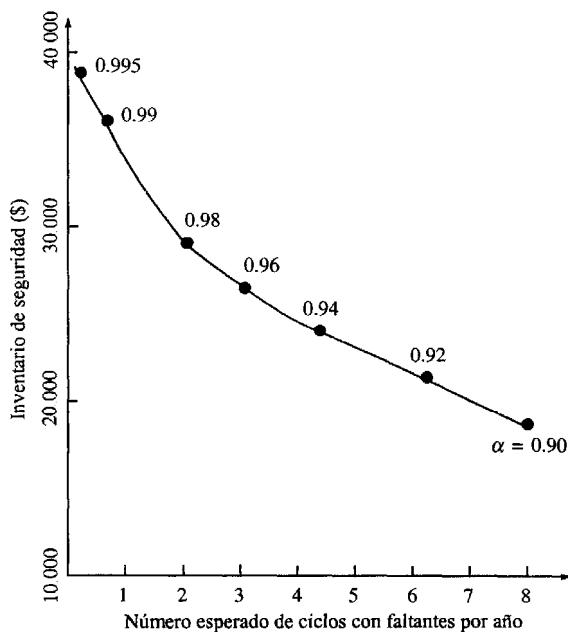


FIGURA 6-21  
Curva de intercambio para la política 1

$$= \frac{Q}{2} + (R - \bar{D}\tau)$$

La longitud de ciclo esperada es

$$T = \frac{Q}{\bar{D}}$$

y el costo esperado de mantener el inventario por ciclo es

$$h \frac{Q}{\bar{D}} \left( \frac{Q}{2} + R - \bar{D}\tau \right)$$

El costo por faltantes es una función del número esperado de faltantes. Los faltantes ocurren siempre que la demanda durante el tiempo de entrega excede el valor de  $R$ . Por lo tanto, el número esperado de unidades que faltan está dado por la esperanza parcial.

283

$$\bar{b}(R) = \int_R^\infty (D - R) f(D) dD$$

$b(R)$  es la distribución de los faltantes como una función de  $R$ ,  $\bar{b}(R)$  es el valor esperado y  $D$ ,  $f(D)$  se definieron antes. Si  $D$  tiene distribución normal, entonces

$$\bar{b}(R) = \sigma_z L(z)$$

El costo por faltantes por ciclo es

$$\pi \bar{b}(R)$$

donde  $\pi$  es la sanción por unidad que falta.

El costo esperado por ciclo está dado por

$$A + cQ + h \frac{Q}{\bar{D}} \left( \frac{Q}{2} + R - \bar{D}\tau \right) + \pi \bar{b}(R)$$

El número esperado de ciclos por año es  $D/Q$ , y multiplicando el costo del ciclo por este valor se obtiene el costo anual esperado  $K(Q, R)$ .

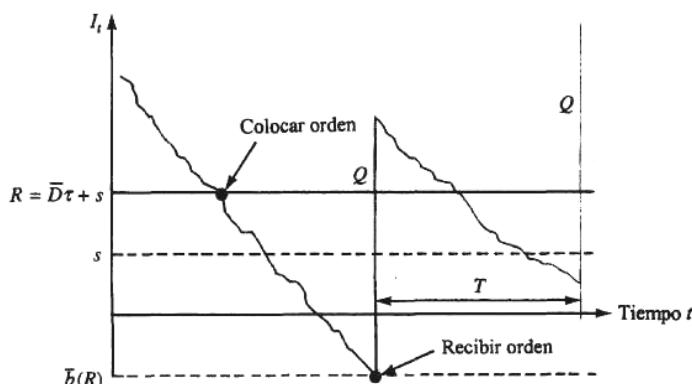


FIGURA 6-22  
Geometría del modelo  
( $Q, R$ )

$$K(Q, R) = \frac{A\bar{D}}{Q} + c\bar{D} + h\left(\frac{Q}{2} + R - \bar{D}\tau\right) + \frac{\pi\bar{D}\bar{b}(R)}{Q}$$

Para obtener el mínimo, se establece

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = \frac{\partial K}{\partial R} = 0$$

Ahora

$$\frac{\partial K}{\partial R} = h + \frac{\pi\bar{D}}{Q} \left( \frac{\partial \bar{b}(R)}{\partial R} \right)$$

Primero se encuentra la derivada parcial del término de órdenes atrasadas.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{b}(R)}{\partial R} &= \frac{\partial}{\partial R} \int_R^\infty (D - R) f(D) dD \\ &= - \int_R^\infty D f(D) dD \\ &= -[1 - F(R)] \end{aligned}$$

Éste es el resultado de la regla de Leibnitz para derivar integrales.

Ahora, al sustituir este resultado en la derivada parcial respecto a  $R$ , se obtiene

$$\frac{\partial K}{\partial R} = h + \frac{\pi\bar{D}}{Q} \{-[1 - F(R)]\} = 0$$

Arreglando los términos se tiene

$$1 - F(R^*) = \frac{hQ}{\pi\bar{D}}$$

Ahora se toma la derivada respecto a  $Q$  y se iguala a cero:

$$\frac{\partial K}{\partial Q} = -\frac{A\bar{D}}{Q^2} + \frac{h}{2} - \frac{\pi\bar{D}\bar{b}(R)}{Q^2} = 0$$

Despejando  $Q$  se obtiene

$$Q^* = \sqrt{\frac{2\bar{D}[A + \pi\bar{b}(R)]}{h}}$$

Para encontrar  $R^*$  se necesita  $Q^*$  y para encontrar  $Q^*$  se necesita  $R^*$ . Por fortuna, se puede usar un procedimiento iterativo para encontrarlos. Este procedimiento es

0. Se hace  $j = 0$ .
1. Se supone que  $b(R) = 0$ . Se despejan  $Q^*$  y  $R_j$  de esta ecuación.
2. Se utiliza  $Q_j$  para encontrar  $R_j$ .
3. Se evalúa  $b(R_j)$ .

4. Se usa  $\bar{b}(R_j)$  para encontrar un nuevo valor de  $Q$ , digamos  $Q_{j+1}$ .
5.  $Q_{j+1}$  se usa para encontrar  $R_{j+1}$ .
6. Si  $Q_{j+1}$  se parece a  $Q_j$  o  $R_{j+1}$  se parece a  $R_j$ , el procedimiento se detiene. De otra manera, se hace  $j = j + 1$  y se regresa al paso 3.

Por lo general, hay que realizar dos o tres iteraciones para obtener la solución óptima.

Ejemplo 6-27. Modelo  $(Q,R)$ : enfoque de optimización. Super-P es una compañía procesadora de cacahuates. La experiencia indica que la demanda anual tiene distribución normal con  $D = 25\,000$  tons y la desviación estándar de 36 tons. Para ordenar los cacahuates, la compañía gasta \$50 para procesar la orden. Cada tonelada de cacahuates cuesta \$1000 y la tasa de interés anual para evaluar el costo del inventario es 25%. La sanción por un faltante se estima en \$4 por ton. El tiempo para colocar una orden es aproximadamente una semana. Calcule la cantidad económica a ordenar y el punto de reorden usando el enfoque de optimización.

### **Solución.**

$$A = \$50 \quad i = 25\%$$

anual

$$c = \$1000 \text{ por ton} \rightarrow h = \$250 \text{ por ton por año } D$$

$$\sim N(25\,000, 1296) \quad TI = \$4 \text{ por ton } x = 1 \text{ semana}$$

$$= 1/52 \text{ años}$$

Es sencillo calcular los parámetros de la distribución del tiempo de entrega:

$$\bar{D}_t = 25\,000/52 \approx 481$$

$$\sigma_t^2 = 1296/52 \approx 25$$

entonces

$$D_t \sim N(481, 25.00)$$

Se sigue el procedimiento establecido:

*Paso 0:* Se hace  $j = 0$ .

*Paso 1:* Se supone que  $\bar{b}(R) = 0$  y se calcula la cantidad a ordenar inicial:

$$Q_0 = \sqrt{\frac{2AD}{h}} = \sqrt{\frac{(2)(50)(25\,000)}{(250)}} = 100$$

*Paso 2:* Se encuentra la  $R_0$  correspondiente usando la distribución normal estándar para encontrar  $F(z)$  y  $R_0 = \bar{D}_t + z\sigma_t$ .

$$1 - F(z) = \frac{hQ}{\pi D} = \frac{(250)(100)}{(4)(25\,000)} = 0.25$$

Entonces  $F(z) = 0.75$ . De la tabla A-1 en el apéndice, se obtiene  $z = 0.67$  y

$$R_0 = 481 + (0.67)(5) = 484.4 \approx 484$$

*Paso 3:* Se calcula el nivel máximo de órdenes atrasadas, de la tabla,  $L(0.67) = 0.1503$ .

$$\bar{b}(R_0) = \sigma_t L(z) = (5)(0.1503) = 0.75$$

*Paso 4:* Se calcula la nueva cantidad a ordenar:

$$Q_1 = \sqrt{\frac{2\bar{D}(A + \pi b(R_0))}{h}} = \sqrt{\frac{(2)(25\,000)(50 + (40)(0.75))}{250}} \approx 126$$

*Paso 5:* Se usa  $Q_1$  para encontrar  $R_1$ :

$$1 - F(z) = \frac{(250)(126)}{(4)(25\,000)} = 0.315$$

Se tiene que  $F(z) = 0.685$ ,  $z = 0.48$  y  $L(z) = 0.204$ . Entonces

$$R_1 = 481 + (0.48)(5) \approx 484$$

*Paso 6:*  $Q_1 = 126 \neq Q_0 = 100$ ; pero  $R_1 = 484 = R_0 = 484$ . El procedimiento se detiene con  $Q^* = 126$  y  $R^* = 484$ .

#### 3.2.4 Otros modelos

Se concluye el tema de sistemas de revisión continua con dos variantes de los modelos anteriores: sistema de inventario base y sistema de dos contenedores. La implantación de ambos es sencilla y se usa ampliamente en la industria.

Sistema de inventario base. Un sistema de inventario base es un caso especial de unj modelo ( $Q, R$ ). En la forma más sencilla, al hacer cualquier retiro del inventario, se emite una orden de reabastecimiento por la misma cantidad. Sólo se requiere una variable de decisión, el punto de reorden  $R$ , que es igual a la demanda esperada en el tiempo de entrega más el inventario: o de seguridad. La cantidad a ordenar se planea para que eleve el inventario a  $R$ , por lo que  $R$  es el inventario meta. Así, si  $R = 100$  y se sacan 15 unidades juntas del inventario, la cantidad a ordenar será 15, para elevarlo de nuevo a 100. La posición del inventario (disponible más ordenado) es siempre igual a  $i$ ? y se llama *nivel del inventario base*. El nivel del inventario base es la posición más baja del inventario necesaria para mantener un nivel de servicio dado. Los sistemas ele inventario base tienen los niveles más bajos de inventario, pero el número de órdenes es alta. Este sistema se usa cuando las órdenes son poco frecuentes y los artículos son costosos. En?re los ejemplos se cuentan motores de repuesto para aviones, equipo pesado y muebles. El sistema de inventario base se conoce también como el sistema "vende uno, compra uno".

•SiSiemrti de dos contenedores. Un sistema de dos contenedores es un caso especial del sistema de revisión continua. Su mayor ventaja consiste en que no es necesario mantener registros. Normalmente, el inventario se almacena en dos contenedores; los retiros del inventario se hacen del primer contenedor, que contiene  $Q$  — EOQ unidades. Una vez que está vacío, se emite una orden de EOQ unidades, y se usa el segundo contenedor como repuesto hasta que llega la orden. Así, el segundo contenedor tiene inventario suficiente para cubrir la demanda durante el tiempo de entrega más el inventario de seguridad, es decir, su contenido es igual  $R$ . Cuando llegan las nuevas órdenes, primero se llena el segundo contenedor para restablecerlo a su nivel original y el resto de la orden se coloca en el primer contenedor. El sistema de dos contenedores es muy adecuado para casos de artículos de bajo valor y de uso casi continuo, como tuercas, tornillos y artículos de consumo.

## **SECCIÓN 3.2 EJERCICIOS**

- 6.56.** Para cierta compañía, suponga que el punto de reorden es 200, el inventario disponible es 80 y el inventario en la tubería es 150. ¿Debe colocarse una orden si se usa la política de revisión continua? ¿Qué pasaría con un inventario de 100 en la tubería?

- 6.57.** Para el ejercicio 6.15, encuentre  $R$ , y dibuje la geometría del inventario para los siguientes valores de tiempos de entrega:

$$x = 1, 3, 6 \text{ meses}$$

- 6.58.** Para el ejercicio 6.21, suponga que Bike produce los manubrios y que se permiten faltantes. Encuentre  $R$  y dibuje la geometría del inventario, suponiendo  $T = 6$  semanas.

- 6.59.** Una parte del proceso de manufactura en la industria textil es corte y teñido. Ahí es donde se establecen las características técnicas y el color de la tela.

Una planta de corte y teñido usa un sistema de revisión continua ( $Q, R$ ) para administrar su inventario de colores para teñir. El costo de ordenar es \$200 y un galón de color púrpura cuesta \$5.00. El costo anual de mantener el inventario se estima en 20%. La demanda esperada anual es de 10 000 galones y la demanda en el tiempo de entrega tiene una distribución normal con  $\#(400, 900) (=N(n, a^2))$ .

- a) Encuentre el tiempo de entrega  $T$ .
- b) Encuentre el punto de reorden para un nivel de servicio en el ciclo de 90% y el inventario de seguridad correspondiente.
- c) Debido a la conveniencia de la entrega,  $Q$  se establece en 1000 galones. Encuentre  $R$  para el costo mínimo esperado si el costo por faltantes se estima en \$4.00 por galón.

- 6.60.** En el ejercicio 6.59, suponga que  $R = 400$  galones.

- a) Encuentre  $Q^*$ .
- b) ¿Cuál es el costo anual adicional por faltantes?
- c) Encuentre el porcentaje de tiempo que el inventario estará agotado.

- 6.61.** Un distribuidor vende abrelatas eléctricos. La demanda es 6000 unidades anuales y es aproximadamente constante todo el año. Estos abrelatas cuestan \$20 cada uno y la tasa anual de mantener inventario es 30%. Colocar una orden cuesta \$150. Todos los faltantes se surten atrasados con un costo de una sola vez de \$50 por unidad. Históricamente, la demanda durante el tiempo de entrega se distribuye uniformemente entre 100 y 200 unidades. Como el distribuidor usa un sistema de código de barras, piensa que sería mejor un modelo ( $Q, R$ ) para controlar el inventario y las órdenes de los aparatos.

- a) ¿Qué valor de  $Q$  y  $R$  recomendaría?
- b) Encuentre el costo total asociado.

- 6.62.** Super Sound vende equipos de sonido. La demanda histórica mensual de un reproductor de CD indica que tiene una distribución normal con media de 28 y desviación estándar de 8. Lleva alrededor de tres meses que llegue un pedido, una vez colocada una orden. La tienda paga \$60 por una unidad y cuesta \$150 colocar la orden. La tasa de costo de mantener el inventario es de 30%. Suponga que la cantidad que ordenan está basada en el EOQ estándar.

- a) Qué valores de ( $Q, R$ ) usarían si quisieran aplicar la política 1 con 90% del nivel de servicio?
- b) ¿Qué tasa de surtido logra esta política?

- 6.63.** Info Business Equipment (IBE) vende equipo de procesamiento de información. Un artículo, el HDO80 con disco duro de 800 MB, tiene una demanda mensual con distribución normal, cuyas media y desviación estándar son de 250 y 100, respectivamente. IBE compra la HDO80 en \$360 y

la vende en \$450. Colocar una orden tiene un costo de \$209 y pasa un mes desde que se recibe la orden hasta que la recibe. Como la HDO80 es muy popular y difícil de conseguir, los clientes que quieren una esperan lo que sea necesario para obtenerla. La tasa de costo de mantener inventario que usa IBE es 20%.

- a) Si el costo de papeleo de las órdenes atrasadas se estima en \$5 por unidad, ¿qué política de inventarios recomendaría?
  - b) El administrador está renuentes a especificar un costo para las órdenes atrasadas porque siente que también se pierde una parte sustancial de la buena voluntad de los clientes. Está dispuesta a establecer que debe satisfacerse de inmediato al 98% de los clientes. ¿Cuál es su recomendación ahora?
- 6.64.** Repita el ejercicio 6.63 para una demanda con distribución exponencial con media de 2J50 unidades por mes.
- 6.65.** En el ejercicio 6.63, encuentre el nivel de servicio que implican las políticas 1 y 2.
- 6.66.** Para el ejercicio 6.16, suponga

$x = 2$  semanas o 4 semanas para una corrida de producción

$T = 1$  semana o 3 semanas para Hardware Electronics

$T = 2$  semanas o 5 semanas para Metstamp

- a) Evalúe  $R$  para cada caso.
- b) Evalúe  $O$ , en  $R$  para cada caso.
- c) Dibuje la geometría del inventario para cada caso.

- 6.67.** Gregg es el gerente de comercialización para Aerocon Company, que fabrica una línea de equipos de aire acondicionado. Existen alrededor de 20 modelos diferentes; sin embargo, más de 170% de los subensambles son comunes a todos los modelos. Por lo tanto, la compañía opera en un sistema de fabricación por pedido (FPP); esto es, ensamblan la parte final del producto sólo si tienen un pedido. Para acelerar el ensamble final almacenan los subensambles conjunes.

Gregg es responsable del inventario de subensambles y ha decidido administrarlo usando un enfoque de revisión continua. La demanda semanal del subensamble de ventiladores tiene una distribución normal con  $N(500, 2500)$ .

Gregg sabe que su costo de ordenar es \$300. El costo de producción de este subensamble es \$40.00 y el tiempo de entrega de producción es dos semanas. El costo de mantener el inventario es 20% anual; los faltantes se surten tarde a un costo de \$2.00 por unidad.

- a) Encuentre el número promedio de subensambles de ventilador si el inventario administrarse bajo el enfoque administrativo.
  - b) Encuentre el nivel de servicio para las políticas 1 y 2.
- 6.68.** En el problema 6.67, suponga que Aerocon redujo su tiempo de ensamble y ahora la íntrega se puede hacer en una semana. Sin embargo, el costo de ordenar se incrementó a \$400. Calcule de nuevo a) y b) y compare los resultados.
- 6.69.** Aerocon, el fabricante de acondicionadores de aire, también tiene una línea de acondicionadores centrales. Tiene un inventario de repuestos para dar servicio a este producto. Uno de ellos es un subensamble para el compresor, que se compra a un proveedor externo. Tiene un tiempo de entrega de seis semanas. El costo de este subensamble es \$2000 y colocar la orden cuesta \$100. La demanda semanal es normal con  $N(50, 100)$ . El costo de mantener el inventario se estima en 20% anual. La administración estableció una política de nivel de servicio, en el cual la probabilidad de un faltante no debe ser mayor que 0.005. Se usa un enfoque de revisión continua.

Interprete la política de servicio de la administración y encuentre  $Q$  y  $R$ . ¿Cuál es el tamaño del inventario de seguridad y el costo implícito por faltantes?

- 6.70.** Para el ejercicio 6.596), dibuje la curva de intercambio para las políticas 1 y 2 con  $P = 0.90$ . Compare las dos políticas.
- 6.71.** Para el ejercicio 6.62, dibuje la curva de intercambio para las políticas 1 y 2. Compárelas.
- 6.72.** Para el ejercicio 6.63, dibuje la curva de intercambio para las políticas 1 y 2. Compárelas.
- 6.73.** En el ejercicio 6.59 de la planta de corte y teñido, suponga que el tiempo de entrega es el calculado en el inciso *a*) y que el costo por faltantes es \$4.00 por galón. Encuentre la cantidad económica a ordenar y el punto de reorden usando el enfoque de optimización.
- 6.74.** En el problema 6.67 de Aerocon Company, Gregg decidió usar un enfoque de optimización. Encuentre el lote económico y el punto de reorden y compare con los resultados anteriores. ¿Cuál es el nivel de servicio que se obtiene para las políticas 1 y 2, suponiendo que el inventario de seguridad es  $b$  ( $/?^*$ )?
- 6.75.** Evalúe en el problema 6.74  $Q^*, R^*$  si la demanda semanal tiene una distribución uniforme con  $300 < D < 700$ . Compare y analice los resultados.
- 6.76.** Para el caso de revisión continua, suponga que existe también un costo anual de mantener el inventario que es proporcional al máximo inventario disponible. Determine  $Q^*$  y  $R^*$  tanto para el enfoque de nivel de servicio como para el de optimización.
- 6.77.** Considere el sistema de revisión continua. Suponga que las órdenes pueden llegar en cajas y que cada caja contiene  $n$  unidades. Sólo es posible ordenar cajas completas. Encuentre  $Q^*$  y  $R^*$  para este caso. Trabaje un ejemplo.
- 6.78.** Teks es una instalación de manufactura textil con varias plantas. En una de ellas fabrican telas a partir de fibras de algodón. El proceso de manufactura es un proceso de hilado hecho en telares. Una de las componentes del telar se llama peine, ya que los hilos van dirigidos por sus "dientes" hacia el área de hilado. Teks tiene más de 50 telares. Cuando un peine se desgasta, debe reemplazarse. Teks mantiene un inventario de peines que administra con un enfoque de inventario base. La demanda mensual de los peines tiene una distribución normal con  $N(10, 9)$ . El tiempo de entrega es constante de seis semanas. El costo de un peine es \$3000 y un faltante crea un costo de \$7000 por ciclo de inventario, debido a que la producción tiene que parar. El costo anual de mantener el inventario se estima en 20% y el costo de ordenar es de \$200.
- Encuentre el punto de reorden para un nivel de servicio de 95% en el ciclo.
  - ¿Cuál es el número promedio de peines en inventario? Suponga que se ordena una vez a la semana.
  - ¿Cuál es el costo anual de la política? (Incluya los costos por faltantes.)
- 6.79.** Suponga que Teks decide usar una política de órdenes urgentes para los peines en caso de faltantes, para evitar parar la producción. El artículo llegará a la planta en unas horas y se evitará el faltante. Una orden urgente cuesta \$800 por orden.
- Encuentre el nivel de inventario deseado para este caso, y el costo anual.
  - ¿Recomendaría usar esta política?
- 6.80.** Para recapitular el concepto de inventario como una entidad de servicio, se da un resumen de varios parámetros que pueden medir el servicio.
- Número esperado de faltantes por ciclo  
 Número esperado de faltantes por año  
 Probabilidad de faltantes durante un ciclo  
 Fracción de tiempo que el sistema tiene el inventario agotado  
 Probabilidad de uno o más ciclos con faltantes durante un año  
 Fracción de la demanda que el inventario satisface de manera inmediata
- Escriba o desarrolle un término matemático para cada uno.
  - Para un tiempo de entrega constante, en el que la demanda es  $N(j, \sigma^2)$ , desarrolle una expresión para cada uno.

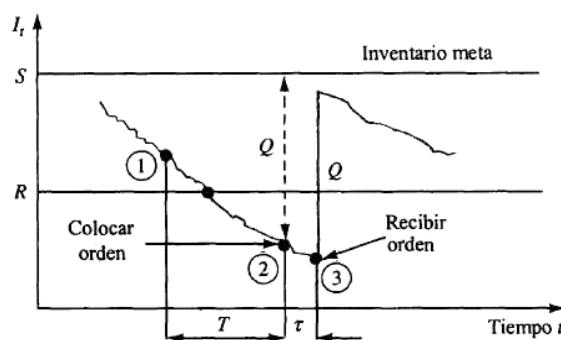
- 6.81.** En el ejercicio 6.80, suponga que la demanda del tiempo de entrega tiene una distribución Poisson con parámetro  $\lambda$ . Desarrolle una expresión para cada parámetro de servicio.
- 6.82.** Un taller de servicio regional para un fabricante de televisores mantiene un inventario de circuitos de TV. El tiempo de entrega de la compra es tres semanas, tiempo durante el cual la demanda tiene una distribución normal con  $N(300, 1600)$ . Un circuito cuesta \$90 y se vende en \$150. El costo anual de mantener el inventario se toma como 25%. Los faltantes se surten tarde a un costo fijo de \$6.00 por unidad. El taller usa el enfoque de inventario base para este artículo. Encuentre el punto de reorden y la política para ordenar. Desarrolle un modelo para el sistema de inventario base
- 6.83.** cuando el tiempo de entrega de la compra es constante, la demanda durante este tiempo tiene distribución normal con  $N(\mu, \sigma^2)$  y hay un costo por unidad que falta ( $\pi$ ) y un costo por unidad que falta por unidad de tiempo ( $\pi'$ ). Haga las suposiciones necesarias. El distribuidor de abrelatas del ejercicio 6.61 decide ahorrar parte del trabajo de un asistente y manejar su propio inventario usando el sistema de dos contenedores.
- Evalué los parámetros requeridos.
  - Explique cómo se comportará el sistema.
  - Compare el costo promedio anual con el obtenido. ¿Qué recomendaría al distribuidor?
- 6.85.** Suponga que el taller de servicio del ejercicio 6.82 usará el sistema de dos contenedores. Conteste las mismas preguntas que en el ejercicio 6.84,

### 3.3 Sistemas de revisión periódica

En la sección 1.5 se introdujo una política de revisión periódica. Aquí se abundará sobre la decisión de tiempo de esta política. El inventario se revisa cada  $T$  períodos. En cada revisión, si  $X_t > R$ , no se ordena, pero si  $X_t < R$ , se ordena hasta el nivel meta,  $S$ , donde  $X_t$  es la posición del inventario. El comportamiento de este sistema se muestra en la figura 6-23.

En el primer punto de revisión no pasa nada. Después del periodo de revisión,  $T$ , el inventario (suponiendo que no hay artículos ordenados) se encuentra abajo del punto de reorden (punto 2), y se coloca una orden por  $Q = \{5 - / \}$ . Esta orden llega  $\tau$  unidades más tarde (punto 3) debido al tiempo de entrega.

Un caso especial de la política de revisión periódica es cuando  $R = S$  y se coloca una orden en *cada* punto de revisión. La variable de decisión es el periodo de revisión  $T$ . Como en el enfoque tomado para los sistemas de revisión continua, primero se estudia un modelo determinístico y después el modelo estocástico.



**FIGURA 6-23**  
Sistema de revisión periódica

### 3.3.1 EOQ de nuevo

El modelo del EOQ también puede examinarse desde una perspectiva de revisión periódica. Recuerde que la suposición es que el tiempo de entrega es cero (sección 2.2.1). El EOQ se podría ver como un sistema de revisión periódica, en el que el valor óptimo del periodo de revisión es

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \sqrt{\frac{2A}{hD}}$$

El nivel de inventario meta es  $Q^*$ , de manera que el tamaño del lote ordenado es  $Q^*$ . Cuando el tiempo de entrega es  $x$ ,  $T^*$  permanece igual, pero el inventario meta es  $R + Q^*$  con tamaño de lote  $0^*$ .

**Ejemplo 6-28. Sistemas de revisión periódica.** Se hace referencia al pequeño taller de soldadura en el ejemplo 6-1.

**Solución.** Se tiene

$$\begin{aligned} D &= 1000 \text{ Ib/año } Q^* \\ &= \text{EOQ} = 1201 \text{ b} \end{aligned}$$

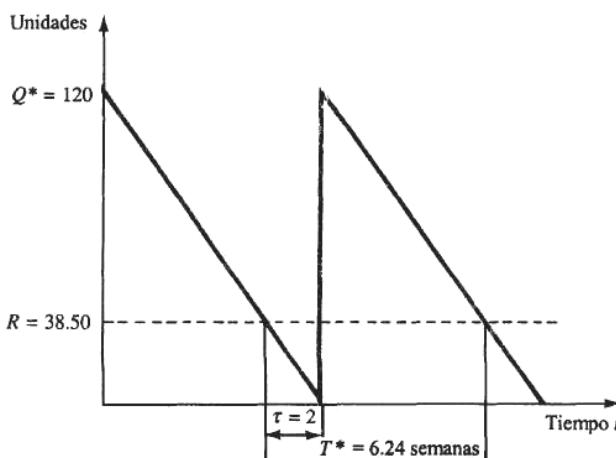
Entonces

$$T^* = \frac{Q^*}{D} = \frac{120}{1000} = 0.12 \text{ años} = 6.24 \text{ semanas}$$

Seat = 2 semanas el tiempo de entrega; la demanda por semana es  $1000/52 = 19.25$  Ib/semana. Esto da un punto de reorden de

$$R = Dx = 38.50 \text{ Ib La}$$

geometría del inventario se muestra en la figura 6-24.



**FIGURA 6-24**  
Geometría de revisión  
periódica

### 3.3.2 Modelos $(S, T)$

Considere un sistema de revisión periódica en el que el inventario meta es igual a  $S$ ; en cada revisión si  $X_t < S$ , se ordena hasta el nivel del inventario meta  $S$ . Éste es un caso especial *ep* el que  $R = S$ . Se tienen dos variables de decisión, el intervalo de revisión  $T$  y el inventario metk  $S$ . Al igual que en los sistemas de revisión continua, todavía se tiene un *trueque* entre el nivel de servicio y la inversión. De nuevo hay dos enfoques, uno de optimizacion, basado en un costo por faltantes  $T_i$ , y un enfoque administrativo, en el cual se fija el nivel de servicio. Se analizará el enfoque administrativo.

Se tienen las mismas suposiciones para los sistemas  $(Q, R)$ ; existe un reabastecimiento infinito, la demanda es una variable aleatoria  $D$  y el tiempo de entrega es constante e igual a  $\tau$ . La geometría del inventario se muestra en la figura 6-25.

Decisión del periodo de revisión. El periodo de revisión  $T$  se puede basar en la comjeniencia, es decir, una vez al mes, todos los viernes, etcétera, o según la fórmula EOQ, esto es,

$$T = \sqrt{\frac{2A}{hD}}$$

Decisión fiel inventan») meta. El mismo argumento dado para el sistema  $(Q, R)$  se cumple aquí; elegir  $S$  es equivalente a decidir el nivel del inventario de seguridad. La diferencia está en la longitud del periodo para el que se necesita el inventario de seguridad. En el sistema  $(Q, R)$  se requería el inventario de seguridad para cubrir sólo el tiempo de entrega  $x$ , ya que las órdenes se pueden colocar en cualquier momento. Para los sistemas  $(S, T)$ , una orden debe ser lo suficientemente grande para que dure hasta la siguiente revisión,  $T$  periodos después. Por lo tanto,  $S$  debe ser por lo menos igual a la demanda esperada durante  $(T + \tau)$ , que no incluye inventario de seguridad. Al considerar el inventario de seguridad y usar la misma notación que para el modelo  $(Q, R)$ , se obtiene

$$S = \bar{D}(T + \tau) + s$$

Para una demanda en el tiempo de entrega con distribución normal,

$$s = z\sigma_{T+\tau}$$

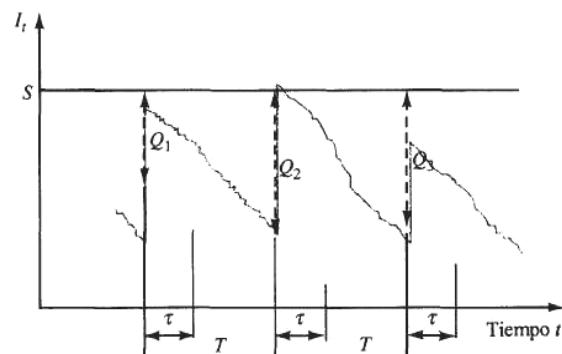


FIGURA 6-25  
Geometría del sistema  $(S, T)$

lo que lleva a

$$S = D(T+x) + za_{T+x}$$

donde  $a_{T+x}$  es la desviación estándar de la demanda durante  $(T+x)$ . Un sistema  $(S, T)$  requiere más inventario de seguridad que un sistema  $(Q, R)$  ya que el periodo que necesita protección contra faltantes es más largo.

El valor de  $z$  determina el nivel de servicio y, como antes, se puede usar cualquiera de las políticas 1 o 2.

*Inventario meta, política 1:* el nivel de servicio requerido es  $a$ , y el procedimiento es el mismo que para el sistema  $(Q, R)$ .

1. En la tabla de la distribución normal (tabla A-1), se encuentra el valor de  $z$  que corresponde

$$F(z) = a$$

2. Se evalúa  $S$  usando el valor obtenido para  $z$ .

*Inventario meta, política 2:* el nivel de servicio requerido es la tasa de surtido  $P$ . La cantidad esperada de faltantes durante  $(T+x)$  es

$$\sigma_{T+x}L(z)$$

El número esperado de unidades faltantes en el año es

$$\frac{1}{\text{---}}$$

porque son  $\lambda/(T+\tau)$  veces por año que se necesita protección contra faltantes. Éste es igual al número deseado de unidades que faltan al año obtenido por la tasa de surtido. Por lo tanto,

$$(1-\beta)\bar{D} = \frac{1}{(T+\tau)}\sigma_{T+\tau}L(z)$$

o, después de arreglar los términos,

$$L(z) = \frac{(1-\beta)\bar{D}(T+\tau)}{\sigma_{T+\tau}}$$

$D(T+x)$  es la demanda esperada durante el periodo que se necesita protección contra faltantes. El procedimiento para la política 2 es

1. Se evalúa  $L(z)$ .
2. Se usa  $L(z)$  en la tabla A-2 para obtener  $z$ .
3. Se calcula  $S$  usando el valor de  $z$ .

**Ejemplo 6-29. Sistema  $(5, T)$ .** Jones, el dueño de una tienda de café, estima que la demanda anual de cierto tipo de grano de café tiene una distribución normal con  $D = 240$  lb y  $a = 32$ . El tiempo de entrega de una orden es 1/2 mes. Jones adoptó una política de revisión periódica,  $(5, T)$ ; para controlar el inventario y estableció el ciclo de revisión  $T$  igual a un mes. Se quiere calcular el punto de reorden para las políticas 1 y 2. Las dos tienen nivel de servicio  $a = p = 95\%$ .

**Solución.**

$$\begin{aligned}
 D &\sim N(240, 1024) \\
 T &= 1 \text{ mes} = 1/12 \text{ años} \\
 \tau &= 1/2 \text{ mes} = 1/24 \text{ años} \\
 T + \tau &= 1/12 + 1/24 \text{ años} = 1/8 \text{ años} \\
 \bar{D}_{T+\tau} &= \bar{D}(T + \tau) = 240 \times \frac{1}{8} = 30 \\
 \sigma_{T+\tau}^2 &= \frac{1024}{8} \rightarrow \sigma_{T+\tau} = 11.31
 \end{aligned}$$

Por lo tanto,

$$D_{T+\tau} \sim N(30, 128)$$

**Política 1:**

$$\alpha = 95\%$$

$$F(z) = 0.95$$

Entonces, de la tabla A-1,

$$z = 1.65$$

$$y \quad S = \bar{D}_{T+\tau} + z\sigma_{T+\tau} = 30 + (1.65)(11.31) = 48.6$$

**Política 2:**

$$\beta = 95\%$$

$$L(z) = \frac{(1-\beta)\bar{D}_{T+\tau}}{\sigma_{T+\tau}} = \frac{(1-0.95)(30)}{11.31} = 0.1326$$

De la tabla A-2, se encuentra

$$z = 0.745$$

$$\text{de manera que } S = 30 + (0.745 \times 11.31) = 38.42$$

De nuevo se obtiene el mismo nivel de servicio en distintos puntos de reorden para las dos políticas.

### **3.3.3 Sistemas de reabastecimiento opcional**

Primero se analizó el sistema de revisión periódica y después el caso especial con  $R = \{S\}$ . Al fina se examinará una modificación del caso general, el sistema de reabastecimiento opcional, en ocasiones llamado de revisión opcional, minimax o sistema  $(s, S)$ .<sup>2</sup> La modificación es que la prueba de reorden se hace usando el *inventario disponible* en lugar de la posición del inventario.

El sistema opera como sigue. Se definen dos niveles de inventario  $(s, S)$ . El intervalo de revisión es  $T$  y en cualquier punto de revisión, la decisión es que si  $I_t < s$ , se ordena  $S - I_t$  pero si  $I_t > s$ , no se ordena.  $I_t$  es el inventario disponible en cualquier punto de revisión. La ventaja sobre los sistemas  $(S, T)$  es que la cantidad a ordenar pedida es razonable. Es particularmente útil cuando los costos tanto de revisión como de ordenar son significativos.

<sup>2</sup> Para este modelo se usa  $s$  como el punto de reorden en lugar del inventario de seguridad por consistencia con la literatura existente.

Este sistema tiene tres variables de decisión, — $T$ ,  $s$  y  $S$ —. Se determina  $T$  usando el método descrito antes. Encontrar los valores óptimos para  $s$  y  $S$  es bastante difícil. Se puede obtener una buena aproximación calculando una política  $(Q, R)$  y haciendo

$$\begin{aligned}s &= R \\S &= R + Q\end{aligned}$$

El uso de la política  $(s, S)$  es bastante común en la industria.

**Ejemplo 6.30. Política  $(s, S)$ .** Considere la siguiente política  $(s, S)$  de revisión periódica del inventario, con  $s = 50$ ,  $S = 150$  y punto de revisión al final de cada mes. Las demandas mensuales en los últimos meses aparecen en la tabla 6-15. Suponiendo un inventario inicial de 123 unidades y tiempo de entrega de cero, se ilustra la política  $(s, S)$ .

**TABLA 6-15**  
Datos de demanda para el ejemplo 6-30

Mes	$t$	1	2	3	4	5	6	7	8
Demandada	$D$	30	54	50	62	55	50	66	30

*Solución.* La demanda del primer mes es 30 unidades y el inventario inicial es 123 unidades, entonces el inventario final para el primer mes es 93. Los cálculos se muestran en la tabla 6-16. Como 93 unidades es mayor que el punto de reorden  $5 = 50$  unidades, no se ordena. La demanda del segundo mes es 54 unidades, lo que da un inventario final de 39 unidades, éste es menor que el punto de reorden. Se coloca una orden de 111 (150 - 39) unidades, y el inventario se eleva a 150 unidades, el nivel del inventario meta. Los cálculos para los meses 3 al 8 se presentan en la tabla 6-16.

**TABLA 6-16**  
Cálculos para la política  $(s, S)$

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8
Inventario, inicio del mes	123	93	150	100	150	95	150	84
$D$	30	54	50	62	55	50	66	30
$I_t$	93	39	100	48	95	45	84	54
$Q$	0	111	0	102	0	105	0	0

### SECCIÓN 3.3 EJERCICIOS

- 6.86. Para el ejercicio 6.29, evalúe el periodo de revisión óptimo. Establezca la política de revisión periódica. Evalúe  $R$  para una  $x$  de un mes. Dibuje la geometría del inventario.
- 6.87. Para el ejercicio 6.33, evalúe el periodo de revisión óptimo. Establezca la política de revisión periódica. Evalúe  $R$  para una  $x$  de cinco semanas. Dibuje la geometría del inventario.
- 6.88. Para el caso de Toys International del ejercicio 6.23, evalúe el periodo de revisión óptimo. Esta vez establezca la política de revisión periódica. Evalúe  $R$  para  $x = 21$  días. Dibuje la geometría del inventario.
- 6.89. Un distribuidor de medicamentos tiene una pastilla contra el dolor que se vende con receta y que viene en cajas de 100 pastillas. La demanda por contenedor en cualquier periodo de longitud / tiene distribución normal con media 150/ y variancia 300/. Cada contenedor cuesta \$20.00. El tiem-

po de entrega es cinco semanas y los faltantes se surten atrasados a un costo de pérdida tía buefta voluntad de \$15.00 por contenedor. El costo de la orden de compra es \$100 y el costo i anual de mantener el inventario es 25%. Suponga que el inventario se revisa cada ocho semanas. Encuentre el inventario meta óptimo. (*Sugerencia:* convierta el costo por faltantes a nivel de servicio.) ¿Cjál es la probabilidad de faltantes? ¿Cuál es el costo esperado anual del inventario?

- 6.90.** El distribuidor de medicamentos está considerando usar un sistema de: revisión continua con los valores de  $Q = R = S$  que se obtuvieron en el ejercicio 6.89. ¿Qué le recomendaría? Jusfiqud su respuesta.
- 6.91.** En el ejercicio 6.89, suponga que la duración del periodo de revisión  $T$  también es una variable de decisión. Encuentre  $T^*$  si el costo de una revisión es \$100. (*Sugerencia:* Simule un intervalo de valores de  $T$ .)
- 6.92.** Un granjero cría pollos en forma industrial. Los gallineros tienen cierto grado de automatización. En particular, el sistema de distribución de alimento es automático. Para prevenir enfermedades en los pollos, el granjero pone un aditivo nutritivo al alimento.

Tiene un inventario de este aditivo y lo maneja usando un sistema de revisión periódica. La demanda mensual tiene distribución normal con media de 50 Ib y desviación estándar de 75 Ib. El tiempo de entrega es cuatro semanas y el granjero estima que el costo de mantener el inventario es 20% anual. El costo de ordenar es \$170 por orden. Se requiere una tasa de surtido del 8%.

- a) Suponga que el inventario se revisa cada seis semanas y encuentre el inventario metí i óptimo.
  - b) ¿Cuál es el costo esperado anual de esta política para el granjero?
  - c) ¿Cuál es el inventario de seguridad?
  - d) ¿Cuál es el número esperado de "libras que faltan" al año?
  - e) ¿Cuál es el costo implícito por faltantes?
- 6.93.** Resuelva el problema 6.92 suponiendo que la demanda mensual tiene: distribución uniforme £on  $0 < Z < 200$ .
- 6.94.** Sheri es distribuidora de automóviles en un área rural. Ella tiene clientes que poseen vehículo<sup>re</sup> lativamente viejos. Para ofrecer un buen servicio a clientes, Sheri mantiene un pequeño inventario de refacciones para modelos viejos. Un artículo son los refuerzos de los frenos. Se trata de urj ar tículo que se mueve despacio, por lo que usa una política de revisión periódica con un periodo<sup>d</sup> de revisión de dos meses. La demanda anual de los refuerzos tiene distribución normal con media de 15 y desviación estándar de 5. Como este artículo ya no se produce, el tiempo de entrega es cinco meses. El costo de un juego de refuerzos es \$500. Sheri asigna un valor alto a la satisfacción del cliente. Entonces, considera que la buena voluntad es crucial y estima que el faltaute cubsta \$5000. Los faltantes se pueden surtir atrasados y el costo anual de mantener el inventario es 20%.
- d) Encuentre el inventario meta óptimo.
  - b) Encuentre el nivel de servicio implícito para las políticas 1 y 2. Analícelo.
  - c) Encuentre el inventario de seguridad para los refuerzos de frenos.
  - d) Encuentre el costo anual esperado de la política de revisión periódica.
  - e) Suponga que se usa la política de revisión continua. Encuentre el inventario de seguridad.
- 6.95.** En el problema 6.94, suponga que la demanda anual es 15 y determinística. Se usa una política de revisión periódica. Encuentre el costo promedio de la incertidumbre, definida como  $K_s - K_D$

donde  $K_s$  = costo anual esperado del caso estocástico

$K_D$  = costo anual promedio del caso determinístico

- 9.96.** Considere un sistema  $(s, S)$ , con  $s = 80$  y  $S = 200$ . La demanda pronosticada para los próximos 12 meses se muestra en la tabla que sigue. El inventario inicial es 180, el tiempo de entrega es pero y la revisión se hace al final de cada mes. Encuentre el lote económico.

Mes,/ Demanda, /)	1 65	2 110	3 80	4 150	5 120	6 90	7 50	8 170	9 140	10 125	11 55	12 80
----------------------	---------	----------	---------	----------	----------	---------	---------	----------	----------	-----------	----------	----------

- 6.97.** a) Resuelva el ejercicio 6.96 suponiendo que el tiempo de entrega es  $x = 2$  meses.  
 b) Repita el inciso a) para una revisión cada 2 meses. Compare.
- 6.98.** Considere el inventario de subensambles de la Aerocon Company descrito en el problema 6.69. Suponga que en lugar de revisión continua, las revisiones se realizan cada dos semanas, usando la política  $(s, S)$ .
- a) Establezca la política  $(s, S)$ .  
 b) La demanda de subensambles para las siguientes 12 semanas se pronostica como sigue:

Mes, $t$ Demanda, $D$	1 20	2 32	3 16	4 28	5 35	6 42	7 38	8 28	9 18	10 34	11 40	12 18
--------------------------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	---------	----------	----------	----------

El inventario inicial es 45. Determine el número de subensambles que deben ordenarse siguiendo la política  $(s, S)$ .

- 6.99.** El gerente de Info Business Equipment (IBE) del ejercicio 6.63 está considerando usar la política  $(s, S)$  para manejar su inventario de discos duros. Para hacerlo, selecciona valores de demanda al azar para los próximos 12 meses a partir de una distribución normal  $N(250, 10\,000)$ .
- a) Establezca la política  $(s, S)$  para IBE.  
 b) Genere el valor de la demanda para IBE y determine el número de discos duros que deben ordenarse en esos 12 meses, suponiendo que el inventario inicial es 120.

### 3.4 Comparación de decisiones de tiempo

En la tabla 6-17 se da una comparación de los diferentes modelos presentados en esta sección. Los dos sistemas principales que se estudiaron son los sistemas de revisión continua y periódica. Una diferencia importante es que el inventario de seguridad requerido para los sistemas de revisión continua es menor que el necesario para los de revisión periódica. La implantación de los dos sistemas se analiza en la siguiente sección.

## 4 DECISIONES DE CONTROL

Se ha introducido una gran variedad de modelos, políticas y enfoques para los diferentes aspectos de los sistemas de inventarios. Ahora se estudiará la administración y el control de sistemas de inventarios de artículos múltiples. ¡Los sistemas de artículos múltiples pueden tener 300, 3000, 30 000 o incluso 300 000 artículos! De todas maneras se quiere minimizar el costo y maximizar el servicio.

En la sección 1.6, se analiza la relevancia de los modelos de inventarios. Se hizo hincapié en la importancia de los modelos clásicos de inventarios no sólo para obtener una solución, sino para mejorar su comprensión. Para ayudar a esta comprensión se analiza un enfoque administrativo para el control del inventario bajo condiciones reales. Para comenzar, se presenta el análisis de Pareto, una herramienta importante en el manejo de sistemas de artículos múltiples.

TABLA 6-17

Comparación de las decisiones de tiempo

Modelo	Política	Demanda	Objetivo	Punto de Reorden	Decisión de tiempo	Decisión de cantidad	Aplicación	Observaciones
Voseador	Un solo periodo	Estocástica	Costo esperado mínimo	$R$	Antes del periodo	$F(Q^*) = \frac{\pi}{\pi + c_0}$	Un periodo de demanda, venta al menudeo	
EOQ	Revisión continua	Uniforme/determinística	Costo mínimo	$D\tau - b$	$X_t \leq R$	$\sqrt{\frac{2AD}{h}}$	Materia prima o venta al menudeo	
EPQ	Revisión continua	Uniforme/determinística	Costo mínimo	$D\tau - b$	$X_t \leq R$	$\sqrt{\frac{2AD}{h(1-D/\psi)}}$	Producción	Tasa de producción finita
$(Q, R)$	Revisión continua	Estocástica	Costo esperado mínimo	$\bar{D}\tau + z\sigma_\tau$	$X_t \leq R$	$\sqrt{\frac{2AD}{h}}$	Materia prima o venta al menudeo	$z$ fija usando política 1 o política 2
Inventario base	Revisión continua	Estocástica	Costo esperado mínimo	$\bar{D}\tau + z\sigma_\tau$	Cada retiro	Hasta $R$	Artículos costosos	
Dos contenedores	Revisión continua	Estocástica	Costo mínimo	Contenedor 2: $\bar{D}\tau + z\sigma_\tau$	Cuando el contenedor 1 está vacío	$\sqrt{\frac{2AD}{h}}$	Artículos de bajo costo	
EOQ	Revisión periódica	Uniforme/determinística	Costo mínimo	—	$T = \sqrt{\frac{2A}{hD}}$	—	Materia prima o venta al menudeo	
$(S, T)$	Revisión periódica	Estocástica	Costo esperado mínimo	$\bar{D}(T + \tau) + z\sigma_{T+\tau}$	$T = \sqrt{\frac{2A}{hD}}$	Hasta $R$		$z$ fija usando política 1 o política 2
Reabastecimiento opcional	Revisión periódica	Estocástica		$s$	$T = \sqrt{\frac{2A}{hD}}$	Hasta $S$		

Nota: Todos los modelos son de un solo artículo, con tiempo de entrega conocido  $\tau$ .

## **4.1 Análisis de Pareto**

El análisis de Pareto, una herramienta para separar lo "importante" de lo "no importante", es una técnica útil para asignar esfuerzo administrativo. Su nombre se debe al economista italiano Vilfredo Pareto, quien estudió la distribución de la riqueza en Milán en el siglo XVIII. Observó que una porción grande de la riqueza era propiedad de un pequeño segmento de la población. El mismo principio de **Pareto** se aplica a muchas otras situaciones; unos cuantos tienen mucha importancia y muchos tienen muy poca importancia. Es común que los sistemas de inventarios tengan unos cuantos artículos que dan cuenta del uso (o venta) de una gran cantidad de dinero. Esta característica permite un trueque entre la inversión y el control, elemento importante para mantener un costo bajo y un alto nivel de servicio.

Dickie (1951) de General Electric fue el primero en aplicar el principio de Pareto. Él le llamó análisis ABC; los artículos A son esos pocos artículos "importantes" y los C son los muchos "no importantes". Los artículos B caen entre los A y los C. En la industria, el análisis de Pareto se conoce como análisis ABC. Para ser precisos, se llamará ABC a la herramienta y Pareto a la teoría.

### **4.1.1 La curva ABC**

La curva ABC jerarquiza los artículos en inventario en orden descendente por su uso (o venta) anual en dinero. Esta jerarquía en forma tabular se llama distribución por valor; la tabla 6-18 es un ejemplo típico. Se puede granear el porcentaje de artículos jerarquizados del total de artículos contra el porcentaje acumulado correspondiente del valor total en dinero, representado por ese porcentaje de artículos jerarquizados. La gráfica de la figura 6-26 corresponde a la tabla 6-18. En principio, los artículos jerarquizados se clasifican en tres grupos:

- A = artículos con "alto uso de dinero"
- B = artículos con "uso medio de dinero"
- C = artículos con "bajo uso de dinero"

Por lo general, las curvas ABC muestran que el grupo A significa alrededor del 20% de los artículos jerarquizados y el 80% del uso total del dinero. En ocasiones esto se llama regla "80-20". El que estos dos números sumen 100 es simple coincidencia.

En forma más detallada, el procedimiento para preparar las curvas ABC es

*Paso 1:* Se tabulan los artículos en inventario en orden descendente del uso anual del dinero por artículo. El uso anual del dinero es la multiplicación del costo unitario y el número anual de unidades usadas.

*Paso 2:* Se evalúa la actividad acumulada comenzando al principio de la lista y acumulando las actividades por artículo hacia abajo.

*Paso 3:* Se trabaja hacia abajo y se calcula:

- Porcentaje acumulado de artículos basado en el número total de artículos
- Porcentaje acumulado de uso del dinero basado en el uso total anual

*Paso 4:* Se gráfica la curva ABC del porcentaje acumulado del uso del dinero como una función del porcentaje acumulado de artículos.

TABLA 6-18

Distribución por valor

Intervalo	% de artículos activos	Uso anual del dinero	Uso anual acumulado del dinero	% acumulado del uso total
1	0.0034	292 150	292 150	1.43
2	0.0069	225 549	517 699	2.53
3	0.0103	153 418	671 117	3.28
4	0.0138	149 797	820 915	4.01
5	0.0172	146 697	967 614	4.73
6	0.0207	135 362	1 102 976	5.40
7	0.0241	131 011	1 233 987	6.04
8	0.0276	130 760	1 364 857	6.68
9	0.0310	124 702	1 489 559	7.29
10	0.0344	122 959	1 612 518	7.89
11-25	0.0861	63 672	2 907 815	14.23
26-77	0.265	28 900	5 113 576	25.03
78-119	0.410	21 205	6 144 048	30.08
120-248	0.854	12 387	8 170 675	40.00
249-461	1.59	7 418	10 214 450	50.00
462-820	2.82	4 464	12 254 380	60.00
821-1 435	4.94	2 559	14 298 174	70.00
1 436-2 543	8.76	1 338	16 339 170	80.00
2 544-5 061	17.43	491	18 381 088	90.00
5 062-8 151	28.07	219	19 402 217	95.00
8 152-9 197	31.67	172	19 606 515	96.00
9 198-10 565	36.38	129	19 810 651	97.00
10 566-12 496	43.03	86	20 014 900	98.00
12 497-15 650	53.89	47	20 219 132	99.00
15 651-16 279	56.06	42	20 247 133	99.13
16 280-18 001	61.99	30	20 307 996	99.43
18 002-20 443	70.40	18	20 364 329	99.71
20 444-24 009	82.68	7	20 407 231	99.92
24 010-29 037	1.00	0	20 423 347	100.00

Fuente: Herron (1976). Reimpreso con permiso del Institute of Industrial Engineers, 25 Technology Park/Atlanta, Norcross, GA, 30092, copyright © 1976.

tículos, por lo que se seleccionaron algunos valores para la tabla. La descripción gráfica de la distribución por valor —la curva ABC— se muestra en la figura 6-26 (curva 1).

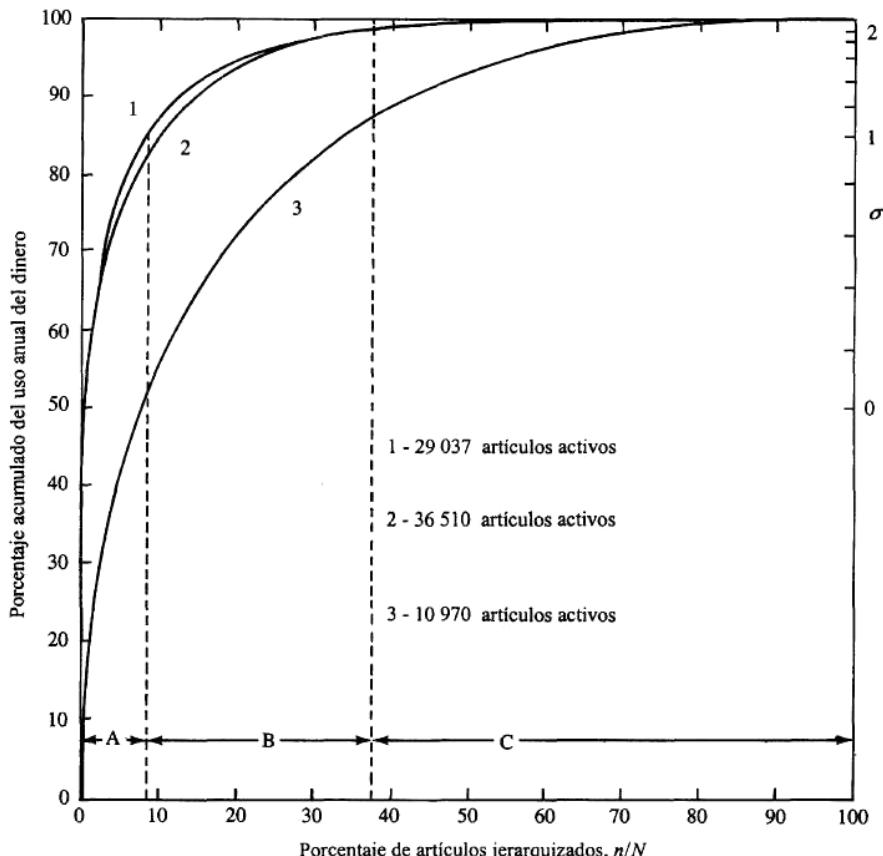
Algunas observaciones sobre la curva ABC:

No se ha fijado una convención en cuanto a qué artículos están en los grupos A, B √ C. Bsto se hace casi siempre "a ojo" viendo la curva. En general, el grupo A llega hasta donde comienza a doblar la curva, el B hasta el final de este doblez y el C incluye el resto 4e los artículos.

- La figura 6-26 muestra otras dos curvas (2,3). Éstas son menos "inclinadas" y es más difícil distinguir entre A y B.

Por lo común, mientras más inclinada es la curva ABC, mayor **poder de separación** tiene. El poder de separación es la habilidad para distinguir entre los grupos. Esto es, nienos artículos representarán un valor más alto, por ejemplo, 15% de los artículos significar el 90% del valor. Para este ejemplo, alrededor de 1.5% de los artículos representan el 5% del valor.

- En la práctica, es sencillo generar la tabla de distribución por valor y su curva AB^ asociada. Tanto el precio unitario del artículo como su uso anual son parte de la base de datos del



inventario. Un programa sencillo puede usar estos datos para generar la tabla. En la tabla 6-19 se muestra una parte de la salida de computadora.

El costo unitario no es razón para colocar un artículo en el grupo A. Un artículo de bajo costo con un alto uso anual se puede clasificar como artículo A y viceversa.

Este análisis muestra la manera en que el principio de Pareto ayuda a asignar el esfuerzo administrativo. El grupo A, que representa la mayor parte de la inversión en inventario, tiene un control estrecho. Los artículos del grupo C obtienen poca atención administrativa, no valen el esfuerzo.

#### **4.1.2 ANÁLISIS DE LA CURVA<sup>3</sup>**

La distribución por valor —la distribución de Pareto— se approxima por la distribución lognormal. Esta distribución es aquella para la que la función de densidad de probabilidad del logaritmo natural de la variable aleatoria es normal. Sea

<sup>3</sup> Adaptado de Herrón (1976). Reimpreso con permiso del Institute of Industrial Engineers, 25 Technology Park/Atlanta, Norcross, GA 30092, copyright © 1976.

$n$  —artículo con jerarquía  $n$

$N$  = número de artículos

$C_n$  = uso anual en dinero del artículo con jerarquías

$C$  = uso total anual para todos los artículos

$C_n$  es la variable aleatoria; entonces  $\ln C_n$  tiene distribución normal. Las estadísticas de la distribución lognormal son las siguientes:

$$z_n = \frac{\ln C_n - \mu}{\sigma}$$

es la variable lognormal estándar, similar a

$$\frac{x - \mu}{\sigma}$$

para la distribución normal. Además

$u$  = logaritmo natural del gasto anual en dinero para la mediana de los artículos jerarquizados a = desviación estándar de la distribución de probabilidad lognormal

#	Artículo núm.	Descripción	Unidades anuales	Costo unitario	Gasto anual, \$	Gasto acum. \$	Gasto acum. %	Artículos acum. %
1	850170	Cuerpo de plástico	4945	49.50	24478	244778	13.50	0.90
2	615200	Motor	3965	47.50	188338	433116	23.90	1.80
3	425150	Manija	9750	17.30	168675	601791	33.20	2.70
4	530010	Cubierta de ensamble	6150	17.95	110393	712184	39.30	3.60
5	120211	Bobina	9850	11.20	110320	822504	45.40	4.50
6	531110	Cubierta delantera	9000	7.25	65250	887754	49.00	5.40
7	470115	Cable	9419	5.40	50863	938617	51.80	6.30
8	770811	Agarradera	4875	8.30	40463	979080	54.00	7.10
9	615300	Motor	700	49.50	34650	1013730	55.90	8.00
10	530005	Cubierta de ensamble	4500	7.62	34295	1048025	57.80	8.90
11	850171	Cuerpo de plástico	700	47.50	33250	1081275	59.70	9.80
12	532015	Cubierta trasera	3990	8.30	33117	1114392	61.50	10.70
13	110570	Parrilla	9800	3.05	29890	1144282	63.20	11.60
14	480001	Conector	5454	5.40	29452	1173734	64.80	12.50
15	425110	Manija	3190	8.30	26477	1200211	66.20	13.40
16	101050	Placa de metal	6500	3.81	24765	1224976	67.60	14.30
17	120570	Caja	6750	3.61	24368	1249344	68.90	15.20
18	615150	Motor	500	47.50	23750	1273094	70.30	16.10
19	770822	Agarradera	2825	8.30	23448	1296542	71.60	17.00
20	110580	Parrilla	7475	3.05	22799	1319341	72.80	17.90
21	470120	Zapata de cable	13859	1.55	21481	1340822	74.00	18.80
22	531105	Cubierta delantera	5450	3.81	20765	1361587	75.10	19.60
23	850172	Cuerpo de plástico	407	49.50	20147	1381734	76.30	20.50
24	252212	Tornillo cónico	13139	1.49	19577	1401311	77.30	21.40
25	532110	Cubierta trasera	4875	3.81	18574	1419885	78.40	22.30

Nota: Sólo se muestra una parte de la salida de computadora.

La v interesante, como se verá después.

Según Herrón (1976), la ecuación para la distribución lognormal que se aplica a una población de artículos múltiples es

$$\frac{n}{N} = \int_{z_n}^{\infty} \phi(y) dy$$

donde  $\phi(y)$  es la función de densidad de probabilidad de la distribución normal. Se puede demostrar que

$$\frac{1}{C} \sum_{i=1}^n C_i = \int_{z_n - \sigma}^{\infty} \phi(y) dy$$

donde

$$C = \sum_{i=1}^N C_i$$

Por definición en  $n/N = 0.50$ , la mediana de la jerarquía,  $\ln C_n = \mu$  y por lo tanto  $z_n = 0$ , y para la mediana de la jerarquía se tiene

$$\frac{1}{C} \sum_{i=1}^n C_i = \int_{-\sigma}^{\infty} \phi(y) dy = \int_{-\infty}^{\sigma} \phi(y) dy$$

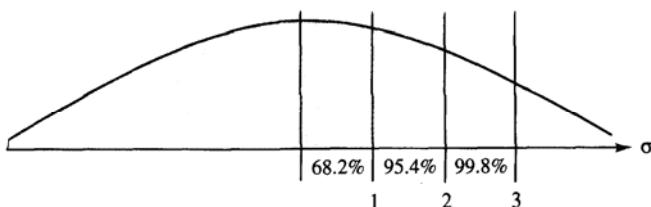
El lado izquierdo de esta ecuación es el porcentaje acumulado de gasto en dinero, y el lado derecho es la integral de la distribución normal evaluada entre  $-\sigma$  y  $0$ . La figura 6-27 muestra esta situación: la función de densidad normal,  $N(0, 1)$ , se ve con un área sombreada que corresponde a la integral de esta función.

Si  $a = 1$ , representa 68.2% del área bajo la curva. Para  $a$  igual a 2 o 3, será 95.4% y 99.8%, respectivamente. Con base en la ecuación anterior, el porcentaje acumulado del valor monetario se "traduce" a su valor de  $a$  equivalente, usando la distribución de probabilidad normal; el valor de la curva ABC en  $n/N = 0.50$  da el valor de  $a$  para la distribución lognormal. La escala de  $a$  se muestra en el lado derecho de la figura 6-26. Si se dibuja una recta vertical en  $n/N = 0.50$ , su intersección con la curva proporciona el valor de  $a$ .

Existe también una manera analítica de obtener  $a$  usando la distribución por valor (tabla 6-18). Herrón (1976) muestra que

$$\sigma = \ln \left( \frac{C_{0.50}}{C_{0.8413}} \right)$$

donde  $C_{0.50}$  es el gasto en dinero del artículo en  $n/N = 0.50$ , y  $C_{0.8413}$  es el gasto en dinero del artículo en  $n/N = 0.8413$  (vea el ejemplo 6-29).



**FIGURA 6-27**  
Función de densidad  
de probabilidad normal

¿Por qué es tan importante? Se examinan las tres curvas que se muestran en la figura 6-26. Cuando  $a$  aumenta, el poder de separación de la curva ABC aumenta. Así, a es una medida del poder de separación de la curva y es más sencillo administrar y controlar una población de artículos en inventario con una a grande. Más aún, algunos tipos similares de productos tendrán valores parecidos de  $a$ . Algunos ejemplos de valores representativos son:

- |               |  |
|---------------|--|
| $0.8 < a < 2$ | ventas al mayoreo y al menudeo                           |
| $20 < a < 26$ | inventarios de refacciones                               |
| $26 < a < 3$  | componentes electrónicas, componentes de alta tecnología |

Un ejemplo ilustrará las curvas ABC.

Ejemplo 6-31. Análisis de Pareto. Considere los datos en la tabla 6-20. Se tienen 2 artículos con uso anual mayor que \$300 000 y su uso total anual es \$817 200. Hay 17 artículos con uso total anual mayor que \$100 000, pero menor que \$300 000; la utilización total anual de estos 17 artículos es \$2 273 867. Evalúe la desviación estándar para los datos de esta tabla. Evalúe el poder de separación de la curva ABC correspondiente.

Solución. Calcule el porcentaje de artículos activos y el uso anual; éstos se dan en la tabla 6-21.

La desviación estándar de esta curva ABC es

$$\sigma = \ln\left(\frac{C_{0.5}}{C_{0.8413}}\right)$$

De las tablas,  $C_{0.5}$  se encuentra entre los grupos 7 y 8; se aplica interpolación lineal para obtener la utilización anual:

$$\frac{50-46.15}{64.84-46.15} = \frac{C_{0.5}-525\,768}{166182-525\,768} \quad C_{0.5} = 451729$$

**TABLA 6-20**

Datos para el ejemplo 6-31

Grupo	Valor del uso anual	Número de artículos	Valor del uso	Número acumulado de artículos	Uso anual acumulado
1	> 300 000	2	817 200	2	817 200
2	100 000	17	2 273	19	3 091
3	30 000	70	3 902	89	6 993
4	10 000	19	3 262	282	10 255
5	3 000	39	2112 391	681	12 368
6	1000	66	1 161	1347	13 529
7	300	90	525 768	2 255	14 055
8	100	91	166 182	3 168	14 221
9	30	82	48 232	3 989	14 270
1	10	51	9 613	4 499	14 279
1	3	26	1678	4 761	14 281
1	1	89	183	4 850	14
1	0.3	31	21	4 881	14 281
1	0.1	5	1	4 886	14 281

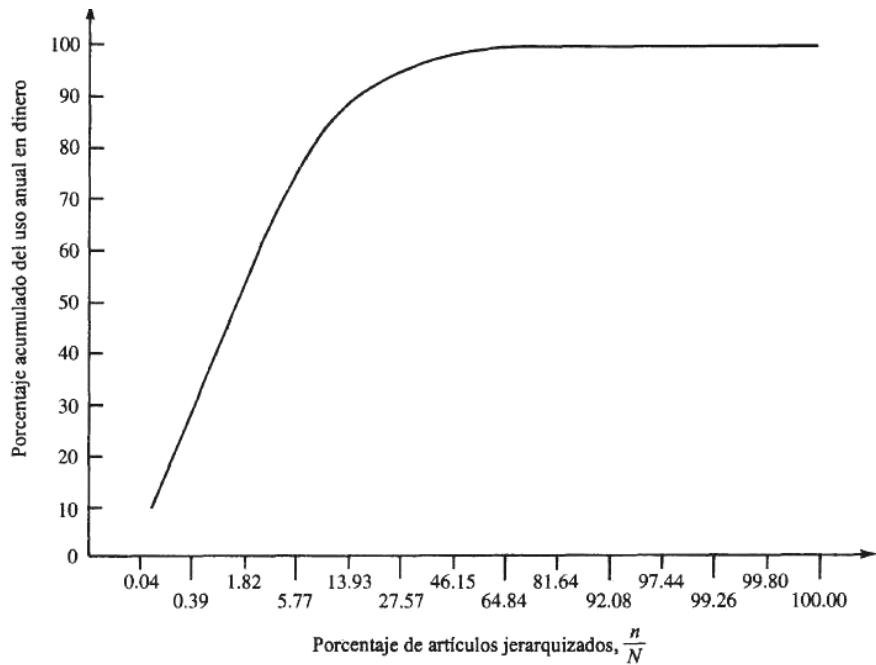


FIGURA 6-28  
Curva ABC (ejemplo 6-31)

TABLA 6-21  
Porcentaje de artículos y de uso

Grupo	% de artículos activos	% de uso anual
1	0.04	5.72
2	0.39	21.64
3	1.82	48.97
4	5.77	71.81
5	13.93	86.60
6	27.57	94.94
7	46.15	98.42
8	64.84	99.58
9	81.64	99.92
10	92.08	99.99
11	97.44	99.99
12	99.26	99.99
13	99.90	99.99
14	100.00	100.00

Empleando el mismo método para encontrar  $C_{0.8413}$  se obtiene

$$\frac{84.13 - 81.64}{92.08 - 81.64} = \frac{C_{0.8413} - 48\ 232}{9\ 613 - 48\ 232} \Rightarrow C_{0.8413} = 39\ 021.4$$

De manera que

$$\sigma = \ln\left(\frac{C_{0.5}}{C_{0.8413}}\right) = \ln\left(\frac{451\ 729}{39\ 021}\right) = 2.45$$

La curva ABC, se muestra en la figura 6-28, tiene un poder de separación relativamente alto.

## **4.2 Sistemas de control de inventarios: un enfoque administrativo**

Se analizará una metodología para establecer un control de inventarios en un medio anjibienje del mundo real. Este sistema tiene las siguientes características:

- Artículos múltiples
- Demanda estocástica
- Tiempo de entrega estocástico

Se supone que una computadora maneja y controla el sistema de inventario. Este sistema de control se puede usar para inventarios con demanda independiente o dependiente, o pan inveiji-tarios de materia prima o de producto terminado.

Los objetivos de este sistema de control son:

- Minimizar el costo, sinónimo de minimizar la inversión en inventario
- Maximizar la satisfacción del cliente, sinónimo de maximizar el nivel de servicio.

Maximizar el servicio a cualquier costo no presenta dificultad. Es más difícil hacerlo) con ún costo mínimo.

Un sistema de control de inventarios debe tomar en cuenta tres decisiones de inventarios básicas:

- Decisiones de variedad: qué ordenar
- Decisiones de cantidad: cuánto ordenar
- Decisiones de tiempo: cuándo ordenar

Estas decisiones se aplican a sistemas de uno o múltiples artículos. En los sistemas de c rtículbs múltiples se ha logrado tomar decisiones para muchos artículos. Primero se analiza el principio en que se basa el sistema de control de inventarios y después se describen sus componentes y su operación.

### **4.2.1 El principio fundamental**

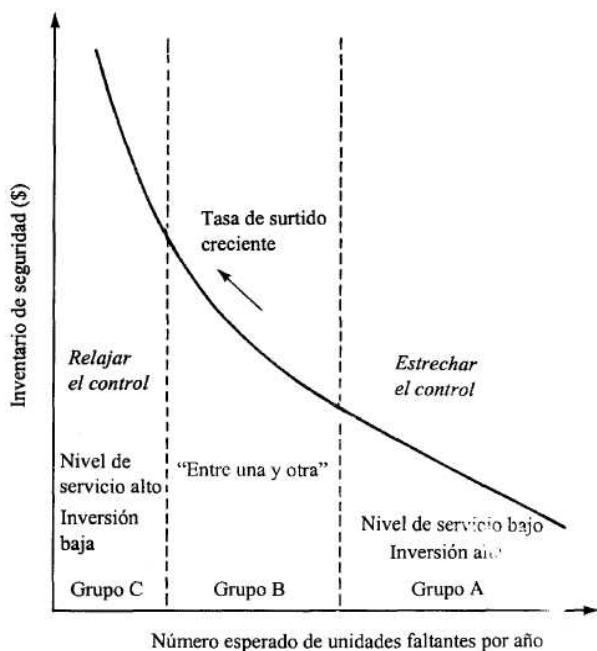
El principio fundamental es un trueque entre la **inversión** y el **control**. Es el resultado de combinar el concepto ABC con la tasa de surtido y se puede ver en la figura 6-29. La clasificación ABC se sobrepone a la curva de la tasa de surtido.

Se usará el siguiente razonamiento. Para artículos de poco valor (grupo C):

- Comprar un alto nivel de servicio (tasa de surtido) no es costoso.
- Invertir en inventario de seguridad.
- Relajar el control; los artículos se controlan en masa.

Un artículo "C" puede tener un "valor bajo" en uso anual monetario, pero puede tener un costo por faltantes "alto". Como ejemplo, suponga que una pieza de equipo de \$100 000 nc- se puede entregar porque falta la placa de \$2 con el logo de compañía.

Para "artículos de valor alto" (grupo A):



Comprar un alto nivel de servicio es costoso.

Reducir la inversión en inventario de seguridad.

Estrechar el control; los artículos se controlan en forma individual.

Algunos artículos del grupo B caen en medio y su contra parece al del grupo C.

#### 4.2.2 Diseño del sistema de control

Después de estructurar la clasificación ABC, se comienza por identificar artículos especiales. Éstos son los artículos de los grupos B y C que necesitan atención especial. Como ejemplo, se tiene

- Artículos que, si faltan, causan severos problemas de producción (por implicación, un costo alto por faltantes)
- Artículos que tienen problemas de calidad al llegar  
Artículos con una vida corta en el almacén

Estos artículos necesitan un control individual y se incluyen en el grupo A.

El siguiente paso es desarrollar la estructura de control específica para cada grupo. La figura 6-30 muestra las principales componentes de control, que después se describirán en detalle.

### **4.2.3 Estructura de control**

Se describe la estructura de control para los artículos A, B y C por separado. La política de control para el grupo A es *revisión periódica*. Por lo general, sus parámetros son:

*Revisión periódica:* una o dos semanas

*Cantidad a ordenar:* lote por lote (sección 2.2.1)

*Inventario de seguridad:* bajo, dos a cuatro semanas de la demanda pronosticada

Para el grupo A no se usa la tasa de surtido para establecer el inventario de seguridad. COJIO consecuencia, un inventario de seguridad bajo representa una tasa de surtido baja. Esto se *compensa con el control individual*.

Para **planear** un inventario futuro para cada artículo, se usa una ecuación de balance de materiales.

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{Periodo de} \\ \text{inicio del} \\ \text{inventario} \end{array} \right\} + \left\{ \begin{array}{l} \text{Periodo de} \\ \text{recepciones} \\ \text{programadas} \end{array} \right\} - \left\{ \begin{array}{l} \text{Periodo de} \\ \text{demanda} \\ \text{pronosticada} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Periodo de} \\ \text{terminación} \\ \text{del inventario} \end{array} \right\}$$

Para **supervisar** se usa la misma ecuación, pero:

En lugar de las recepciones programadas se usan las **recepciones reales**.

En lugar de la demanda pronosticada se usa la **demand real**.

La herramienta usada en ambos casos es la tabla de balance de materiales para cada artículo (similar a la tabla 7-12). En cada punto de revisión se actualiza el balance: de materiales y se verifican faltantes, excedentes y punto de reorden de cada artículo.

Control de los grupos B y C. Los grupos B y C tienen la misma estructura de control. La política de control que se usa es **revisión continua**. La diferencia entre los dos grupos es el valor asignado a los distintos parámetros.

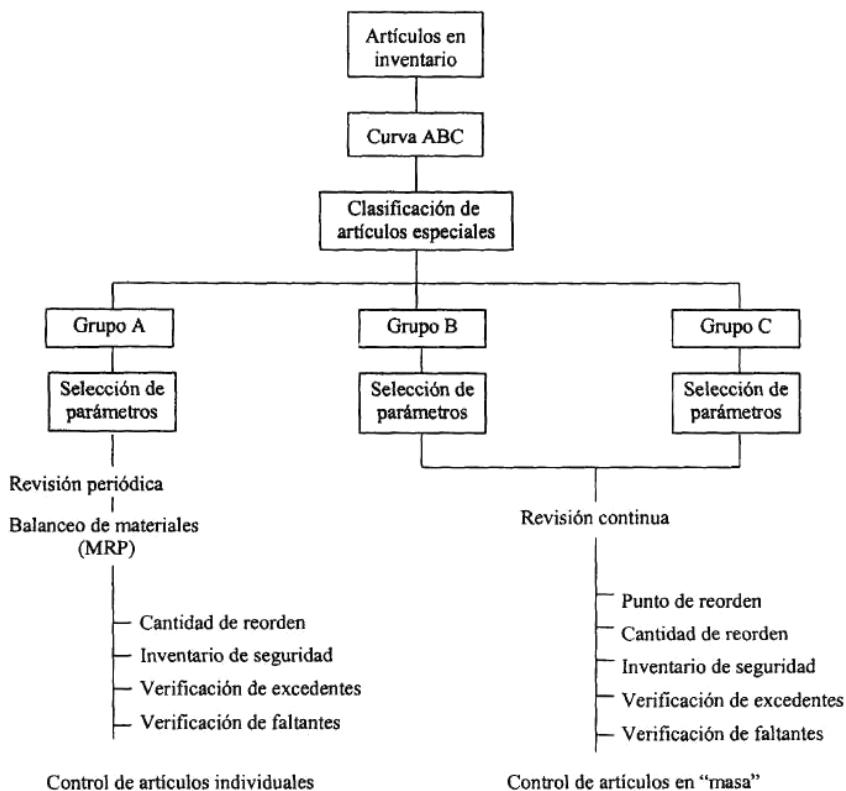
El enfoque es **control en masa** con **administración por excepción**. Los artículos se controlan como un grupo, no en forma individual. El estado de un artículo se verifica de: manera continua, y sólo cuando hay una excepción se notifica al administrador. Este enfoque permite manejar y controlar un sistema de inventarios de artículos múltiples.

Para establecer la estructura de control para la administración por excepción deben definirse cuatro parámetros. Éstos son el punto de reorden  $I^*$ , la cantidad a ordenar  $Q$ , el inventario de seguridad  $s$  y el nivel máximo de inventario  $I_{\max}$ .

El **punto de reorden** se establece en

$$R = Dx + s$$

El tiempo de entrega,  $x$ , es una variable aleatoria y es prácticamente imposible establecer y mantener tiempos de entrega individuales para miles de artículos. Por lo tanto, se establece un tiempo de entrega para el grupo. Un grupo puede consistir en artículos similares, en artículos del mismo proveedor, etcétera. Se supone que el valor de  $x$  es más grande que el valor promedio para el grupo.



**FIGURA 6-30**  
Diseño del sistema de control

Para la decisión de tiempo se usa la posición del inventario  $X$ ; si

$$X, < R$$

se emite otra orden.

Cantidad a ordenar. Se usan dos enfoques diferentes para el grupo B y para el grupo C.

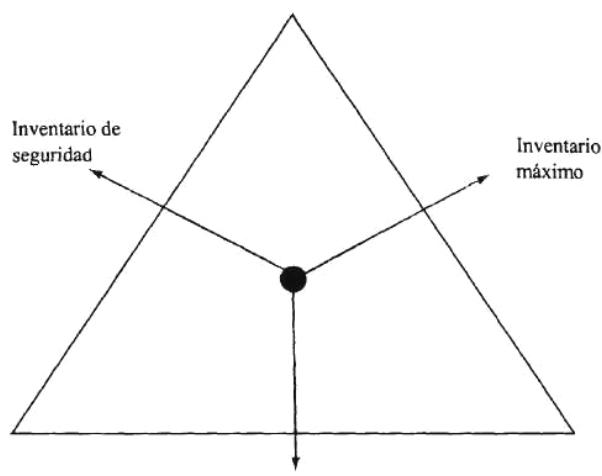
**Grupo B:** En principio se ordenan cantidades que tienen alguna medida económica. Éstas pueden ser el EOQ, el mínimo costo unitario, cantidad de periodo fragmentado, entre otras.

**Grupo C:** Los artículos del grupo C se ordenan en lotes grandes -requerimientos del periodo establecidos- por lo común para 6 o 12 meses.

Inventario de seguridad. Se usa una tasa de surtido alta —más alta para el grupo C que para el B—. Esto casi siempre da como resultado que se tienen de 1.2 a 2.5 meses de demanda pronosticada en inventario para artículos del grupo B. Los artículos del grupo C tendrán en inventario alrededor de 3 meses de demanda pronosticada. Para estos artículos se supervisa el nivel del inventario de seguridad usando la siguiente prueba: si

$$/, \leq s$$

entonces se acelera la orden.

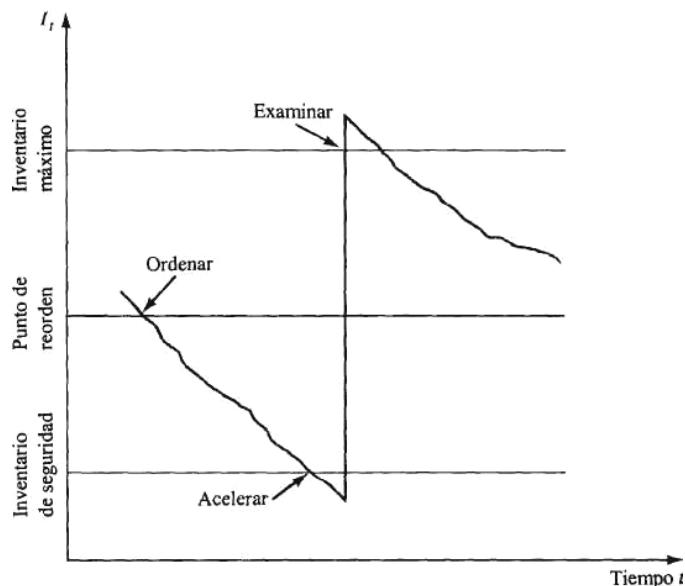
**FIGURA 6-31**

El triángulo de control

Punto de reorden

**Inventario máximo.** Debido al enfoque de control en masa empleado., existe el riesgo de que el nivel del inventario pueda llegar demasiado alto para algunos artículos. Por lo tanto, se establece un nivel de inventario máximo  $I_{\text{máx}}$ . Se mide en meses de demanda pronosticada, y la verificación del excedente es

$$X_t \geq I_{\text{máx}}$$

**FIGURA 6-32**

Acción administrativa

Control üei proceso (grupos B y C). Para cada artículo en inventario, se definen los parámetros punto de reorden, tiempo de entrega, inventario de seguridad e inventario máximo, y se guardan en una base de datos. Para cada transacción del inventario, la computadora verifica que el número de artículos esté dentro del triángulo de control mostrado en la figura 6-31. Mientras el artículo esté dentro de este triángulo (es decir, arriba del punto de reorden, arriba del inventario de seguridad y abajo del inventario máximo), no pasa nada. Un artículo que viola uno de estos límites se marca como excepción. El administrador del inventario obtiene un informe de excepciones, por lo común organizado en orden descendente según la urgencia de la acción a tomar. El orden de urgencia es:

- Artículos en inventario de seguridad
- Artículos a ordenar
- Artículos excedentes

Este informe, normalmente se genera una o dos veces al mes. Con las capacidades actuales "en línea", tal información está disponible en cualquier momento. La acción administrativa que debe tomarse en cada caso se muestra en la figura 6-32.

#### **4.2.4 Resumen**

La tabla 6-22 resume la estructura completa del sistema de control. Esta metodología, por supuesto, debe basarse en una computadora. Se puede programar, aunque muchos paquetes comerciales disponibles tienen muchas características de la metodología presentada aquí.

**TABLA 6-22**  
Decisiones de control:  
resumen

	<b>Grupo A</b>	<b>Grupo B</b>	<b>Grupo C</b>
Principio de control	Control de artículos individuales	Control masivo	Control masivo
Política de inventario	Revisión periódica	Revisión continua	Revisión continua
Periodo de revisión	1 o 2 semanas	Ninguno	Ninguno
Punto de reorden	Ninguno	$D\tau + s$ ( $X_t \leq s$ )	$D\tau + s$ ( $X_t \leq R$ )
Cantidad de reorden	Lote por lote	EOQ, CUM, BPF	DPF
Inventario de seguridad	0.5 a 1.5 meses ( $I_s \leq s$ )	1.5 a 2.5 meses ( $I_s \leq s$ )	≈ 3 meses ( $I_s \leq s$ )
Inventario máximo	Bajo	Más que para el grupo A $X_t \geq I_{\max}$	Más que para el grupo A $X_t \geq I_{\max}$
Método de control	Ecuación de balance de materiales	Triángulo de control	Triángulo de control
Herramienta de control	Gráfica de balance de materiales	Informe de excepciones	Informe de excepciones

## **SECCIÓN 4 EJERCICIOS**

- 6.100. Utilice la teoría de clasificación de Pareto para clasificar las unidades dentro de la clase A la clase B o la clase C.

Artículo	Requerimientos anuales pronosticados	Costo unitario del artículo (\$)
M 301	3000	0.20
M 764	3	1000.00
M 382	200	10.00
M 1216	500	10.00
M 870	50	250.00
M 387	1000	0.50
M 1242	1700	0.45

Además, grafique la curva y encuentre el valor de  $a$  a partir de la cuiva y analíticamente. ¿Qué puede concluir?

- 6.101. Grafique a escala las curvas de Pareto que tienen los siguientes valores de la desviación estándar:

$$\begin{array}{ll} \sigma = 0 & \sigma = 2 \\ \sigma = 1 & \sigma = 2.5 \\ \sigma = 1.5 & \sigma = 2.8 \end{array}$$

Obtenga sus conclusiones.

- 6.102. Un inventario con distribución de Pareto tiene 100 artículos,  $CT = 3$  y la utilización anual de un artículo que es la mediana es \$40.
- Encuentre la utilización anual del artículo con jerarquía 84.
  - Comente sobre el poder de separación de esta distribución.
- 6.103. Utilice los datos de la tabla 6-18 y diseñe un sistema de control de inventarios para esta compañía. Entregue su plan en forma de memorando al vicepresidente de operaciones. Muestre todos los desarrollos y explique su razonamiento.
- 6.104. Repita el problema 6.103 para los datos de la tabla 6-19.

## **5 SOFTWARE**

Durante la década de 1960 se desarrolló software con el único propósito de controlar el inventario. A principios de los 70, los paquetes de control de inventarios se convirtieron en parte de los sistemas de planeación de requerimientos de materiales y disminuyó el uso de los paquetes "sólo para inventarios". De esta manera, los paquetes para inventarios en sí son ahora más comunes en aplicaciones de venta al menudeo y servicio. Existen muchos paquetes comerciales; se mencionan dos de los primeros que establecieron el estándar para otros que siguieron. El primero, IMPACT (Inventory Management Program and Control Techniques), fue introducido por IBM a principios de los 60; contenía un sistema de pronósticos, el archivo del inventario y la lógica de control del mismo. El segundo paquete, INFOREM (Inventory Forecasting and Replenishment Modules), introducido por IBM en 1978, incluía un módulo mejorado de pronósticos, un sistema de revisión periódica, punto de reorden y tamaño de lote fijo similares a los descritos en la sección 3.3. El tamaño del lote era el EOQ. El punto de reorden era

$D(T + T) + s$ , donde  $s = ZG_{T+T}$ .  $Z$  se basaba en la distribución normal y una política 2 de nivel de servicio; se permitían faltantes. Muchos de los elementos del sistema de inventarios descritos en este capítulo estaban incluidos. Los paquetes más recientes incluyen políticas de revisión continua y la mayoría de los métodos de tamaño del lote descritos en la sección 2. Algunos paquetes son Manufacturing PM (Software PM, Inc.), Vantage (DCD), Flow Manufacturing Technology (American Software) e Inventory Interface (Data Interface).

## **6 EVOLUCIÓN**

Los inventarios se han usado durante siglos. Recuerde el Arsenal de Venecia del siglo XV (capítulo 1), donde el inventario de materia prima tenía que mantenerse con el fin de que la producción de barcos continuara fluyendo.

El primer tratamiento cuantitativo del inventario fue el sencillo EOQ. Éste fue desarrollado en 1915 por Harris como parte de un sistema de inventarios que comercializó. Wilson (1934) creó interés en el EOQ en círculos académicos, al igual que en las industrias. Se publicaron muy pocos artículos más hasta principios de la década de 1950. Sin embargo, el trabajo sobre la teoría matemática de los sistemas de inventarios se inició durante la Segunda Guerra Mundial. El esfuerzo dedicado en la guerra detonó la investigación sobre sistemas determinísticos y estocásticos.

Desde principios de los 50, la investigación sobre sistemas de inventarios se ha multiplicado y ahora se cuenta con miles de trabajos publicados. Las revistas más importantes en Estados Unidos son *Operations Research*, *Management Science*, *IIE Transactions*, *Decisión Sciences*, *Production and Inventory Management*, *Naval Research Logistics Quarterly* y *Mathematics of Operations Research*. Las tres publicaciones más importantes en Europa son *International Journal of Production Research*, *Operational Research Quarterly* y *Omega*.

Se resaltan aquí algunos acontecimientos importantes en el trabajo sobre inventarios. Los artículos que dieron fundamento al tratamiento riguroso de los modelos de inventarios son los de Arrow, Harris y Marschak (1951) y de Dvoretzky, Kiefer y Wolfowitz (1952a, b). Los modelos de descuentos por cantidad se atribuyen a Churchman, Ackoff y Arnoff (1957) y a Hadley y Whitin (1963). Estos dos autores se encuentran también entre los primeros en considerar restricciones de presupuesto y espacio. Los modelos ( $Q$ ,  $i?$ ) de revisión continua fueron analizados por Hadley y Whitin (1963) y más adelante tuvieron influencia en la metodología de muchos sistemas de inventarios comerciales. Bellman, Elicksberg y Gross (1955) usaron programación dinámica para resolver problemas de revisión periódica. Muchos artículos tratan sobre las políticas ( $s, S$ ). Scarf (1960) e Iglehart (1963) demostraron la optimidad de ( $s, S$ ), mientras que Erhardt (1979) y después Freelan y Porteus (1980) desarrollaron técnicas de aproximación para estas políticas.

En los últimos años, los modelos de inventarios se han ampliado a sistemas escalonados, reparación de inventarios, artículos perecederos e incluso inventarios de bancos de sangre

A través de los años, se han publicado muchos libros sobre sistemas de inventarios. Se destacan dos de ellos que, en nuestra opinión, influyeron el pensamiento de una generación de investigadores. El primero es el libro de Hadley y Whitin (1963), que presenta un tratamiento muy claro de la teoría de inventarios. El segundo es el de Brown (1967); desarrolla teoría y aplicaciones a través de una perspectiva del mundo real e introduce las curvas de intercambio y niveles de servicio.

Con todo, la teoría de inventarios es un área importante y factible, tanto en sus aspectos de investigación como de aplicación a situaciones reales.

Los inventarios son parte de la vida diaria en la industria y los negocios. No sorprende que algunos de los modelos y muchos conceptos descritos en este capítulo se usen ampliamente; se han incluido en muchos sistemas de software para el control de inventarios. Desafortunadamente, la documentación en la literatura publicada sobre el grado de aplicación de los modelos de inventarios es relativamente escasa. Sin embargo, se han podido obtener algunas indicaciones.

A partir de encuestas, el modelo más utilizado es el EOQ. Un estudio de Osteryomg *et al.* (1986) investigó empresas de manufactura, de ventas al menudeo y mayoreo y de servicios. Encontraron que 84% de ellas usaban el EOQ, a pesar de sus deficiencias (sección 2.1.1).

El uso del modelo de lote por lote también es extenso. Sus aplicaciones se ampliaron después de la introducción de la filosofía JIT (capítulo 10). Las tasas de surtido como indicación del nivel de servicio han recibido alguna atención en la industria. Como es natural, las políticas de revisión periódica y continua para el control de inventarios son parte de cualquier sistema.

Son muchas las aplicaciones exitosas de modelos de inventarios que aparecen en la literatura. El común denominador es una inversión reducida en inventario con incremento igual al servicio al cliente. Destacan el informe de Kleutghen y McGee (1985) sobre el uso de un sistema  $(s, S)$  en Pfizer Pharmaceuticals para el inventario de producto terminado. La evaluación del tamaño del lote se basó en el EOQ y el punto de reorden se calculó con base en el nivel de servicio. Desde 1985, el Departamento de Defensa de Estados Unidos ha girado instrucciones para que las oficinas de logística utilicen el modelo EOQ. Gardner (1987) reporta ahorros considerables en la U. S. Navy debidos al uso de modelos sencillos de revisión continua y EOQ. Dos revistas, *Production and Inventory Management* (publicada por APICS, American Production and Inventory Control Society) e *Interfaces*, constituyen una buena fuente de aplicaciones de inventarios.

## **7 RESUMEN**

Este capítulo está dedicado a inventarios, un amortiguador entre los procesos de abastecimiento y demanda. El inventario es un tema importante en la actualidad, en especial en el sector de manufactura. Puede mejorar tanto las utilidades como la competitividad.

Inventarios es un área amplia. Se estudió con un enfoque basado en las decisiones. Existen tres decisiones: de cantidad, de tiempo y de control. Como preámbulo se presentaron los conceptos generales de inventarios. Se consideraron sólo sistemas de demanda independiente, donde la demanda de un artículo no está relacionada con otro artículo.

Un inventario se crea por la diferencia en las tasas y los tiempos entre el abastecimiento y la demanda. Las causas de esta diferencia pueden ser cuatro factores: las economías de escala, el suavizamiento de la operación, el servicio al cliente y la incertidumbre. Existen tres tipos de inventarios: materia prima, trabajo en proceso y producto terminado. Cada uno incurre en costos que incluyen el costo de compra, el costo de ordenar (preparar), el costo de mantener y almacenar y los costos de operar el sistema. Estos costos sirven como base para el análisis de los sistemas de inventarios, en donde se hace un trueque entre los beneficios de mantenerlo y los costos asociados con tenerlo. La medida de efectividad para el inventario es el costo total promedio por unidad de tiempo.

Las decisiones de cantidad y tiempo están gobernadas por dos políticas de control de inventarios: revisión continua y revisión periódica. Se usan ambas para estudiar y modelar sistemas de inventarios.

La relevancia de los modelos de inventarios es tema de debate. Aunque algunos tienen muchas aplicaciones, los autores piensan que el mayor beneficio obtenido es una mejor comprensión del comportamiento de estos sistemas.

Acorde con el enfoque orientado a las decisiones, primero se examinaron las decisiones de cantidad, es decir, cuánto ordenar. Estos modelos se conocen como modelos de "tamaño del lote". Pueden ser modelos estáticos (demanda uniforme) o dinámicos (demanda irregular). En ambos casos la demanda es determinística.

El modelo principal para el tamaño del lote estático es el modelo clásico del lote económico (EOQ). Las variantes de este modelo incluyen EOQ con faltantes, cantidad económica a producir (EPQ) y descuentos por cantidad. Se presentaron dos políticas de descuentos por cantidad: descuento en todas las unidades y descuento incremental. Se estudió una extensión del modelo EOQ de un artículo a artículos múltiples para el caso de un entorno con restricción de recursos, como presupuesto, espacio o ambos.

El análisis de modelos de tamaño de lote dinámico se organizó según cuatro métodos: reglas simples, métodos heurísticos, el algoritmo de Wagner-Whitin y la regla de Peterson-Silver. Las reglas simples no se basan en la optimización de una función de costo. Tienen otros méritos y están entre los más usados en la industria. Incluyen la cantidad a ordenar por periodo y lote por lote. Los métodos heurísticos intentan encontrar una solución de bajo costo que no necesariamente es óptima. Estos métodos se usan cuando es imposible obtener el óptimo o cuando el problema requiere demasiado tiempo o recursos. El método heurístico de Silver-Meal encuentra el costo variable promedio mínimo por periodo para un lapso de  $m$  periodos. El método de costo unitario mínimo (CUM) encuentra el costo variable promedio por unidad, mientras que el de balanceo por periodo fragmentado (BPF) minimiza la suma de los costos variables de todos los lotes. El algoritmo de Wagner Whitin es un enfoque de optimización. Por último, la regla de Peterson-Silver es una prueba que indica cuándo se tiene una demanda irregular.

La decisión de tiempo es la segunda decisión más importante asociada con los sistemas de inventarios —cuándo ordenar—. Esta decisión no sólo influye en el nivel del inventario y, por ende, en su costo, sino también tiene relación directa con el nivel de servicio al cliente. Igual que en el caso de las decisiones de cantidad, se incluyeron los modelos clásicos. Se agruparon bajo tres títulos: decisiones de una sola vez, decisiones de tiempo continuo y decisiones de tiempo intermitentes. Todos los modelos son de un solo artículo, pero se pueden extender a artículos múltiples. La mayoría de ellos permite demanda estocástica.

La decisión de una sola vez intenta determinar el número de artículos a ordenar antes del periodo de demanda, cuando la demanda es estocástica. Con frecuencia se conoce como el "modelo del voceador", la solución de este problema es indicativa de entornos de inventarios estocásticos.

Las decisiones de tiempo continuo se estudiaron revisando el entorno de un solo artículo, en el que el tiempo se toma como variable de decisión. Se consideraron los casos tanto del EOQ como del EPQ y se introdujo el concepto de punto de reorden, que depende del tiempo de entrega. Determinar el punto de reorden para el caso determinístico es sencillo. Sin embargo, cuando la demanda o el tiempo de entrega (o ambos) varían, se necesita el inventario de seguridad y el nivel de servicio.

Se presentaron dos políticas de nivel de servicio, las políticas 1 y 2. La política 1 es un "nivel de servicio del ciclo" y la política 2 usa la tasa de reabastecimiento. Ambas políticaí; se us&n para establecer el inventario de seguridad y los niveles de servicio.

Después se consideró el modelo  $(Q, R)$ . Éste es el modelo central para los sistemas de Revisión continua con demanda estocástica. Tanto  $Q$  como  $R$  son variables de decisión, y! se uskn dos enfoques para calcularlas: uno administrativo y otro de optimización. También sej presentaron los conceptos de costo por faltantes implícito y de curvas de intercambio. Se conjcluyó la sección de sistemas de revisión continua con el inventario base y los sistemas de dos Contenedores, que tienen amplias aplicaciones en la industria.

El análisis de sistemas de revisión periódica se inició regresando al modelo EOQ. Des pués, se analizó el modelo más importante de revisión periódica  $(S, T)$ . Existen dos variabjes de decisión —el inventario meta y el periodo de revisión— y demanda estocástica. Parja el aná lisis se usó el enfoque administrativo fijando el nivel de servicio. El caso especial de rjsabaste cimiento opcional concluye la sección.

En la sección sobre decisiones de control, se presentó una metodología práctica para con trolar un sistema de inventarios de artículos múltiples. Una herramienta de apoyo importante para el análisis ABC es la teoría de Pareto. Se presentaron tanto teoría como aplicación El con trol individual por artículo usando una política de revisión periódica y ecuaciones de balance de materiales es adecuado para los artículos A. Se usa control masivo para los articule s B y C, aplicando revisión continua junto con el concepto del triángulo de control.

Se concluyó el capítulo examinando el software para sistemas de inventario y la evolución de tales sistemas.

## **EJERCICIOS ADICIONALES**

- 6.105.** Al analizar el modelo para la tasa de reabastecimiento infinita, se manejó la demanda (forao una variable continua. Si  $Q^*$  es grande, ese enfoque es satisfactorio y  $Q^*$  se redondea al entero más cercano. No obstante, es educativo examinar el caso en el que la integridad de la demanda está ga rantizada. Para hacerlo, en lugar de igualar  $f(dK(Q)/dQ) = 0$ , se trabaja con la primera ciferencia de  $K$ , es decir,  $AK(Q) = K(Q) - K(Q - 1)$ . El valor de  $Q^*$  se obtiene satisfaciendo las dos ecua ciones en diferencias:

$$AK(Q^*) < 0 \quad AK(Q^* + 1) > 0$$

Demuestre que si no se permiten faltantes, entonces  $Q^*$  es la  $Q$  más grande tal que  $Q(Q - j - 1) < 2AD/h$ .

- 6.106.** El modelo de decisión de una sola vez se desarrolló usando un enfoque de minimización iel co^to. Sin embargo, también se puede obtener un modelo de maximización de la ganancia. Además d^ la notación de la sección 3.1, sea  $c$  el costo unitario,  $v$  el precio de venta por artículo,  $\pi_0$  la pérdida^ de buena voluntad en caso de faltantes además de la venta perdida y  $w$  el precio obtenido por las leni dades que quedan al final de periodo ( $w < c$ ). Demuestre que el valor óptimo de  $Q$  está dado Jior

$$F(Q^*) = \frac{c - w}{v + \pi_0 + w}$$

- 6.107.** Para el caso del EOQ con faltantes, analice el impacto sobre  $Q^*$  y  $b^*$  de los valores dej  $h$ ,  $n$ , ir. **6.108.** Para el caso del EOQ con faltantes, demuestre que para ir = Oyix > 0 la política óptima es que no se permitan faltantes, o bien, que el artículo no se almacene. **6.109.** Repita el problema 6.107 para el caso del EPQ con faltantes.

- 6.110.** Repita el problema 6.108 para el caso del EPQ con faltantes.
- 6.111.** Presidential Electrical Co. (PEC) fabrica tarjetas maestras para computadoras personales. La demanda de la tarjeta T686 es constante y conocida de 12 000 piezas para el año próximo. Una tarjeta maestra completa consiste en la tarjeta impresa, 4 módulos SIMM, 16 chips tipo AIC y 4 chips tipo BIC. La tasa de costo anual de mantener el inventario es 20%. La política de inventario básico para PEC es que no se permiten faltantes de ninguna pieza.
- PEC compra los módulos SIMM a un proveedor; el precio es \$30.00 por módulo. El costo de colocar la orden de los módulos SIMM es \$100.00. ¿Cuál es el tamaño del lote económico? ¿Cuál es el costo promedio anual?
  - Se tiene una línea de producción para imprimir las tarjetas T686. También se usa para otros productos. La preparación de la línea para las T686 cuesta \$150.00 y su capacidad es de 30 000 piezas al año. ¿Cuál es el tamaño del lote económico? ¿Cuál será el nivel del inventario promedio de las tarjetas maestras?
  - El chip A se compra a un distribuidor a un costo por orden de \$50.00. El costo asociado por unidad es el siguiente (descuento en todas las unidades).

Costo unitario	\$2.00	\$2.80	\$1.60	\$1.50
Cantidad a ordenar ( $Q$ )	$Q < 3000$	$3000 < Q < 6000$	$6000 < Q < 9000$	$9000 < Q$

Determine la política óptima para ordenar. ¿Cuál es el costo promedio anual del inventario?

- El costo de colocar una orden para el chip B es \$75.00 y el costo unitario es \$3.00. Determine la política óptima de inventario si no se pueden invertir más de \$20 000.00 en él en cualquier momento para los dos tipos de chips IC. Determine el tamaño óptimo del lote para cada artículo. ¿Cuál es el costo promedio anual del inventario para cada artículo? (Suponga que el chip A cuesta \$1.60 sin importar la cantidad ordenada.)
- 6.112.** Apex Stereo produce diversos equipos de sonido. El de mayor venta es el MX-100 con 6000 unidades de demanda constante durante el año. Cada sistema tiene una componente de disco compacto, que se puede comprar a cualquiera de dos proveedores. El proveedor A ofrece una política de descuento incremental; el costo unitario en una orden de 500 o menos será \$20.00, las unidades excedentes a 500 cuestan \$19.90. El proveedor B ofrece descuento en todas las unidades: hasta 500 el costo de cada una es \$20.00, pero si la orden es de más de 500, todas las unidades cuestan \$19.95. El costo de colocar una orden con cualquier proveedor es \$100 y la tasa de costo de mantener el inventario es 20%. Su jefe le pide que haga una recomendación sobre qué proveedor usar y qué cantidad debe ordenarse. ¿Cuál es su recomendación?
- 6.113.** Considere el problema 6.112, respecto a Apex Stereo. Debido a una inspección de calidad de las partes que llegan, la cantidad a ordenar debe ser una de las siguientes: 125, 250, 375, 500, 625, 750, 875, 1000, 1125, 1250, 1375 o 1500. Determine qué proveedor debe elegirse para cada una de estas cantidades.
- 6.114.** En algunas ciudades de Europa existe un "mercado del día". Ésta es una forma de vender fruta y verdura frescas; los comerciantes colocan sus puestos en la mañana, por lo general en una de las plazas de la ciudad. Entre 2:00 y 3:00 P.M. desmantelan los puestos, lavan la plaza y no dejan rastro del mercado.

Para evitar embotellamientos de tránsito durante el día, la ciudad permite que los camiones de abastecimiento entreguen su mercancía sólo una vez al día —temprano en la mañana—. No se puede hacer ningún reabastecimiento durante el día.

Uno de los mercaderes puede ordenar  $n$  artículos para su puesto. Suponga que el artículo  $j$  tiene un costo de  $c_j$  dólares y precio de venta de  $V_j$  dólares por libra. La ciudad se compromete a com-

prar la mercancía no vendida al final del día y donarla a un banco de comida. La ciudad pagará  $vf_j$  dólares por libra (es obvio que  $W_j < c_j$ ). La demanda de un artículo es estocástica con función de densidad de probabilidad  $f_{ji}(P_j)$ . El comerciante tiene sólo  $M$  dólares para comprar mercancía.

Encuentre la cantidad óptima por artículo que debe comprar el mercader.

los distribuidores llegan de manera uniforme a Venus. Wilhelm trabajó con sus números e identificó la causa del error en la estimación de la demanda, sobre la que basó su propuesta. Preparó un propuesta actualizada para la política de inventarios de Le-Jeune.

Venus compra cuatro de los ingredientes que componen Le-Jeune a CHEMI, una compañía localizada en el centro de Francia. Como la fórmula de Le-Jeune es confidencial, estos ingredientes se etiquetan a, p, y y 8.

Venus manda un camión a recoger el material y lo trae a su almacén. Un viaje del camión cuesta \$490, y puede llevar 4.5 tons. El costo de almacenar estos cuatro ingredientes es 25% anual. La demanda semanal de cada ingrediente y su costo por libra son los siguientes:

Ingrediente	Demanda semanal (lb)	Costo por libra
α	50	211
β	30	44
γ	102	63
δ	73	102

En uno de los últimos viajes a CHEMI, Robert, el chofer del camión, oyó el rumor de que CHEMI intenta subir el precio de a en 10%.

Ahora, Charlotte está totalmente confundida y necesita su ayuda.

- a) ¿Cuál es la política de inventarios original propuesta por Wilhelm (con tasa de surtido de 90%)?
- b) ¿Cuál es el costo extra en el que se incurre al aceptar la petición de Morris de 99.5% de tasa de surtido?
- c) Analice la causa que hizo que Venus se equivocara al estimar la demanda.
- d) ¿Cuál es la propuesta de inventarios actualizada por Wilhelm? ¿Qué función de densidad usó?
- e) ¿Cuánto puede Venus reducir sus costos de inventario?
- f) Proponga una política de compra para los ingredientes a, P, y y 8.
- g) Existe una propuesta informal para que Venus mande un camión más pequeño a CHEMI. Su capacidad es de 1 ton; pero el viaje costaría sólo \$200. ¿Cuál es su recomendación? h) Debido a los rumores del incremento en el costo de a, ¿cuánto debe comprar Venus ahora?

Escriba un memorando a Charlotte y conteste todos los incisos anteriores. Muestre en forma adecuada todos sus desarrollos.

## **8 REFERENCIAS**

- Arrow, K. A., Harris, T. E. y Marschak, J., "Optimal Inventory Policy", *Econometrica*, 19, 250-272, 1951. Bellman, R. E., Elicksberg, I. y Gross, O., "On the Optimal Inventory Equation", *Management Science*, 2,83-104,1955. Brown, R. G., *Decisión Rules for Inventory Management*, Dryden Press, Hinsdale, II, 1967.

- Churchman, C. W., Ackoff, R. L. y Arnoff, E. L., *Introduction to Operations Research*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1957.
- Dickie, H. F., "ABC Inventory Analysis Shoots for Dollars", *Factory Management and Maintenance*, 1951.
- Dvoretzky, A., Kiefer, J. y Wolfowitz, J., "The Inventory Problems: I. Case of Known Distributions of Demand", *Econometrica*, 20, 187-222, 1952a.
- Dvoretzky, A., Kiefer, J. y Wolfowitz, J., "The Inventory Problem: II. Case of Unknown Distributions of Demand", *Econometrica*, 20, 450-466, 1952b.
- Erhardt, R., "The Power Approximation for Computing  $(s, S)$  Inventory Policies", *Management Science*, 25, 777-786, 1979.
- Freeland, J. R. y Porteus, E. L., "Evaluating the Effectiveness of a New Method of Computing Approximately Optimal  $(s, S)$  Inventory Policies", *Operations Research*, 28, 353-364, 1980.
- Gardner, E. S., "ATopDown Approach to Modelling US Navy Inventories", *Interfaces*, 17, 4, 1-7, 1987.
- Goyal, S. K., "Optimum Ordering Policy for a Multi item Single Supplier System", *Operational Research Quarterly*, 25, 2, 293-298, 1974.
- Hadley, G. y Whitin, T. M., *Analysis of Inventory Systems*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1963.
- Harris, F. W., "How Many Parts to Make at Once, Factory", *The Magazine of Management*, 10, 2, 135-136, 152, 1913.
- Harris, F., "Operations and Costs", *Factory Management Series*, Shaw, Chicago, 48-52, 1915.
- Herrón, D., "Industrial Engineering Application of ABC Curve", *AIE Transactions*, 8, junio 1976.
- Iglehart, D.L., "Optimality of  $(s, S)$  Policies in the Infinite Horizon Dynamic Inventory Problem", *Management Science*, 9, 259-267, 1963.
- Kleutgen, P. P. y McGee, J. C., "Development and Implementation of an Integrated Inventory Management Program at Pfizer Pharmaceuticals", *Interfaces*, 15, 1, 69-87, 1985.
- Kumar, S. y Arora, S., "Optimal Ordering Policy for a Multi-item, Single Supplier System with Constant Demand Rates", *Journal of the Operational Research Society*, 41, 4, 345-349, 1990.
- Osteryoung, J. A., McCarty, D. E. y Reinhart, W. J., "Use of the EOQ Model for Inventory Analysis", *Production and Inventory Management*, 27, 3, 39-45, 1986.
- Peterson, R. y Silver, E. A., *Decision Systems for Inventory Management and Production Planning*, John Wiley & Sons, Nueva York, 1979.
- Scarf, H. E., "The Optimality of  $(s, S)$  Policies in the Dynamic Inventory Problem", en Arrow, K. D., Barlin, S. y Suppes, P., eds., *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford, CA, Stamford University Press, 1960.
- Silver, E. A. y Meal, H. C., "A Heuristic for Selecting Lot Size Quantities for the Case of a Deterministic Time Varying Demand Rate and Discrete Opportunities for Replenishment", *Production and Inventory Management*, 14, 64-74, 1973.
- Wagner, H. M. y Whitin, T. M., "Dynamic Version of the Economic Lot Size: Model", *Management Science*, 5, 1, 89-96, 1958.
- Wilson, R.H., "A Scientific Routine for Stock Control", *Harvard Business Review*, 13, 116-128, 1934.
- Woodruff, D., Teece, J. E., Bhargava, S. W. y Miller, K. L., "Saturn", *Business Week*, 86-91, agosto 17, 1992.

# *Planeación de producción, capacidad y materiales*

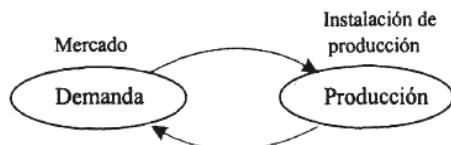
En su forma más sencilla, la relación entre el mercado (cliente) y la instalación de producción es iterativa. La demanda del mercado pide a la instalación de producción que fabrique el producto que se envía al mercado para satisfacer la demanda. Cuando se genera más demanda, el proceso se repite (figura 7-1).

En algunos casos, este ciclo se realiza de manera casi instantánea. Recuerde el ejemplo de la tienda de donas del capítulo 6. Las donas, en principio, se pueden elaborar cada vez que un cliente entre. Es sencillo manejar los cambios en la demanda siempre y cuando se cuente con la materia prima.

En otros casos el ciclo toma más tiempo. La fabricación de automóviles, por ejemplo, requiere tiempo para que la producción responda a los cambios en la demanda. Un automóvil es un producto complejo y su producción no es inmediata; deben fabricarse componentes, comprarse materiales y tiene que ensamblarse la unidad. Se necesita realizar una gran cantidad de planeación, entre otras actividades, dentro de la componente de producción de la figura 7-1. En este capítulo se analiza la planeación de la producción, la capacidad y los materiales.

## 1 INTRODUCCIÓN

Muchos productos no son entidades simples. Están compuestos de subensambles y partes, algunas compradas y otras fabricadas. Un paso en la fabricación de un producto es un plan de producción. Un plan de producción especifica las cantidades de cada producto final (artículo terminal), subensambles y partes que se necesitan en distintos puntos del tiempo. Dos requerimientos principales para la producción son la planeación y la capacidad.



**FIGURA 7-1**  
El ciclo de  
demanda-producción

mientos para generar un plan de producción son las estimaciones de demanda del producto final y un plan maestro de producción (MPS) que se usa para crear un plan de producción detallado.

Las estimaciones para la demanda del producto final se obtienen usando los métodos de pronósticos estudiados en el capítulo 4. Dado un pronóstico, se obtiene la cantidad requerida de cada componente para hacer el producto final. Aquí se hace la distinción entre **demandas dependiente y demanda independiente** (vea el capítulo 6, sección 1.2). La demanda independiente significa que no existe relación entre la necesidad de un artículo y cualquier otro artículo. (Esto no es lo mismo que independencia estadística.) Por lo general, los artículos con demanda independiente son productos finales, donde la demanda depende de las condiciones del mercado. Por otro lado, la demanda independiente implica que la necesidad de un artículo se crea por la necesidad de otro. Observe que *se pronostica* una demanda independiente, pero se *planea* una demanda dependiente.

La manufactura ocurre sólo cuando se necesitan productos con demanda dependiente. Por lo tanto, los modelos de inventarios desarrollados para artículos con demanda independiente (capítulo 6) deben modificarse para la demanda dependiente.

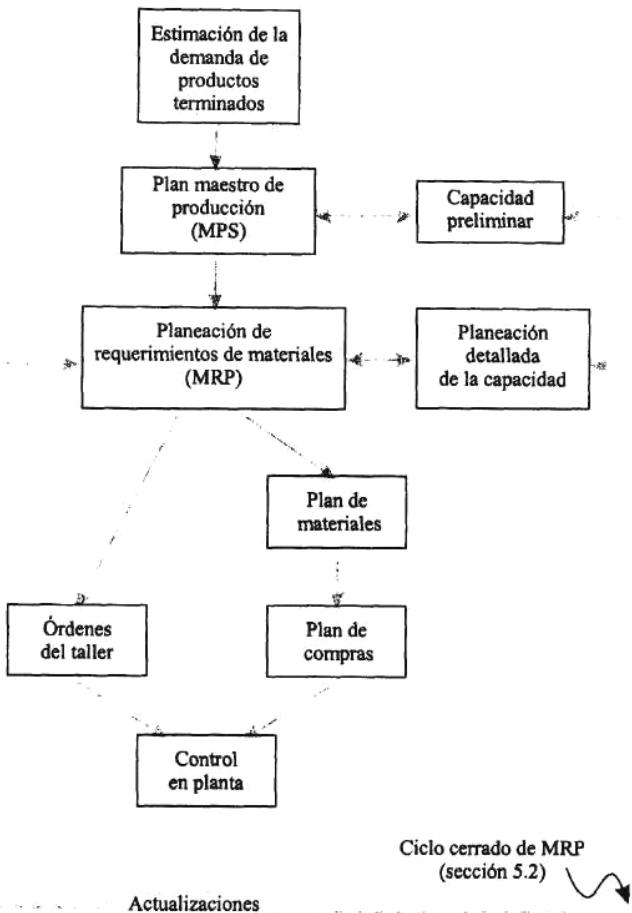
El **plan maestro de producción** (MPS) es un plan de entrega para la organización manufactorera. Incluye las cantidades exactas y los tiempos de entrega para cada producto terminado. Se deriva de las estimaciones de la demanda, aunque no necesariamente es igual a ellas. El MPS debe tomar en cuenta las restricciones de fabricación y el inventario de producto terminal. Una restricción de fabricación importante es la *capacidad*. Así, para verificar la factibilidad del MPS se lleva a cabo una evaluación inicial de la capacidad. Esto se conoce como **planeación preliminar de la capacidad**. Si la capacidad disponible es insuficiente, se cambia el MPS.

Desglosar el MPS en un programa de producción para cada componente de un producto final se logra mediante el sistema de **planeación de requerimientos de materiales** (MRP). El sistema MRP determina los requerimientos de materiales y los tiempos para cada etapa de producción. Los faltantes de materiales son otra restricción importante en la manufactura. Como complemento a este proceso se tiene la **planeación de la capacidad**.

El proceso de planeación de la producción descrito se muestra en la figura 7-2. Este proceso tiene una estructura jerárquica, desde las estimaciones de la demanda hasta el MRP. Otra manera de ver este proceso es considerar que tiene una "parte frontal" y una "parte terminar". La parte frontal es la que interactúa con la demanda del cliente, y la parte terminal interactúa con la ejecución del plan de producción. El MRP maneja la parte terminal: genera el plan para cumplir con la demanda dependiente.

El resto de este capítulo contiene un análisis profundo de las distintas etapas y conceptos del proceso de planeación de la producción. Comienza con el MPS, sigue con la planeación de la capacidad y culmina con el estudio de las características de los sistemas MRP.

- 7.1. ¿Qué es un plan de producción y cuáles son sus insumos?
- 7.2. La Julo Company fabrica marcadores de punta de fieltro. Analice la diferencia entre la demanda de sus marcadores negros (uno de los 126 productos que hacen) y su demanda de fieltro.



**FIGURA 7-2**  
Proceso de planeación  
de la producción

## 2 PLAN MAESTRO DE PRODUCCIÓN

### Panorama general

Un plan maestro de producción se genera ya sea a partir del plan agregado, si se dispone de él, o directamente de las estimaciones de la demanda de los productos finales individuales. Si el MPS se genera de un plan agregado, debe desglosarse en productos individuales. Un plan de producción agregado representa la medida global de producción de una compañía, mientras que un plan maestro de producción es un plan para fabricar —cuántos productos terminados deben fabricarse y cuándo se producirán—.

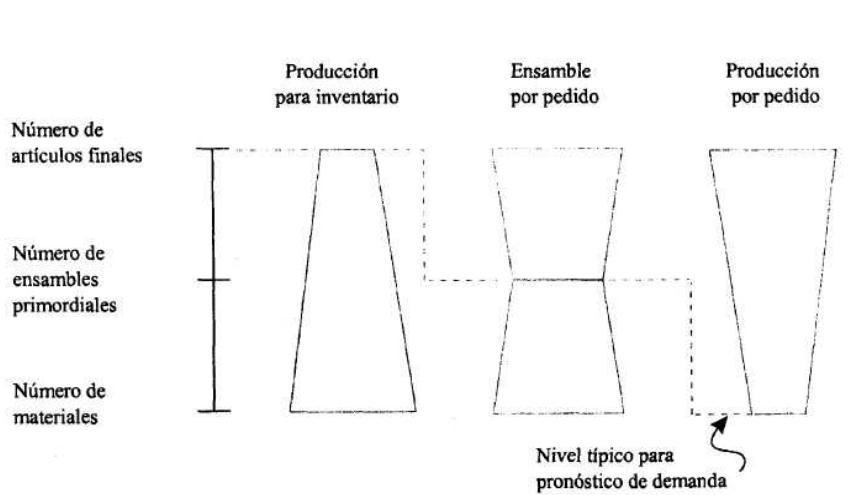
No debe confundirse el plan maestro de producción con un pronóstico. Un *pronóstico* representa una estimación de la demanda, mientras que *plan maestro de producción* constituye un plan para fabricar. No son lo mismo, aunque sus formatos puedan parecer similares. La diferencia es que un plan de producción considera el inventario existente, las restricciones de

capacidad, la disponibilidad de los materiales y el tiempo de producción; por lo tanto, las capacidades de producción se pueden cambiar en el eje del tiempo según sea necesario.

Al desarrollar un MPS, deben tomarse en cuenta la naturaleza del producto y el entorno. Por lo común se identifican tres tipos de entornos producto-mercado relacionados con el MIFs: producción para inventario (PPI), producción por pedido (PPP) y ensamblaje por pedido (EPP). La compañía con PPI produce en lotes y mantiene inventarios de producto terminado para la mayor parte de sus productos finales. La industria de electrodomésticos menores, en la que el fabricante almacena para la venta futura, es un ejemplo. La ventaja es que los tiempos de entrega al cliente (entrega de estantes) se minimizan a costa de mantener inventarios de productos terminados. En este ambiente, el MPS se realiza a nivel de producto terminado. Se considera pronósticos de demanda y ajustes para el inventario de producto terminado. La producción comienza antes de conocer la demanda con precisión. El entorno de producción para inventario es típico de las compañías que fabrican relativamente pocos artículos pero que son estándar y tienen un pronóstico de demanda bastante exacto. Es común que las compañías que producen para inventario fabriquen un pequeño número de artículos finales a partir de una gran cantidad de materia prima (incluyendo los artículos comprados), como se muestra en la figura 7-3.

En el otro extremo está el entorno de producción por pedido (figura 7-3). No se tiene un inventario de producto terminado y las órdenes de los clientes se surten zonasadas. Se negocia con el cliente una fecha de entrega para cada producto y el artículo final se coloca en el programa maestro. La producción no comienza hasta que se tiene el pedido. Este ambiente de producción, por lo general, tiene un número grande de configuraciones de productos y es difícil anticipar las necesidades exactas de un cliente específico. Un buen ejemplo son los motores de propulsión; éstos se producen sólo como respuesta a la orden de un cliente. Casi siempre el número de artículos finales y subensambles excede el número de materiales; los mismos materiales se usan para muchos productos. El MPS consiste en fechas de entrega al cliente y se puede ver como determinado por las órdenes. El MRP planea la producción y los pronósticos de demanda se usan a nivel de materia prima.

El entorno ensamblaje por pedido está entre los dos extremos. Se ensambla un gran número de artículos finales a partir de un conjunto relativamente pequeño de subensambles «estándar o módulos». La fabricación de automóviles es un ejemplo. La orden de un distribuidor especifica



**FIGURA 7-3**  
Entornos producto-mercado

qué opciones entre muchas se desean. La estructura del producto tiene la forma de un reloj de arena (figura 7-3). El número grande de artículos finales hace que las necesidades de pronósticos sean en extremo onerosas. Hace que tenga más sentido desarrollar el MPS para el módulo en lugar de a nivel de artículo final. Los módulos se fabrican para el inventario y el ensamble final se realiza cuando llega una orden de un cliente. De esta manera se logra un compromiso justo entre el costo de mantener inventario, la flexibilidad de productos y los tiempos de entrega.

Los ambientes de ensamble por pedido con frecuencia tienen dos programas maestros. Además del MPS, se tiene también un programa de ensamble final (PEF) a nivel de artículos finales. El MPS gobierna la producción de módulos y como tal está motivado por el pronóstico. El programa de ensamble final gobierna el ensamble del artículo final y está motivado por las órdenes. Existen dos tiempos de producción: el tiempo del MPS y el tiempo PEF. Cuando un cliente coloca una orden sólo se observa el tiempo del programa de ensamble final.

Ejemplo 7-1. MPS. Como un ejemplo hipotético del MPS, considere la compañía SIBUL que fabrica un número relativamente grande de teléfonos, los cuales difieren principalmente en el color y algunas características. Se eligen cuatro teléfonos en particular, a saber, tres modelos de mesa (etiquetados A, B y C) y uno de pared (D). En la tabla 7-1 se muestra un MPS semanal para esta línea de productos. En este punto, el MPS es igual al pronóstico de demanda para cada modelo.

Según este programa de producción, el modelo A se produce en cantidades uniformes de 1000 unidades por semana en enero y 2000 en febrero, mientras que las cantidades para los otros modelos son irregulares. Sin embargo, la producción mensual es estable en 12 000 unidades, lo que significa que se mantiene una fuerza de trabajo estable —característica deseable—. Observe que las cantidades para cada semana muestran el tiempo de terminación de las unidades, es decir, el número en cada celda es la cantidad que debe completarse al final de la semana asociada con esa celda.

**TABLA 7-1**  
PMP semanal

Producto	Enero				Febrero			
	Semana				Semana			
	1	2	3	4	5	6	7	8
Modelo A	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000
Modelo B	—	500	500	—	350	—	—	350
Modelo C	1500	1500	1500	1500	1000	—	1000	1000
Modelo D	600	—	600	—	—	30	200	—
Total semanal	3100	3000	3600	2500	3350	2300	3200	3350
Total mensual	12 200				12 200			

## 2.2 Planeación del MPS

Para la planeación y mantenimiento del MPS se usan registros de las etapas en el tiempo. Las cantidades de producto se colocan en espacios de tiempo llamados baldes de tiempo. Por lo general, los baldes comprenden un mes o una semana. Estos registros se pueden producir en una computadora y sirven como insumo del proceso del MRP. La planeación del MPS se parece al proceso empleado para el control de inventarios (capítulo 6), en donde la ecuación de balance

de materiales era la herramienta básica. La diferencia primordial para el MPS es que se están manejando artículos finales, por lo que es necesario hacer algunas modificaciones.

Recuerde que el MPS es un pronóstico ajustado para el inventario, las órdenes de los clientes, las restricciones de producción, etcétera. Por lo tanto, un plan para el MRP debe tener elementos que conforman un plan de producción. Por lo común, estos elementos incluyen:

**Pronóstico** —un pronóstico de entrega en el tiempo para el artículo final.

**Órdenes de clientes** —cantidades para las que se tienen órdenes de clientes sólidas y una fecha de entrega prometida.

**Inventario de fin de periodo** —inventario disponible al final del balde de tiempo.

**MPS** —cantidad de artículos finales cuya producción debe completarse en cierto balde de tiempo. Observe que debido al tiempo de entrega, la producción de esta cantidad debe comenzar antes.

**Inventario actual** —inventario disponible al inicio del primer periodo.

Para obtener el plan para el MPS se usa una tabla. Las columnas representan los períodos de tiempo y los renglones incluyen los elementos. Con el siguiente ejemplo, se muestra el proceso de planeación de MPS y los desarrollos requeridos.

**Ejemplo 7-2. Planeación para el MPS.** Suponga que se quiere el plan para el MPS para el modelo A del ejemplo anterior. La naturaleza del entorno producto-mercado es tal que se trata de un ambiente de producción para inventario. (Se usa el mismo procedimiento para el ensamblaje por pedido.) Se supone que no se mantiene un inventario de seguridad para el artículo final. Para mostrar el impacto de las distintas políticas de producción, se consideran dos de ellas: producción en lotes y 1 pieza por lote. La tabla 7-2 muestra los datos iniciales. El balde de tiempo es una semana. El resto de los elementos se calculan; se estudiará ahora el método de cálculo.

Para calcular el inventario y los elementos del MPS se usa la siguiente versión de la ecuación de balance de materiales:

$$I_t = I_{t-1} + F_t - O_t$$

donde  $I_t$  = inventario de producto terminado al final de la semana  $t$

$F_t$  = cantidad fabricada que debe completarse en la semana  $t$  (elemento del MP)

$F_t$  = pronóstico para la semana  $t$

$O_t$  = órdenes de los clientes que deben entregarse en la semana  $t$

Se puede verificar que esta ecuación representa un balance de materiales: el nivel del inventario actual es igual al nivel anterior más la producción programada menos la cantidad que se espera entregar. Como se trata de un ambiente de producir para el inventario, se espera entregar a cantidad pronosticada, a menos que las órdenes de los clientes excedan esa cantidad, esto es,  $\min\{F_t, O_t\}$ .

Aquí  $Q_t$  es la única variable de decisión en la ecuación; el resto está dado o bien son valores calculados.

<b>Inventario actual = 1600</b>	<b>Semana</b>							
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>
<b><math>F_t</math></b>	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000
<b><math>O_t</math></b>	1200	800	300	200	100	0	0	0

Usando la ecuación de balance de materiales se pueden evaluar los valores de  $I_t$  y los tiempos para  $Q_t$ . Se comienza con una política de producción por lotes.

**Producción por lotes.** Suponga que el tamaño del lote por balde de tiempo es 2500. El procedimiento es como sigue:

1. Se usa la ecuación de balance de material para evaluar  $I_t$ , suponiendo que  $Q_t = 0$ .

$$I_t = \max\{0, I_{t-1}\} - \max\{F_t, O_t\}$$

$$Q_t = \begin{cases} 0 & \text{si } I_t > 0 \\ 2500 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

2. Si  $Q_t > 0$ , se vuelve a evaluar  $I_t$  mediante  $I_t = Q_t + I_{t-1} - \max\{F_t, O_t\}$ .

Como ejemplo considere las primeras dos semanas:

Semana 1:

$$I_1 = \max\{0, 1600\} - \max\{1000, 1200\} = 400 > 0$$

es decir,  $Q_1 = 0$ .

Semana 2:

$$I_2 = \max\{0, 400\} - \max\{1000, 800\} = -600 < 0$$

es decir, se programa  $Q_2 = 2500$  y se evalúa  $I_2$  de nuevo.

$$I_2 = 2500 + 400 - \max\{1000, 800\} = 1900$$

Los valores de  $I_t$  y  $Q_t$  para el resto de las semanas se muestran en la tabla 7-3, donde los valores de decisión están en negritas y los valores calculados están subrayados.

Cuando el MPS se basa en los pronósticos (por ejemplo, en sistemas de producir para inventario y ensamblar por pedido), es importante un concepto conocido como **disponible para promesa** (DPP). Dados el programa maestro y el inventario de artículos finales, se puede asignar cierta cantidad a las órdenes de los clientes, con el recordatorio *disponible* para cumplir con demandas futuras. Así, cuando llega una nueva orden, DPP indicará si el programa tiene suficientes artículos disponibles para entregar la orden a tiempo. Si no es así, la orden tiene que revisarse o prevenirse. Se hace hincapié en que el MPS se genera usando  $F_t, O_t$  e  $I_t$ . Sin embargo, el DPP no toma en cuenta los pronósticos, sólo la decisión del MPS, el inventario inicial y las órdenes de los clientes. La importancia

TABLA 7-3  
Plan MPS

Inventario actual = 1600	Semana							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_t$	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000
$O_t$	1200	800	300	200	100	0	0	0
$I_t$	<u>400</u>	<u>1900</u>	<u>900</u>	<u>2400</u>	<u>400</u>	<u>900</u>	<u>1400</u>	<u>1900</u>
MPS		<u>2500</u>		<u>2500</u>		<u>2500</u>	<u>2500</u>	<u>2500</u>

**TABLA 7-4**

Plan final del MPS para la política de producción por lotes

Inventario actual = 1600	Semana							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_t$	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000
$O_t$	1200	800	300	200	100	0	0	0
$I_t$	400	0	0	0	0	0	0	0
MPS		600	1000	1000	2000	2000	2000	2000
DPP	400	0	700	800	1900	2000	2000	2000

de DPP estriba en el hecho de que puede dar al personal de ventas la flexibilidad de prometer fechas de entrega más exactas cuando llegan las nuevas órdenes.

En principio, el valor del DPP es la diferencia entre  $Q_t$  para cierta semana y el valor acumulado de las órdenes de los clientes entre esta semana y la siguiente, para la cual  $Q_t > 0$ . Para la primera semana, se suma a  $Q_t$  el valor del inventario actual. Para ilustrar esto, considere las primeras cuatro semanas.

1.  $DPP = 1600 + 0 - 1200 = 400$
2.  $DPP = 2500 - (800 + 300) = 1400$
3. Cubierto por el DPP de la segunda semana
4.  $DPP = 2500 - (200 + 100) = 2200$

El DPP sólo puede tener valores positivos.

Los resultados se muestran en la tabla 7-4. El DPP debe actualizarse siempre que llegue una nueva orden.

**Producción lote por lote.** Con esta política, la cantidad fabricada cada semana es exactamente igual a la demanda esperada semanal, ajustada para el inventario. El plan del MPS final se muestra en la tabla 7-5. Observe que, para este artículo en particular, la política de lote por lote de una producción más suave que la política de lotes. No obstante, a este nivel no debe suavizarse a producción. Esto conduce de regreso al plan agregado. Los cuatro teléfonos distintos requieren básicamente los mismos recursos de manufactura. El suavizamiento de la producción a ese nivel mantendrá la fuerza de trabajo y otros recursos en niveles uniformes, aun cuando la producción de un artículo individual no esté nivelada.

**TABLA 7-5**

Plan final del MPS para la política de producción por lotes

Inventario actual = 1600	Semana							
	1	2	3	4	5	6	7	8
$F_t$	1000	1000	1000	1000	2000	2000	2000	2000
$O_t$	1200	800	300	200	100	0	0	0
$I_t$	400	0	0	0	0	0	0	0
MPS		600	1000	1000	2000	2000	2000	2000
DPP	400	0	700	800	1900	2000	2000	2000

## 2.3 Modelado de MPS

Aunque es fácil comprender el concepto de programa maestro de producción, no hay consenso sobre cómo modelar este problema. Aún más, la naturaleza del problema es diferente para los entornos de producción para inventario, ensamble por pedido y producción por pedido. En esta sección se muestran los modelos para el problema del programa maestro para la producción para inventario y el ensamble por pedido.

### 2.3.1 Modelado de producción para inventario

En la PPI se tiene un pronóstico para cada artículo final y se debe elegir el tamaño del lote para el último paso de producción (por lo general el ensamblaje). Así, se trata de una versión compleja del problema del tamaño del lote que se analizó en el capítulo 6. Aquí también se hace un trueque entre el costo de preparación y el costo del inventario de producto terminado. El ambiente de productos múltiples y capacidad de producción limitada aumenta la complejidad del problema. Debido a la restricción de capacidad, existe dependencia entre los tamaños de los lotes para los artículos; por lo tanto, no es probable que la solución independiente para cada artículo conduzca a una solución factible.

La formulación matemática de este problema es la siguiente:

Sea

$Q_{it}$  = cantidad a producir del artículo  $i$  en el periodo  $t$

$I_{it}$  = inventario del producto  $i$  al final del periodo  $t$  ( $i = 1, \dots, n$ ;  $t = 1, \dots, T$ )

$D_{it}$  = demanda (requerimientos) del producto  $i$  en el periodo  $t$

$a_i$  = horas de producción por unidad del producto  $i$

$h_i$  = costo de mantener el inventario por unidad de producto  $i$  por periodo

$A_i$  = costo de preparación para el producto  $i$

$G_t$  = horas de producción disponibles en el periodo  $t$

$y_{it}$  indica si debe incurrirse o no en el costo de preparación para el producto  $i$  en el periodo  $t$  (es decir,  $Q_{it} > 0$  implica que  $y_{it} = 1$ , y  $Q_{it} = 0$  implica que  $y_{it} = 0$ )

Una formulación de programación entera es

$$\text{Minimizar } \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T (A_i y_{it} + h_i I_{it})$$

sujeta a

$$I_{i,t-1} + Q_{it} - I_{it} = D_{it} \quad \text{para toda } (i, t) \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^n a_i Q_{it} \leq G_t \quad \text{para toda } t \quad (2)$$

$$Q_{it} - y_{it} \sum_{k=1}^T D_{ik} \leq 0 \quad \text{para toda } (i, t) \quad (3)$$

$$Q_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0, y_{it} = 0, 1 \quad \text{para toda } (i, t) \quad (4)$$

La función objetivo minimiza la suma del costo de preparación y el costo de mantener inventario, los cuales son costos relevantes para este modelo.

La primera restricción es la ecuación de balance de materiales; la segunda es la restricción de capacidad, y la tercera garantiza que la producción de un periodo a otro no excederá la demanda total acumulada. La última restricción hace todas las variables no negativas, lo que implica que no se permiten faltantes.

La restricción de capacidad (2) se puede determinar por el ensamble final o cualquier otra operación cuello de botella. Se pueden agregar al modelo características adicionales como tiempo extra, subcontratación y órdenes atrasadas, de una manera similar a los modelos de programación lineal estudiados en el capítulo 5.

Para muchos problemas del mundo real, el número de variables y restricciones "explota"; esto evita que se pueda encontrar una solución óptima. En Maes y Van Wassenhove (1986) se puede encontrar un modelo heurístico eficiente para resolver este problema.

### **2.3.2 Modelado de ensamble por pedido**

En un entorno de EPP existen dos programas maestros: el MPS a nivel de módulos y el programa de ensamble final a nivel de artículo final. El MPS está motivado por el pronóstico, mientras que las órdenes ponen en marcha el PEF. Esto puede causar discrepancias entre los módulos producidos a partir del pronóstico y los módulos que en realidad se requieren para las órdenes de los clientes. Como resultado, se genera un inventario y de nuevo se tiene un trueque entre el costo de excedentes y el costo de faltantes. Existen dos tipos de costo por faltantes: las ventas perdidas y las órdenes atrasadas. Baker<sup>1</sup> propone una formulación para este problema con las siguientes suposiciones:

- Un MPS conocido y los niveles de inventario inicial determinan cuánto de cada módulo estará disponible en cada periodo para horizonte de  $T$  periodos.
- Las demandas de los clientes se conocen durante todo el horizonte de planeación y se permiten órdenes atrasadas.

Si se tienen  $m$  tipos de módulos y  $n$  tipos de productos, la siguiente información puede obtenerse del MPS y de la estructura del producto:  $Q_{kt}$  es la cantidad del módulo  $k$  producida en el periodo  $t$  y  $g_{kj}$  es el número de módulos del tipo  $j$  requeridos para ensamblar la orden  $y$ , que incluye un tipo de producto.

Existen dos variables de decisión:  $I_{kj}$  (inventario del módulo  $k$  al final del periodo  $t$ ) y

$$y_{jt} = \begin{cases} 1 & \text{si la orden } j \text{ se ensambla y entrega en el periodo } t \\ 0 & \text{de otra manera} \end{cases}$$

Si hubiera pedidos múltiples para un producto dado, cada uno estaría representado por un índice  $j$  diferente.

Además, sean  $h_k$  el costo por periodo de mantener en inventario una unidad del módulo  $k$  y  $7t_j$  el costo de la sanción si la orden  $j$  se satisface en el periodo  $t$ . Entonces, si la orden  $j$  debe entregarse en el periodo  $t'$  ( $t' < t$ ) y se satisface en el periodo  $t$ , esta orden acumula una sanción

La suposición es que el ensamble y la entrega de una orden ocurren en el mismo periodo. Para el caso de capacidad infinita, ésta es una suposición factible. Si hay un faltante o la capacidad es limitada, la orden se entrega en un periodo  $t$  posterior, y se incurre en una penalización

<sup>1</sup>Adaptado de Baker (en Graves *et al.* (1993)) con el amable permiso de Elsevier Science-NL, Sara Burgerhartstraat 25, 1055 KV Amsterdam, Holanda.

den  $j_t$ . Por otro lado, en caso de que se quiera evitar falta de capacidad en el periodo  $t$  y que una orden de manufactura  $j$  de un periodo anterior deba entregarse en el periodo  $t$ , se establece un costo de penalización  $7t_{jt}$  que refleje el costo de mantener el orden. Sea

$G$ , el número de horas de ensamble disponibles en el periodo  $t$  y sea  $Q_j$  el número de horas requeridas por la orden  $j$ . El modelo entero mixto es

$$\text{Maximizar } \sum_{k=1}^m \sum_{t=1}^L h_k I_{kt} + \sum_{j=1}^n \sum_{t=1}^L \pi_{jt} y_{jt}$$

sujeta a

$$I_{kt} = I_{k,t-1} + Q_{kt} - \sum_{j=1}^n g_{kj} y_{jt} \quad \text{para toda } (k, t)$$

$$\sum_{j=1}^n a_j y_{jt} \leq G_t \quad \text{para toda } t$$

$$\sum_{t=1}^L y_{jt} = 1 \quad \text{para toda } j$$

$$I_{kt} \geq 0 \quad y_{jt} = 0, 1 \quad \text{para toda } j, k, t$$

Las primeras dos restricciones son las familiares ecuaciones de balance de material y la restricción de capacidad, respectivamente. La última restricción garantiza que la orden 7 se realice en sólo un periodo.

En este modelo se hace la suposición tácita de que se conoce el MPS para  $T$  periodos y que las órdenes sólidas se conocen para  $L$  periodos, donde  $L < T$ . Las decisiones de asignación se toman para los primeros  $L$  periodos y cuando llega una orden nueva, se hacen nuevas asignaciones.  $L$  se llama periodo de acumulación, y este parámetro ya no conducirá a mejores decisiones. De nuevo, el número de restricciones crece de manera explosiva para problemas del mundo real.

## 2.4 Planeación de la capacidad

Hasta ahora, el MPS no ha considerado la capacidad detallada, un elemento crucial para su implantación. La instalación de producción, constituida por centros de trabajo, máquinas, equipo de manejo de materiales, etcétera, tiene una capacidad finita. Sólo se puede ensamblar cierto número de teléfonos por semana en una estación de ensamble. La capacidad se puede medir en términos de las unidades de producto por unidad de tiempo que puede producir una instalación. Otra unidad común de medida es la hora. Si el MPS pide tasas de producción más altas que las disponibles, se tiene un faltante de capacidad y el resultado será entregas tardías. Debe aumentarse la capacidad (si es posible) o bien ajustar el MPS. Por otro lado, si el MPS pide una tasa de producción menor que la capacidad instalada, se tiene capacidad ociosa. Dado que el MPS refleja la demanda del mercado, debe evitarse producir para almacenar sólo para incrementar el uso de la instalación. Es una manera muy costosa de lograr una alta utilización. Si el exceso de capacidad va a durar un plazo largo, es adecuado hacer una reducción de capacidad. La capacidad de una planta de producción, en la que el producto fluye a través de cierto número de esta-

ciones de trabajo, se determina por sus operaciones cuello de botella. Un cuello de botella es una operación que limita la salida.

Existen dos niveles en los que se evalúa la capacidad: el nivel del MPS y el del PRM (vea la figura 7-2). En el nivel MPS se realiza una verificación rápida de la capacidad total para en contrar la factibilidad del MPS. Esta verificación puede identificar violaciones a la capacidad, pero no puede garantizar la implantación; por lo general, se realiza a nivel de los departamentos o centros de trabajo. Por esto recibe el nombre de planeación preliminar de la capacidad (PPC). Sin embargo, un programa factible del tipo del MPS no necesariamente garantiza un programa factible para el PRM. En este nivel más detallado se toman en cuenta los subensamblajes y las componentes, lo cual se refleja en el uso de máquinas u operaciones de ensamble individuales. Por lo tanto, aquí se realiza otra verificación de la capacidad o una planeación *detallada* de la capacidad, que casi siempre se etiqueta como CRP (por planeación de requerimientos de capacidad). Los dos procesos son de naturaleza similar.

El término *planeación de la capacidad* se puede prestar a una mala interpretación. Tan sólo la PPC como la CRP son herramientas de información y no de decisión. Indican qué restricciones de capacidad se violan, pero no proporcionan una guía para resolver el conflicto. Se usará el siguiente ejemplo para ilustrar.

**Ejemplo 7-3. Planeación de la capacidad.** Considere el MPS del ejemplo 7-1 para el mes de enero. En la tabla 7-6 se dan las cantidades en el tiempo para los cuatro modelos de teléfonos

TABLA 7-6  
Ejemplo de capacidad

	a) MPS			
	Semana			
	1	2	3	4
Modelo A	1000	1000	1000	1000
Modelo B		500	500	
Modelo C	1500	1500	1500	1500
Modelo D	600		600	

	b) Carga de capacidad (min)	
	Ensamble	Inspección
	Modelo A	2.0
Modelo B	24	2.5
Modelo C	22	2.0
Modelo D	25	2.4

	c) Capacidad requerida (h)				
	Semana				Capacidad disponible por semana
	1	2	3	4	
Ensamble	1133	1083	1333	883	1200
Inspección	107	104	128	83	110

La producción de teléfonos requiere un centro de ensamble y una estación de inspección. La tabla 7-6») muestra la **lista de capacidad**, es decir, el tiempo de operación por unidad de tiempo (en minutos) requerido en cada centro de trabajo. La lista de capacidad permite convertir las cantidades en el MPS en un perfil de los requerimientos de capacidad. Los requerimientos de capacidad para cada semana se muestran en la parte c) de la tabla 7-6. Por ejemplo, la capacidad requerida para la semana 1 se calcula como sigue:

$$\text{Ensamble: } 1000 \times 20 + 1500 \times 22 + 600 \times 25 = 68\,000 \text{ min} = 1133.33 \text{ h}$$

aproximadamente 1133 h.

$$\text{Inspección: } 1000 \times 2.0 + 1500 \times 2.0 + 600 \times 2.4 = 6440 \text{ min} = 107.33 \text{ h}$$

aproximadamente 107 h.

La capacidad se mide en horas y no en unidades por hora. La capacidad disponible por semana es 1200 horas para el centro de trabajo de ensamble y 110 horas para la estación de inspección. Se puede observar de inmediato que las restricciones de capacidad se violan en la semana 3 para las operaciones tanto de ensamble como de inspección. La planeación de la capacidad proporciona una señal de que alguna restricción de capacidad se ha violado, pero no da la manera de responder a este problema de capacidad.

Una respuesta es volver a programar las cantidades de ensamble. Por ejemplo, si se mueven 600 unidades de la semana 3 a la semana 4, se obtiene el perfil de carga que se muestra en la tabla 7-7. De esta manera se elimina la violación a la capacidad. Sin embargo, ni la PPC ni el CRP indican cómo hacer esto.

**TABLA 7-7**  
Perfiles de carga

	<b>Semana</b>			
	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>
<b>Ensamble</b>	1133	1083	1083	1133
<b>Inspección</b>	107	104	104	107

Como la planeación de la capacidad es sólo una herramienta de información, se considera como planeación de **capacidad infinita**. Las violaciones a la capacidad se ignoran y deben eliminarse después. Esta característica de capacidad infinita con frecuencia se cita como una debilidad de los sistemas de PRM. Es difícil superar este punto débil. La naturaleza combinatoria de este problema *NP-duro* (vea el cuadro 8-1) hace que sea complicado aplicar cualquier algoritmo de solución en situaciones de la vida real. No obstante, en los últimos años se ha progresado en este tema (capítulo 10).

Cuando no se dispone de una carga de capacidad detallada, se usa un método llamado **planeación de la capacidad usando factores globales** (PCFG). Los insumos requeridos para este método son los datos del MPS y los factores de planeación derivados de los estándares o de los datos históricos. Es común que estos factores de planeación sean las horas totales estándar de las máquinas o la mano de obra requerida para completar la fabricación (o el ensamble) del producto final. Al aplicar estos tiempos estándar al MPS se llega a una estimación de la mano de obra total requerida o las horas máquina por periodo. El siguiente paso es asignar el número total de horas a cada centro de trabajo. Esta asignación se hace usando datos históricos sobre cargas de trabajo de la planta, donde la carga para cada centro de trabajo (máquina) se expresa en porcentaje. Estos porcentajes son los factores globales usados para la planeación de la capacidad. (Se encuentran más detalles en Vollman, Berry y Whybark (1992).)

tos menores de datos. Sin embargo, ignoran los tiempos de entrega reales, lo que da como resultado que las cargas de trabajo no consideren retrasos en los distintos centros de trabajo. La planeación preliminar de la capacidad (PPC) identifica las violaciones obvias de manera que se pueden hacer ajustes antes de calcular el PRM detallado. En cualquier caso, el programa maestro debe revisarse con el fin de hacer planes factibles.

## **2.5 Modelado de la capacidad**

En lugar de usar métodos exactos para superar la suposición tácita de capacidad infinita de la PPC y el CRP, se puede usar un método heurístico. Mientras que éste no garantiza una solución óptima, tampoco tiene el problema de la explosión combinatoria de los métodos exactos.

Un método heurístico para planeación de capacidad finita se basa en el análisis de entrada/salida (I/O) y fue desarrollado por Karni.<sup>2</sup> En él se considera la relación entre la capacidad y el tiempo de entrega. En el proceso de MRP estándar, el tiempo de entrega se toma como un parámetro constante ignorando los niveles de capacidad. El análisis de I/O relaciona ambos para un centro de trabajo específico. Sea

- $G$  = capacidad del centro de trabajo
- $R_t$  = liberación de trabajo para el centro en el periodo  $t$
- $Q_t$  = producción (salida) del centro de trabajo en el periodo  $t$
- $W_t$  = trabajo en proceso en el periodo  $t$
- $U_t$  = cola en el centro de trabajo medida al principio del periodo  $t$ , antes de poner en circulación el trabajo
- $L_t$  = tiempo de entrega en el centro de trabajo en el periodo  $t$

Todos los elementos anteriores, excepto  $L_t$ , se miden en unidades comunes como horas o unidades físicas.  $L_t$  se mide en semanas (o meses). Por ejemplo,  $R_2 = 20$  significa que la producción que se pide en la semana 2 requerirá 20 horas del centro de trabajo (o 20 unidades, dependiendo de la unidad de medida).

La producción planeada  $R_t$  se obtiene del proceso del MRP. La capacidad  $G$  está dada, y el resto de los elementos se obtiene a través del método heurístico. El análisis de I/O detalla el comportamiento del tiempo de entrega a través del tiempo mediante las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} Q_t &= \min\{G, U_{t+1} + R_t\} && \text{el nivel de producción es el mínimo} \\ &&& \text{del trabajo disponible o de la capacidad} \\ U_t &= U_{t-1} + R_t - Q_t && \text{cambios en el tamaño de la cola} \\ W_t &= U_{t-1} + R_t = U_t + Q_t \\ L_t &= \frac{W_t}{G} \end{aligned}$$

Este modelo sugiere que el tiempo de entrega no es constante, sino que puede variar según los niveles de producción. Así, el modelo I/O proporciona un enfoque más realista para la representación del tiempo de entrega.

<sup>2</sup> Adaptado de Karni (1982) con el amable permiso de Taylor & Francis.

Este modelo tiene dos suposiciones tácitas: la tasa de producción es constante para cualquier nivel positivo de trabajo en proceso y el tiempo real de producción es pequeño comparado con el periodo; es decir, mientras exista capacidad, la orden que se pide en este periodo se completa en este periodo. Conforme los periodos sean más pequeños, el tiempo de procesamiento y la transferencia de materiales pueden invalidar esta suposición.

El modelo I/O se puede implantar usando una hoja de cálculo. En ella se pueden realizar dos tipos de análisis: el análisis del tiempo de entrega para  $G$  y  $R$ , dados, y el análisis de capacidad para un tiempo de entrega dado (digamos por el MRP). Para demostrar estos dos análisis se usa el siguiente ejemplo en hoja de cálculo.

**Ejemplo 7-4. Modelado de la capacidad.** En la instalación de fabricación de teléfonos, la operación final es empaque; en ella, cada teléfono se coloca en una caja de cartón. Esta operación es manual y se realiza en las "mesas de empaque". Cada estación de trabajo tiene una capacidad de 36 horas. El formato de hoja de cálculo descrito en la tabla 7-8 presenta los cálculos del tiempo de entrega. Los elementos para  $G$  están en horas por semana; el tiempo de entrega en semanas, y los demás en horas.

Se puede observar que el tiempo de entrega no es constante, fluctúa entre 0.83 y 1.67 semanas. Si el tiempo de entrega de la producción especificado en el MRP es 2 semanas, la capacidad anterior es adecuada. Aún más, investigando entre los valores potenciales de la capacidad, se encuentra que 2 semanas de tiempo de entrega se pueden lograr con 32 horas-semana. Mejor aún, ese tiempo de entrega se puede reducir a 1.5 semanas.

**TABLA 7-8**  
Análisis de I/O

	Periodo						
	0	1	2	3	4	5	6
$G$		36	36	36	36	36	36
$R_t$		20	30	60	20	40	40
$Q_t$		30	30	36	36	36	36
$U_t$	10	0	0	24	8	12	16
$W_t$		30	30	60	44	48	52
$L_t$		0.83	0.83	1.67	1.22	1.33	1.44

## SECCIÓN 2 EJERCICIOS

- 7.3. Describa la diferencia entre los pronósticos de demanda y el MPS de los marcadores de la Julio Company.
- 7.4. Dé un ejemplo de un proceso de manufactura cuya estructura lleve a:
  - a) un entorno de PPI
  - b) un entorno de PPP
  - c) un entorno de EPP
- 7.5. Azure Mills, Inc., produce pinturas de óleo para artistas en cientos de colores y tamaños de contenedores. Compran pigmentos de colores primarios a granel. Con ellos, mezclan y empacan sus artículos finales. ¿Qué ambiente producto-mercado sería el más adecuado para el MPS de Azure Mills?
- 7.6. ¿Qué insumos se requieren para derivar un plan para el MPS?

**7.7.** Dados los pronósticos, las órdenes de los clientes y el inventario disponible mostrado para un producto en un entorno de EPP, derive el MPS para

- producción lote por lote
- producción en lotes donde el tamaño del lote es 8000

Inventario actual	= 7500	Semana					
		1	2	3	4	5	6
$F, O,$		6000	6000	5600	5000	6000	0
		4600	4000	3500	500		5000

**7.8.** Agregue los valores de DPP para el plan MPS del problema 7.7.

**7.9.** Para los datos del problema 7.7, desarrolle el MPS si la demanda del producto se compleja en un Entorno de PPP.

**7.10.** Formule matemáticamente el problema del MPS usando los costos, requerimientos y tiempos que se muestran en la tabla con dos productos, para un horizonte de planeación de tres semanas, con 1200 horas por semana. Éste es un entorno PPI.

Semana	Demanda (unidades)			actual	Horas/unidad	Costo (\$)	
	1	2	3			Prep.	Mant.
P1	200	250	150	100	2.50	3.75	0.65
P2	560	590	700	50	1.20	5.50	0.23

**7.11.** Dados los siguientes datos para un ambiente de EPP, formule matemáticamente el problema del MPS. Existen tres módulos que se ensamblan para producir dos productos. En este momento hay seis órdenes que cumplir durante los próximos tres períodos. Se dispone de 112 horas de tiempo de producción en cada período.

Órdenes de clientes			
Orden $i$	Producto $j$	Cantidad $O_i$	Semana de entrega $t$
1	1	15	1
2	2	30	1
3	1	20	2
4	2	30	2
5	1	10	3
6	2	20	3

$i$	$k$		
	1	2	3
1	3	2	1
2	1	1	1

$q_{it}$  - número de módulos tipo  $k$  requeridos para ensamblar el producto  $i$

		$g_{kj}$						
		$j$						
$k$		1	2	3	4	5	6	Total
1		45	30	60	30	30	20	215
2		30	30	40	30	20	20	170
3		15	60	20	60	10	40	205

$g_{kj}$  = número de módulos tipo  $k$  requeridos para la orden  $j$

		$\pi_{jt}$						
		$j$						
$k$		1	2	3	4	5	6	
1		0	0	0.45	0.30	0.45	0.30	
2		1	1	0	0	0.90	0.60	
3		2	2	1	1	0	0	

$\pi_{jt}$  = costo de penalización si la orden se satisface en el periodo  $t$

$h_k$		
$h_1$	$h_2$	$h_3$
0.120	0.010	0.085

$h_k$  = costo de mantener el módulo  $k$  por periodo por unidad

$a_j$					
$a_1$	$a_2$	$a_3$	$a_4$	$a_5$	$a_6$
45	66	60	66	30	44

$a_j$  = horas de ensamble por orden  $j$

- 7.12. ¿Qué es un cuello de botella y qué significado tiene una operación de cuello de botella en una planta de producción?
- 7.13. ¿Cuál es la diferencia entre la planeación preliminar de la capacidad y la planeación detallada de la capacidad? ¿Cuál es la limitación más importante de estos procedimientos?
- 7.14. Pell Sons Boats fabrica tres tipos de barcos de vela. Su operación de ensamble final comprende tres centros de trabajo: pintura, instalación del mástil y encordado. Dado el MPS y la capacidad para PBS, Inc. que se muestra en las tablas que siguen, establezca un perfil de la capacidad. Si es necesario, sugiera un MPS alternativo que sea factible.

Semana	MPS (unidades)							
	1	2	3	4	5	6	7	8
Barco 1	94	93	42	33	73	87	71	98
Barco 2	65	20	48	57	77	37	74	40
Barco 3	71	53	56	22	91	79	93	66

Uso de la capacidad (unidades)			
	Pintura	Mástil	Cuerda
Barco 1	43	22	17
Barco 2	57	30	23
Barco 3	90	50	41

- 7.15. Los siguientes datos representan las órdenes planeadas que se mandan a un centro de trabajo de ensamble, que tiene una capacidad de 475 horas por semana. Utilice el método de análisis de I/O de Karni (1982) para analizar los tiempos de entrega, suponiendo que  $U_o = 0$ .

	Semana					
	1	2	3	4	5	6
$R_i$	379	508	248	295	351	227

- 7.16. Utilice los datos del problema 7.15 para determinar la capacidad adicional que se requerirá para lograr un tiempo de entrega de 0.5 semanas para ese volumen de trabajo.
- 7.17. Rock Huggers, Inc. fabrica cuatro tipos de zapatos deportivos: Chewy, Tally, Ammy y Grandy. La persona que planea la producción para RHI, Blick Carry, recibió el siguiente pronóstico del de partamento de ventas:

Pronósticos, en pares y 1000

	Septiembre				Octubre			
	1	2	3	4	5	6	7	8
Chewy	98	94	93	87	73	71	42	33
Tally	74	71	57	33	28	18	12	9
Ammy	50	48	21	13	11	9	4	2
Grandy	24	24	21	18	17	16	16	8

Blick recibió también los siguientes datos que representan las órdenes de los clientes park esas Remanas:

Órdenes de clientes, en pares < 1000

	Septiembre				Octubre			
	1	2	3	4	5	6	7	8
Chewy	93	93	78	71	61	27	11	3
Tally	63	61	59	37	24	15	11	10
Ammy	44	34	19	18	17	14	8	7
Grandy	30	29	24	14	7	5	4	1

Las cantidades en inventario de los modelos Chewy, Tally, Ammy y Grandy son 129 000, 108 000, 79 000 y 43 000, respectivamente. Los departamentos de producción quieren que Blick programe en tamaños de lotes que sean múltiplos de 100 000. ¿Cuáles serían las cantidades del MPS de Blick para los cuatro tipos de zapatos?

**7.18.**

Inventario actual = 890	Semana						
	1	2	3	4	5	6	7
$F_t$							
$O_t$	973	929	746	574	538	181	120
$I_t$	917	988	169	449	836	296	897
MPS	1000	1000	0	1000	1000	0	1000

- 7.19.** Un buen cliente de Rock Huggers, Inc. (vea el ejercicio 7.17) llama a la compañía en la semana 1 para hacer un pedido urgente de 14 000 pares de Chewys y 25 000 pares de Grandys. ¿En qué tiempo puede esperar el cliente recibir los zapatos?
- 7.20.** ¿Por qué no se usan las cantidades en inventario para calcular las cifras de disponible para promesa después del primer periodo?
- 7.21.** Trabaje de nuevo en los cálculos para Rock Huggers, Inc. usando una política de lote por lote. ¿Qué plan es el mejor y por qué?
- 7.22.** Encuentre una solución factible para el modelo del MPS que se formuló en el ejercicio 7.10.
- 7.23.** Establezca la relación matemática entre  $Q_{kt}$  y  $g_{kj}$  en el modelo del MPS para entornos de EPP.

## **3 PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES**

### **3.1 Panorama general**

Durante las dos últimas décadas, muchas compañías industriales han cambiado sus sistemas de inventarios, y en lugar de manejarlos como sistemas de punto de reorden (enfoque de demanda independiente), ahora los manejan como sistemas de MRP (enfoque de demanda dependiente). La tecnología de las computadoras lo ha hecho posible. Este enfoque se desarrolló a principios de los 70 y se atribuye a varios expertos, entre ellos a Orlicky y Wight (vea el capítulo 10).

Un MRP es una manera adecuada de considerar productos complejos. Por lo general, se toma en cuenta el ensamble de varias componentes y subensambles que forman un producto completo. Igual que para el MPS, el tiempo se ve como intervalos discretos o baldes de tiempo. El principal objetivo del MRP es determinar los **requerimientos** —la demanda discreta de cada componente en cada balde de tiempo—. Estos requerimientos se usan para generar la información necesaria para la compra correcta de materiales o para la planta de producción, tomando las cifras de los tiempos del MPS y generando un conjunto resultante de componentes o de requerimientos de materiales espaciados en el tiempo. Sigue a este procedimiento una planeación detallada de la capacidad (CRP). Después se analiza cómo se puede generar un MRP.

### **3.2 Esencia del MRP**

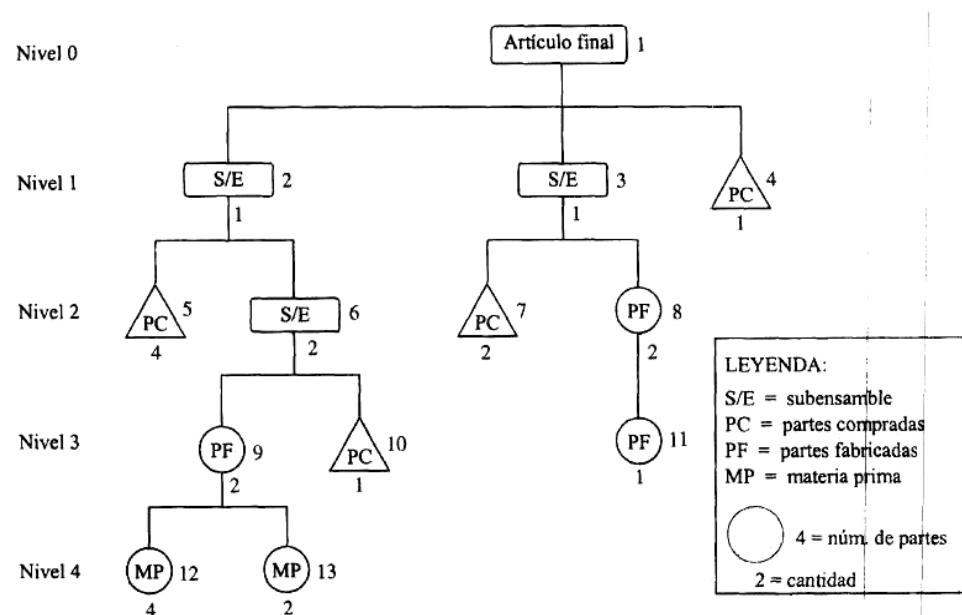
El principal objetivo de los sistemas MRP es generar los requerimientos de componentes y materia prima por etapas. Éstos constituyen la salida del sistema. En esta sección se estudian los insumos requeridos por el sistema y después se profundiza sobre los resultados obtenidos.

Los tres insumos más importantes de un sistema MRP son el **programa maestro de pioneridad**, los **registros del estado del inventario** y la **lista de materiales** (estructura del producto). Se hace hincapié en la importancia del MPS como insumo para el MRP. Es el insumo primordial del sistema MRP, ya que el objetivo principal de este sistema es tomar los requerimientos para cada etapa del producto terminado y traducirlos en requerimientos de compra individuales. Con frecuencia se usan dos insumos adicionales para generar la salida del sistema: las órdenes de componentes que se originan en fuentes externas a la planta, y los pronósticos de los artículos sujetos a demanda independiente (como material de mantenimiento o material de soldadura).

Los **registros del estado del inventario** contienen el estado de todos los artículos en el inventario. El registro se mantiene actualizado con todas las transacciones del inventario —recreación, retiros o asignaciones de un artículo de o para el inventario—. Si se registra *pn* fortuna adecuada, cada transacción se logra la integridad del archivo del inventario.

Los registros de inventario incluyen también factores de planeación, que por lo común son tiempo de entrega del artículo, inventario de seguridad, tamaños de lote, desperdicio permitido, etcétera. Se necesitan para señalar el tamaño y los tiempos de las órdenes de compra planeadas. El usuario del sistema determina los factores de planeación según la política de inventarios (inventario de seguridad, tamaño del lote), o de acuerdo con restricciones exógetas (tiempo de entrega de proveedores).

La **lista de materiales (LM)** en ocasiones se llama **estructura del producto**. Sin embargo, existe una diferencia sutil. La estructura del producto es un diagrama que muestra la secuencia en la que se fabrican y ensamblan la materia prima, las partes que se compran / los subensambles para formar un artículo final. El archivo de computadora de la estructura del producto se llama lista de materiales. En la figura 7-4 se muestra una estructura de un producto genérico. Este ejemplo específico se refiere a un producto con cuatro niveles; se dice que tiene



**FIGURA 7-4**  
Diagrama de estructura de un producto genérico

Lista de materiales indentada					LISTA IND. REVISADA		
Revisión WU	Ruta de revisión	Lista de revisión	Agregar estruct.	Alto	Informe impreso	Ambos	SALIDA
Número de parte 638390015E							
Nivel de bidentado	Número de parte	CC	Cant. por	UM	LL	Descripción	
)	638390015E			Pza.	4	CABLE L. RFI ALMENDRA TEL. W/O	No
1	5110130022		1.0000	Pza.	10	POLIETILENO EN BOLSA 270 X 400	No
1	5110130116		1.0000	Pza.	6	BOLSA POLIETILENO	No
1	6383100302		1.0000	Pza.	5	HOJA INSTRUCCIONES OPERACIÓN	No
1	6383101252		1.0000	Pza.	5	CAJA EMPAQUE TEL. COLOR	No
1	638390207E		1.0000	Pza.	5	ETIQ. EMPAQ. ALMENDRA TEL. 547/1	No
1	638390210E		1.0000	Pza.	5	ETIQ. COLOR ALMENDRA TEL. 547/1	No
1	638391015E		1.0000	Pza.	5	TEL. 547-1 R-in ENS. ALMENDRA	Sí
2	2543824061		1.0000	Pza.	6	CORDÓN AURIC. RAL 1013,12 FT, 4P	No
2	6383102141		1.0000	Pza.	6	CONDUC. A DTMF/PULSO SW	No
2	638390115E		1.0000	Pza.	6	TEL. 547-1 R-in ENS. SIN H.S. ALM.	Sí
3	6383113001		1.0000	Pza.	7	BASE ENSAMBLE	Sí
4	6383113015		1.0000	Pza.	8	BASE PLATO W/TIMBRE TRANSDUC.	Sí
5	6383113032		1.0000	Pza.	9	UNIDAD TIMBRE	No
5	6383113046		1.0000	Pza.	9	BASE PARA TELÉFONO	No
6	2526500319		.1075	KG	10	CYCOLAC TCA 333210 GRIS OXFORD	No
6	5110120081		.0205	Pza.	10	EMPAQUE CUBIERTA INF. SUP.	No
6	5110130022		.5000	Pza.	10	BOLSA POLIETILENO 270 X 400	No
5	6383113050		.0012	L/T	9	PEGAMENTO EPOXY	No
4	6383113029		4.0000	Pza.	8	PIE	No
3	6383113094		1.0000	Pza.	7	PERILLA SELECCIÓN	No
3	6383113109		4.0000	Pza.	7	TORNILLO CONEXIÓN (BASE)	No
3	6383113206		1.0000	Pza.	7	PESO, GRANDE	No
3	6383113210		1.0000	Pza.	7	PESO, CHICO	No
3	6383113223		1.0000	Pza.	7	RESORTE COMPRESIÓN	No
4	3883113222		1.0000	Pza.	8	CHAVETA DE PRESIÓN	No
3	6383113237		1.0000	Pza.	7	CONTACTO DE LÍNEA	No
4	2526500291		.0050	KG	8		No
3	6383113241		1.0000	Pza.	7	INTERRUPTOR ALTERACIÓN	No
4	2526500291		.0030	KG	8		No
3	638313010E		1.0000	Pza.	7	TARJETA ENS. TEL. 547-1 R-in	Sí
4	638311610E		1.0000	Pza.	8	TARJETA ENS. TEL. 547-1 E-6	No
5	2250428014		1.0000	Pza.	9	PELÍCULA METÁLICA 10M 1% 1/4W	No
5	2272400325		5.0000	Pza.	9	DIODO AA CAMBIO IN4148	No
5	2274122220		3.0000	Pza.	9	TRANSISTOR NPM PN2222A, T+R	No
5	2543906565		1.0000	Pza.	9	CINTA CONECTOR 10 CONT. MACHO	No
5	2543912403		1.0000	Pza.	9	JACK ENS. (AURIC), 4 PIN, NEGRO	No
5	2543912417		1.0000	Pza.	9	JACK ENS. (LÍNEA), 4 PIN/6 BLANCO	No
5	2545011136		1.0000	Pza.	9	INTERRUP. RESBALÓN DPDT, P/PBC	No
5	2545012121		1.0000	Pza.	9	INTERRUP. RESBALÓN P/SEÑAL	No
5	2550230331		1.0000	Pza.	9	PELÍC. METÁLICA 33.2 OHM 1% 1/2W	No
5	2550230473		1.0000	Pza.	9	PELÍC. METÁLICA 47.5 OHM 1% 1/2W	No
5	2550415587		1.0000	Pza.	9	PELÍC. METÁLICA 39.2K 1% 1/8W	No
5	2551312103		2.0000	Pza.	9	PELÍC. CARB. 1K 5% 1/8W PELÍC.	No
5	2551312201		1.0000	Pza.	9	CARB. 2K 5% 0.125W PELÍC. CARB.	No
5	2551312360		1.0000	Pza.	9	3.6K 5% 1/8W PELÍC. CARB. 3.57K 1%	Sí
6	2550414543		1.0000	Pza.	10	1/8W	No

**FIGURA 7-5**

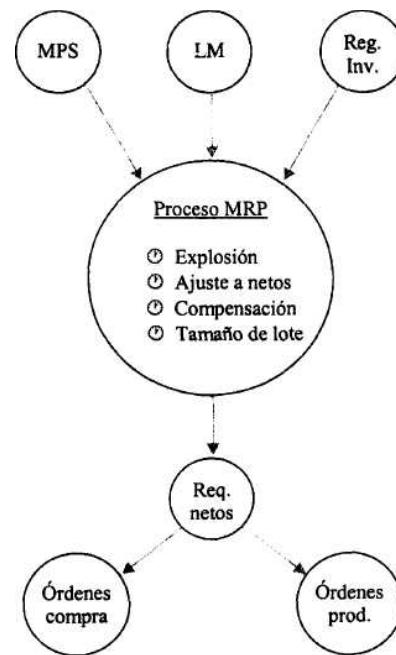
Lista de materiales indentada (cortesía de Telrad Telecommunications and Electronic Industry Ltd, Lod, Israel)

cuatro niveles de profundidad. Entre más niveles tenga la estructura de un producto, más complejo será —el número de niveles puede ser más de diez—. Cada elemento de la estructura del producto tiene un número y es costumbre mostrar las cantidades necesarias de cada uno para un artículo final. En algunos casos se incluye el tiempo de producción para cada nivel de la estructura. De esta manera, para cada cantidad de productos terminados, es posible obtener los requerimientos **por etapas** para cada nivel.

Normalmente se hace referencia a la jerarquía de la estructura del producto como **Una relación padre-hijo**. Cada elemento tiene un parente —el elemento arriba de él— y un hijo —el elemento abajo de él—. Un artículo final sólo tiene hijos y la materia prima (MP); las partes compuestas (PC) sólo tienen padres.

La figura 7-5 contiene una sección de una lista de materiales de un teléfono de escritorio. Observe que se muestran los niveles de la estructura del producto, por lo que se llama<sup>8</sup> **lista de materiales indentada**.

La salida más importante de un sistema MRP es el conjunto de **órdenes planeadas** que se **distribuyen**. Éstas son de dos tipos, órdenes de compra y órdenes de trabajo. Las **órdenes de compra** son cantidades de MP y PC que deben comprarse y los tiempos de disponibilidad. De acuerdo con esto, se emitirá una orden de compra el día que corresponde a la fecha de entrega menos el tiempo de entrega del proveedor. Las **órdenes de trabajo** son cantidades de MP y S/E que deben fabricarse y los tiempos de sus entregas. Por lo tanto, la orden de trabajo se emite el día que corresponde a esta fecha de entrega menos el tiempo de fabricación. La órdenes de compra constituyen el **plan de compras**, mientras que las órdenes de trabajo generan el **plan de producción** para la planta. A continuación se analizará la lógica para generar estas dos salidas.



**FIGURA 7-6**  
Proceso MRP

### 3.3 Proceso MRP

La esencia de un sistema MRP es el proceso que transforma el insumo en la salida. La salida de este proceso consiste en los **requerimientos netos**. Éstos forman la base para determinar las órdenes de compra y de trabajo. La transformación de insumos en salidas o productos se hace en forma sistemática, siguiendo una serie de pasos llamados **explosión, ajuste a netos, compensación y tamaño del lote** (vea la figura 7-6).

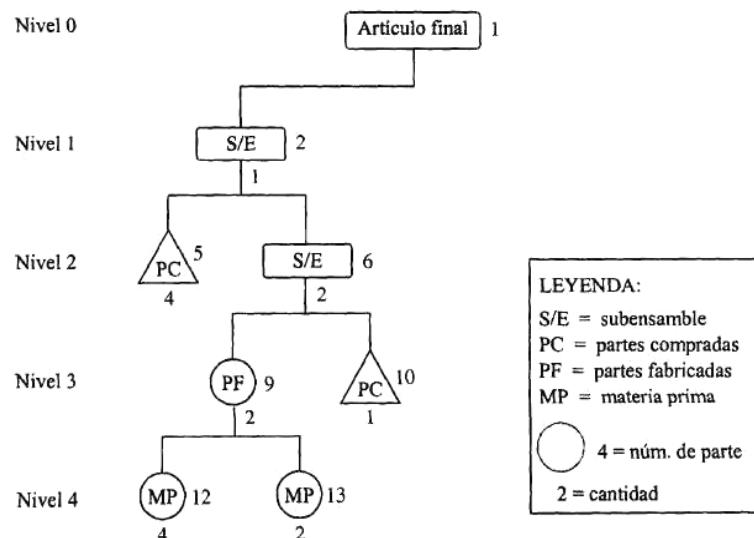
En el **proceso de explosión** se simula el desensamblaje del producto final en sus componentes. Con las cantidades del MPS y la información de la lista de materiales, se descende a través de la estructura del producto y para cada padre se evalúa la cantidad de hijos requerida. Esto da los requerimientos netos para cada elemento de la lista de materiales. Este proceso se ilustra con el siguiente ejemplo.

**Ejemplo 7-5. El proceso de explosión.** Considere el diagrama de estructura del producto genérico de la figura 7-4. La figura 7-7 muestra la rama izquierda del diagrama, junto con las cantidades requeridas en cada nivel. Para simplificar, suponga que los tiempos de entrega son 0. Suponga que los requerimientos del MPS de artículos finales son 100 unidades. El proceso de explosión se muestra en la figura 7-9. Las cantidades en cada nivel (padre) son los requerimientos para el siguiente (hijo). Por ejemplo, en el nivel 3 se necesitan 400 unidades del artículo 9 que tiene dos hijos —12 y 13—. Entonces los requerimientos en conjunto son 1600 para el artículo 12 y 800 para el 13.

Durante el proceso de adquisiciones se ajustan los requerimientos en conjunto para tomar en cuenta el inventario disponible o la cantidad ordenada. Así, los requerimientos netos son

Requerimientos netos = requerimientos en conjunto - inventario disponible - cantidad ord.

Este ajuste se hace en todos los niveles de la lista de materiales y para cada balde de tiempo. En otras palabras, en cada nivel de la lista de materiales, los requerimientos en conjunto se ajustan para obtener los netos antes de hacer la explosión de los requerimientos para el siguiente nivel. Si no hay *inventario disponible* o *cantidad ordenada* entonces, los requerimientos netos son iguales a los requerimientos en conjunto.



**FIGURA 7-7**  
Segmento del diagrama de estructura de un producto genérico

**TABLA 7-9**

Proceso de explosión

	Artículo núm.	Requerimientos en conjunto
Nivel 0 (MPS)	1	100
Nivel 1	2	400
Nivel 2	5	200
	6	400
Nivel 3	9	200
	10	400
Nivel 4	12	1600
	13	800

Para presentar el proceso de explosión y el ajuste a netos, junto con los tiempos de las etapas, se usa una forma tabular que recibe el nombre de **registro de MRP**. Su estructura es similar a la del MPS pero sus elementos son diferentes. Se usa la fabricación de un teléfono para exemplificar la construcción de un registro de MRP.

**Ejemplo 7-6. Registro MRP: requerimientos netos.** El diagrama de la estructura del producto para el teléfono de botones para mesa (modelo A) se muestra en la figura 7-8. El MPS se presenta en la tabla 7-10. (Vea también la tabla 7-5.) Si se supone que no hay inventario disponible de teléfono (parte 1), el MPS anterior contiene también los requerimientos brutos del ensamblaje del auricular (parte 11). Las cantidades de la parte 11 deben estar disponibles al principio de cada semana, para cumplir con el programa de producción a nivel 0. Se trata de los primeros elementos del registro MRP que se muestra en la tabla 7-11. El ensamblaje final tiene una base continua y no por lotes; de igual manera que se ignora el tiempo de entrega entre el nivel 0 y el nivel 1.

El segundo renglón del registro MRP proporciona las recepciones programadas. Éstas constituyen los materiales que se espera que lleguen al principio de la semana debidos a órdenes de compra o de producción que se distribuyeron antes, pero que todavía no se reciben por el tiempo de entrega del proveedor o por el tiempo de producción. El siguiente renglón muestra el balance del inventario proyectado (PIB) al final de cada semana. El inventario inicial se encuentra bajo el título *actual* y se obtiene del registro de la situación del inventario. Los requerimientos netos se muestran en el último renglón.

El proceso para obtener los netos va de la primera semana a las siguientes. Se dan los cálculos para las semanas 2, 3 y 4.

**TABLA 7-10**

MPS para un teléfono de botones

	Semana							
	1	2	3	4	5	6	7	8
MPS	600	1000	1000	2000	2000	2000	2000	2000

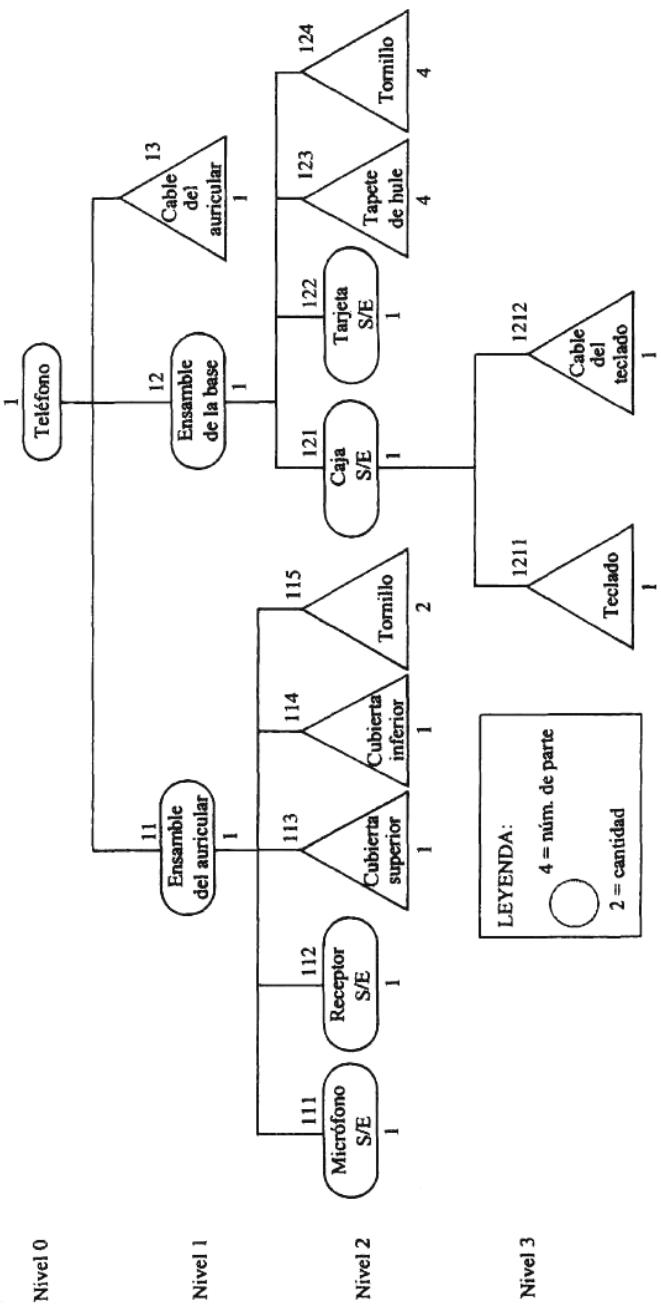


Diagrama de estructura de producto para un teléfono de botones (simplificado)